מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

מתמטיקה 4 יחידות

חוברת הקורס המלא

קורס מלא – שאלון 472

כל 7 הפרקים לפי סדר הקורס · שאלות ופתרונות

הפרקים בחוברת

1 טכניקה אלגברית
2 סדרות
3 וקטורים
4 חזקות ומשוואות מעריכיות
5 גדילה ודעיכה
6 חקירת פונקציית e
7 חקירת פונקציית ln

תוכן העניינים

חוברת הקורס המלא – שאלון 472 · מתמטיקה 4 יחידות · 208 שיעורים ב־7 פרקים

1 **טכניקה אלגברית** 23 שיעורים — 3

2 **סדרות** 41 שיעורים — 14

3 **וקטורים** 37 שיעורים — 32

4 **חזקות ומשוואות מעריכיות** 29 שיעורים — 58

- חזקות 29 – תרגול נוסף – משוואות מעריכיות — 65

5 **גדילה ודעיכה** 22 שיעורים — 73

6 **חקירת פונקציית e** 25 שיעורים — 82

7 **חקירת פונקציית ln** 31 שיעורים — 93

- שיעור 29 – חוקי לוגריתמים – הגדרה וחוקים (ללא סרטון) — 102
- שיעור 30 – משוואות עם לוגריתמים (ללא סרטון) — 105
- שיעור 31 – תרגילים נוספים – חוקי לוגריתמים (ללא סרטון) — 108

כל חוברת פרק מופיעה כפי שהיא באתר (עם מספרי העמודים שלה בתחתית). פרק שהשיעורים שלו נמצאים בתוך חוברת של פרק קודם מסומן "בתוך". מספר העמוד בחוברת המלאה מופיע בפינה העליונה של כל עמוד.

פרק 1

טכניקה אלגברית

23 שיעורים בקורס · עמודים 4–13

בפרק הזה

חוברת הקורס – טכניקה אלגברית (10 עמודים) עמ' 4

בס"ד

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – טכניקה אלגברית

משוואות, מערכות, פירוק לגורמים ומשוואות ריבועיות · עם פתרונות סופיים

הסבר מלא של כל תרגיל באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל שיעור

פרק 1 – משוואה עם נעלם אחד

1 שיעור 1 – משוואה פשוטה – העברת אגפים

סרטון שיעור 1

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $3x + 5 = 20$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

תרגיל 2 פתרו: $7 - 2x = 15$

✅ **פתרון סופי: $x = -4$**

תרגיל 3 פתרו: $2x + 9 - 5x = 3$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $4x - 7 = 13$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

2 פתרו: $5x + 2 = -8$

✅ **פתרון סופי: $x = -2$**

3 פתרו: $12 - 4x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 3$**

4 פתרו: $6x + 4 - 2x = 24$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

2 שיעור 2 – נעלם בשני האגפים

סרטון שיעור 2

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $5x - 4 = 2x + 11$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

תרגיל 2 פתרו: $3x + 7 = 7x - 9$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$**

תרגיל 3 פתרו: $2x - 5 + x = 6x + 7$

✅ **פתרון סופי: $x = -4$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $7x - 3 = 4x + 12$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

2 פתרו: $2x + 9 = 5x - 3$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$**

3 פתרו: $4 - x = 2x - 8$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$**

4 פתרו: $3x - 2 + x = 6x + 10$

✅ **פתרון סופי: $x = -6$**

3 שיעור 3 – משוואות עם סוגריים

סרטון שיעור 3

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $3(x - 2) = 12$

✅ **פתרון סופי: $x = 6$**

תרגיל 2 פתרו: $2(x + 3) - 4 = 5x - 7$

✅ **פתרון סופי: $x = 3$**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

תרגיל 3 פתרו: $2(x+1)\,4(2x-1)-3(x+2)=$

✅ **פתרון סופי: $x=4$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $5(x+1)=30$

✅ **פתרון סופי: $x=5$**

2 פתרו: $3(2x-1)=4x+7$

✅ **פתרון סופי: $x=5$**

3 פתרו: $2(x-4)-3(x+1)=-14$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

4 פתרו: $7-2(x-3)=x+4$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

4 שיעור 4 – משוואות עם שברים – מכנה משותף

🎬 סרטון שיעור 4

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $\frac{x}{3}+2=6$

✅ **פתרון סופי: $x=12$**

תרגיל 2 פתרו: $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$

✅ **פתרון סופי: $x=6$**

תרגיל 3 פתרו: $\frac{x+1}{4}-\frac{x-2}{3}=1$

✅ **פתרון סופי: $x=-1$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $\frac{x}{4}-3=2$

✅ **פתרון סופי: $x=20$**

2 פתרו: $\frac{x}{2}-\frac{x}{5}=3$

✅ **פתרון סופי: $x=10$**

3 פתרו: $\frac{x-1}{2}=\frac{x+2}{3}$

✅ **פתרון סופי: $x=7$**

4 פתרו: $\frac{2x-1}{5}-\frac{x+1}{2}=-1$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

5 שיעור 5 – תרגול מסכם ובעיות מילוליות

🎬 סרטון שיעור 5

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $\frac{x+1}{6}=\frac{x+3}{4}-\frac{2x-1}{3}$

✅ **פתרון סופי: $x=5$**

תרגיל 2 פי 3 ממספר, פחות 4, שווה למספר ועוד 10. מצאו את המספר.

✅ **פתרון סופי: המספר הוא 7**

תרגיל 3 אבא מבוגר מבנו פי 3. בעוד 10 שנים הוא יהיה מבוגר מבנו פי 2. בן כמה הבן היום?

✅ **פתרון סופי: הבן בן 10 והאבא בן 30**

תרגול נוסף

1 פתרו: $\frac{x+1}{2}+\frac{x-2}{3}=\frac{x+4}{3}$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

2 סכום של מספר ושל פי 4 ממנו הוא 35. מצאו את המספר.

✅ **פתרון סופי: התשובה: 7**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

3 אמא מבוגרת מבתה ב־24 שנים, ובעוד 6 שנים תהיה מבוגרת ממנה פי 3. בת כמה הבת היום?

✅ **פתרון סופי: התשובה: 6**

6 שיעור 6 – תרגילים נוספים: משוואה עם נעלם אחד (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 6

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 6**

תרגיל 1 פתרו: $7x - 5 = 23$

תרגיל 2 פתרו: $5x + 8 = 2x - 7$

תרגיל 3 פתרו: $4(x - 3) - 2(x + 1) = 6$

תרגיל 4 פתרו: $3 - 2(4 - x) = 5x + 7$

תרגיל 5 פתרו: $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 7$

תרגיל 6 פתרו: $\frac{x+3}{4} - \frac{x-1}{6} = 2$

תרגיל 7 סכום של שלושה מספרים שלמים עוקבים הוא 81. מצאו את שלושת המספרים.

תרגיל 8 פתרו: $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{5} = x - 3$

תרגיל 9 אבא מבוגר מבנו ב־28 שנים. לפני 4 שנים, גיל האבא היה פי 5 מגיל הבן. בן כמה הבן היום?

פרק 2 – משוואות בשני נעלמים

7 שיעור 7 – שיטת ההצבה

🎬 סרטון שיעור 7

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו:
$$\begin{cases} y = 2x - 1 & (1) \\ 3x + y = 9 & (2) \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$, $y = 3$**

תרגיל 2 פתרו:
$$\begin{cases} x + 2y = 7 & (1) \\ 3x - y = 7 & (2) \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 3$, $y = 2$**

תרגיל 3 פתרו:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 & (1) \\ x - 2y = 4 & (2) \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$, $y = -1$**

תרגול נוסף

1 פתרו:
$$\begin{cases} y = x + 2 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 3$, $y = 5$**

2 פתרו:
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$, $y = 2$**

3 פתרו:
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$, $y = -1$**

8 שיעור 8 – שיטת השוואת מקדמים

🎬 סרטון שיעור 8

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו:
$$\begin{cases} x+y=10 & (1)\\ x-y=4 & (2)\end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=7\ ,\ y=3$**

תרגיל 2 פתרו:
$$\begin{cases} x+2y=8 & (1)\\ 3x-y=3 & (2)\end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=2\ ,\ y=3$**

תרגיל 3 פתרו:
$$\begin{cases} 3x+2y=7 & (1)\\ 5x-3y=37 & (2)\end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=5\ ,\ y=-4$**

תרגול נוסף

1 פתרו:
$$\begin{cases} 2x+y=9\\ 3x-y=11\end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=4\ ,\ y=1$**

2 פתרו:
$$\begin{cases} x+3y=10\\ 2x-y=6\end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=4\ ,\ y=2$**

3 פתרו:
$$\begin{cases} 4x+3y=5\\ 3x-2y=8\end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=2\ ,\ y=-1$**

9 שיעור 9 – תרגילים נוספים: משוואות בשני נעלמים (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 9

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 9**

תרגיל 1 פתרו:
$$\begin{cases} y=3x-2 & (1)\\ 2x+y=13 & (2)\end{cases}$$

תרגיל 2 פתרו:
$$\begin{cases} x-2y=1 & (1)\\ 3x+4y=23 & (2)\end{cases}$$

תרגיל 3 פתרו:
$$\begin{cases} 2x+3y=12 & (1)\\ 2x-y=4 & (2)\end{cases}$$

תרגיל 4 פתרו:
$$\begin{cases} 4x-3y=-1 & (1)\\ 6x+5y=27 & (2)\end{cases}$$

תרגיל 5 פתרו:
$$\begin{cases} 5x+2y=4 & (1)\\ 3x-4y=18 & (2)\end{cases}$$

תרגיל 6 פתרו:
$$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=4 & (1)\\ x-y=3 & (2)\end{cases}$$

תרגיל 7 בחנות יש 40 אופניים ותלת אופן, ולכולם יחד יש 95 גלגלים. לאופניים יש 2 גלגלים ולתלת אופן יש 3 גלגלים. כמה אופניים וכמה תלת אופן יש בחנות?

פרק 3 – פירוק לגורמים

10 שיעור 10 – הוצאת גורם משותף

🎬 סרטון שיעור 10

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פרקו: $6x+9$
✅ **פתרון סופי: $3(2x+3)$**

תרגיל 2 פרקו: $4x^2-10x$
✅ **פתרון סופי: $2x(2x-5)$**

תרגיל 3 פרקו: $6x^3-9x^2+3x$
✅ **פתרון סופי: $3x(2x^2-3x+1)$**

תרגול נוסף

1 פרקו: $8x + 12$
✅ **פתרון סופי:** $4(2x + 3)$

2 פרקו: $5x^2 - 15x$
✅ **פתרון סופי:** $5x(x - 3)$

3 פרקו: $9x^3 + 6x^2 - 3x$
✅ **פתרון סופי:** $3x(3x^2 + 2x - 1)$

4 פרקו: $12x^2y - 8xy^2$
✅ **פתרון סופי:** $4xy(3x - 2y)$

11 שיעור 11 – נוסחאות הכפל המקוצר

🎬 סרטון שיעור 11

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פרקו: $x^2 - 49$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 7)(x - 7)$

תרגיל 2 פרקו: $x^2 + 10x + 25$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 5)^2$

תרגיל 3 פרקו: $9x^2 - 12x + 4$
✅ **פתרון סופי:** $(3x - 2)^2$

תרגול נוסף

1 פרקו: $x^2 - 36$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 6)(x - 6)$

2 פרקו: $25x^2 - 4$
✅ **פתרון סופי:** $(5x + 2)(5x - 2)$

3 פרקו: $x^2 - 8x + 16$
✅ **פתרון סופי:** $(x - 4)^2$

4 פרקו: $4x^2 + 20x + 25$
✅ **פתרון סופי:** $(2x + 5)^2$

12 שיעור 12 – פירוק טרינום

🎬 סרטון שיעור 12

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פרקו: $x^2 + 5x + 6$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 3)(x + 2)$

תרגיל 2 פרקו: $x^2 + 7x + 12$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 4)(x + 3)$

תרגיל 3 פרקו: $x^2 + 8x + 15$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 5)(x + 3)$

תרגיל 4 פרקו: $x^2 - 7x + 10$
✅ **פתרון סופי:** $(x - 5)(x - 2)$

תרגיל 5 פרקו: $x^2 - 6x + 8$
✅ **פתרון סופי:** $(x - 4)(x - 2)$

תרגיל 6 פרקו: $x^2 + 2x - 8$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 4)(x - 2)$

תרגיל 7 פרקו: $x^2 - x - 12$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 3)(x - 4)$

תרגיל 8 פרקו: $x^2 + 3x - 10$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 5)(x - 2)$

תרגיל 9 פרקו: $x^2 - 2x - 15$
✅ **פתרון סופי:** $(x - 5)(x + 3)$

תרגיל 10 פרקו: $x^2 - 9x + 18$
✅ **פתרון סופי:** $(x - 6)(x - 3)$

תרגול נוסף

1 פרקו: $x^2 + 9x + 20$
✅ **פתרון סופי:** $(x + 5)(x + 4)$

2 פרקו: $x^2 - 8x + 12$
✅ **פתרון סופי:** $(x - 6)(x - 2)$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

3 פרקו: $x^2 + x - 6$

✅ **פתרון סופי:** $(x-2)(x+3)$

4 פרקו: $x^2 - 4x - 21$

✅ **פתרון סופי:** $(x+3)(x-7)$

5 פרקו: $x^2 + 10x + 24$

✅ **פתרון סופי:** $(x+6)(x+4)$

6 פרקו: $x^2 - 3x - 28$

✅ **פתרון סופי:** $(x+4)(x-7)$

13 שיעור 13 – צמצום שברים אלגבריים

🎬 סרטון שיעור 13

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 צמצמו: $\frac{5x-10}{x^2-4}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{5}{x+2}$ $(x \neq \pm 2)$

תרגיל 2 צמצמו: $\frac{x^2+5x+6}{x^2-9}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x+2}{x-3}$ $(x \neq \pm 3)$

תרגיל 3 צמצמו: $\frac{x^2-6x+9}{2x^2-6x}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x-3}{2x}$ $(x \neq 0\ ,\ x \neq 3)$

תרגול נוסף

1 צמצמו: $\frac{3x+6}{x^2-4}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3}{x-2}$ $(x \neq \pm 2)$

2 צמצמו: $\frac{x^2-25}{x^2+2x-15}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x-5}{x-3}$ $(x \neq 3\ ,\ x \neq -5)$

3 צמצמו: $\frac{x^2+4x+4}{3x^2+6x}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x+2}{3x}$ $(x \neq 0\ ,\ x \neq -2)$

14 שיעור 14 – תרגילים נוספים: פירוק לגורמים (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 14

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 14**

תרגיל 1 פרקו: $6x^2 - 9x$

תרגיל 2 פרקו: $4x^3y - 10x^2y^2$

תרגיל 3 פרקו: $49x^2 - 1$

תרגיל 4 פרקו: $9x^2 - 30x + 25$

תרגיל 5 פרקו: $2x^2 - 50$

תרגיל 6 פרקו: $x^2 - 2x - 35$

תרגיל 7 פרקו: $3x^2 + 12x - 36$

תרגיל 8 פרקו: $x^3 - 6x^2 + 9x$

תרגיל 9 צמצמו: $\frac{x^2-4x-21}{x^2-49}$

15 שיעור 15 – תרגילים נוספים: פירוק טרינום (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 15

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 15**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

תרגיל 1 פרקו: $x^2+13x+42$

תרגיל 2 פרקו: $x^2-15x+56$

תרגיל 3 פרקו: $x^2-x-110$

תרגיל 4 פרקו: $x^2+3x-108$

תרגיל 5 פרקו: $x^2-4x-96$

תרגיל 6 פרקו: $x^2+25x+144$

תרגיל 7 פרקו: $x^2-26x+168$

תרגיל 8 פרקו: $-x^2+5x+24$

תרגיל 9 פרקו: $5x^2-5x-550$

תרגיל 10 פרקו: $2x^2+7x+3$

תרגיל 11 פרקו: $2x^2-7x-15$

תרגיל 12 פרקו: $3x^2-10x+8$

תרגיל 13 פרקו: $6x^2+x-12$

תרגיל 14 פרקו: $4x^2-4x-15$

16 שיעור 16 – תרגילים נוספים: כפל וחילוק שברים אלגבריים (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 16

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 16**

תרגיל 1 צמצמו: $\frac{x^2-9}{x^2+3x}$

תרגיל 2 צמצמו: $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$

תרגיל 3 צמצמו: $\frac{2a^2-8}{a^2+4a+4}$

תרגיל 4 צמצמו: $\frac{3x^2-12x}{x^2-8x+16}$

תרגיל 5 צמצמו: $\frac{4x^2-9}{2x^2-3x}$

תרגיל 6 צמצמו: $\frac{x^3-4x}{x^2-4x+4}$

תרגיל 7 פשטו: $\frac{a^2-36}{3a-18}\cdot\frac{5}{a^2+6a}$

תרגיל 8 פשטו: $\frac{x^2-1}{4x}\cdot\frac{8x^2}{x^2+2x+1}$

תרגיל 9 פשטו: $\frac{x^2+5x+6}{x^2-9}\cdot\frac{x-3}{x+2}$

תרגיל 10 פשטו: $\frac{2x+10}{x^2-25}\cdot\frac{x^2-5x}{6x}$

תרגיל 11 פשטו: $\frac{a^2-4a+4}{a^2-4}\cdot\frac{a+2}{5a-10}$

תרגיל 12 פשטו: $\frac{x^2-7x+12}{x^2-16}\cdot\frac{x^2+4x}{x^2-3x}$

תרגיל 13 פשטו: $\frac{x^2-x-6}{2x+4}\cdot\frac{8}{x^2-9}$

תרגיל 14 פשטו: $\frac{5x-5}{x^2+x}\cdot\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

תרגיל 15 פשטו: $\frac{a^2-9}{4a}:\frac{a+3}{8a^2}$

תרגיל 16 פשטו: $\frac{x^2-4}{x^2+6x+9}:\frac{x-2}{x+3}$

תרגיל 17 פשטו: $\frac{6x^2}{x^2-49}:\frac{3x}{x+7}$

תרגיל 18 פשטו: $\frac{x^2-10x+25}{x^2-25}:\frac{3x-15}{x+5}$

תרגיל 19 פשטו: $\frac{2a^2+6a}{a^2-1}:\frac{a^2+3a}{a+1}$

תרגיל 20 פשטו: $\frac{x^2+3x-10}{x^2-4x+4}:\frac{x^2-25}{x-2}$

תרגיל 21 פשטו: $\frac{x^2-16}{x^2+x-12}:\frac{x^2-4x}{x^2-9}$

תרגיל 22 פשטו: $\frac{a^2-2a-15}{a^2+6a+9}:\frac{a^2-25}{2a+6}$

תרגיל 23 פשטו: $\frac{x^2-1}{x^2-4x}\cdot\frac{x^2-16}{x^2+x}:\frac{x^2+3x-4}{x^2}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

פרק 4 – משוואות ריבועיות

17 שיעור 17 – משוואה ריבועית חסרה c

🎬 סרטון שיעור 17

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $x^2 - 5x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$ או $x = 5$**

תרגיל 2 פתרו: $3x^2 + 12x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$ או $x = -4$**

תרגיל 3 פתרו: $2x^2 = 7x$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$ או $x = 3.5$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $x^2 + 7x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = -7$, $x = 0$**

2 פתרו: $4x^2 - 10x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$, $x = \frac{5}{2}$**

3 פתרו: $3x^2 = 12x$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$, $x = 4$**

18 שיעור 18 – משוואה ריבועית חסרה b

🎬 סרטון שיעור 18

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $x^2 - 16 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$ או $x = -4$**

תרגיל 2 פתרו: $2x^2 - 50 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$ או $x = -5$**

תרגיל 3 פתרו: $x^2 + 9 = 0$

✅ **פתרון סופי: אין פתרון**

תרגול נוסף

1 פתרו: $x^2 - 81 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = -9$, $x = 9$**

2 פתרו: $3x^2 - 48 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = -4$, $x = 4$**

3 פתרו: $4x^2 - 9 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = -\frac{3}{2}$, $x = \frac{3}{2}$**

4 פתרו: $x^2 + 16 = 0$

✅ **פתרון סופי: אין פתרון**

19 שיעור 19 – משוואה ריבועית שלמה – פירוק או נוסחת השורשים

🎬 סרטון שיעור 19

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $x^2 - 5x + 6 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$ או $x = 3$**

תרגיל 2 פתרו: $2x^2 - 3x - 2 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$ או $x = -\frac{1}{2}$**

תרגיל 3 פתרו: $(x + 1)(x - 3) = 5$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$ או $x = -2$**

תרגול נוסף

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

1 פתרו: $x^2 - 7x + 12 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$, $x = 4$

2 פתרו: $x^2 + 2x - 15 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = -5$, $x = 3$

3 פתרו: $3x^2 - 5x - 2 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = -\frac{1}{3}$, $x = 2$

4 פתרו: $(x - 2)(x + 4) = 7$

✅ **פתרון סופי:** $x = -5$, $x = 3$

20 שיעור 20 – תרגילים נוספים: משוואות ריבועיות (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 20

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 20**

תרגיל 1 פתרו: $3x^2 - 12x = 0$

תרגיל 2 פתרו: $2x^2 - 72 = 0$

תרגיל 3 פתרו: $5x^2 + 20 = 0$

תרגיל 4 פתרו: $x^2 - x - 110 = 0$

תרגיל 5 פתרו: $x^2 + 3x - 108 = 0$

תרגיל 6 פתרו: $-x^2 + 4x + 21 = 0$

תרגיל 7 פתרו: $2x^2 - 7x - 15 = 0$

תרגיל 8 פתרו: $6x^2 + x - 12 = 0$

תרגיל 9 פתרו: $(x + 2)(x - 6) = -x - 2$

פרק 5 – משוואות ריבועיות עם מכנים

21 שיעור 21 – משוואה עם x במכנה – תחום הגדרה

🎬 סרטון שיעור 21

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $x + \frac{6}{x} = 5$

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$ או $x = 3$

תרגיל 2 פתרו: $\frac{3}{x - 2} = x$

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$ או $x = -1$

תרגיל 3 פתרו: $\frac{2}{x} + \frac{3}{x + 1} = 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$ או $x = -\frac{1}{2}$

תרגול נוסף

1 פתרו: $x - \frac{8}{x} = 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = -2$, $x = 4$

2 פתרו: $\frac{4}{x + 1} = x - 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = -2$, $x = 3$

3 פתרו: $\frac{3}{x} + \frac{2}{x - 1} = 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = \frac{1}{2}$, $x = 3$

22 שיעור 22 – פסילת פתרונות שלא בתחום

🎬 סרטון שיעור 22

תרגילים שנפתרים בסרטון

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

תרגיל 1 פתרו: $\frac{x^2}{x-2}=\frac{4}{x-2}$

✅ **פתרון סופי: $x=-2$**

תרגיל 2 פתרו: $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$

✅ **פתרון סופי: $x=-3$**

תרגיל 3 פתרו: $\frac{x+3}{x-1}-\frac{4}{x^2-x}=\frac{3}{x}$

✅ **פתרון סופי: $x=-1$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $\frac{x^2}{x+3}=\frac{9}{x+3}$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

2 פתרו: $\frac{x}{x-1}-\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x^2-1}$

✅ **פתרון סופי: $x=2$**

3 פתרו: $\frac{x+1}{x-2}=\frac{6}{x^2-2x}+\frac{1}{x}$

✅ **פתרון סופי: $x=-2$**

23 שיעור 23 – תרגילים נוספים: משוואות ריבועיות עם מכנים (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 23

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 23**

תרגיל 1 פתרו: $x+\frac{8}{x}=6$

תרגיל 2 פתרו: $\frac{12}{x-1}=x+3$

תרגיל 3 פתרו: $2x-1=\frac{3}{x}$

תרגיל 4 פתרו: $\frac{x}{x-2}+\frac{3}{x}=2$

תרגיל 5 פתרו: $\frac{x}{x+3}-\frac{3}{x-3}=\frac{18}{x^2-9}$

תרגיל 6 פתרו: $\frac{x+2}{x-3}-\frac{30}{x^2-9}=1$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 2

סדרות

41 שיעורים בקורס · עמודים 15–31

בפרק הזה

חוברת הקורס – סדרות שאלון 472 (17 עמודים) עמ' 15

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – סדרות, שאלון 472

כל השאלות מהקורס לפי סדר השיעורים, הנוסחאות של כל פרק, ותשובות סופיות לכל סעיף

פרק 1 – סדרה חשבונית ברמת 3 יחידות (שאלות בגרות)
פרק 2 – סדרה חשבונית ברמת 4 יחידות
פרק 3 – סדרה הנדסית
פרק 4 – סדרה הנדסית אין־סופית
פרק 5 – הקדמה: נוסחה לפי מקום וכלל נסיגה
פרק 6 – כלל נסיגה ושילוב סדרה חשבונית והנדסית
פרק 7 – שאלות בגרות 472 – סדרות

פרק 1 – סדרה חשבונית ברמת 3 יחידות (שאלות בגרות)

📐 נוסחאות ומשפטים מהפרק

📐 **הפרש הסדרה** $d = a_{n+1} - a_n$

📐 **נוסחה 1** $S_n = [2a_1 + (n-1)d] \cdot \frac{n}{2}$

📐 **סכום בסדרה חשבונית** $S_n = \frac{n}{2} \cdot [2a_1 + (n-1)d]$

📐 **הפרש הסדרה החשבונית** $d = a_{n+1} - a_n$

📐 **איבר כללי בסדרה חשבונית** $a_n = a_1 + (n-1)d$

📐 **נוסחה 2** $S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}$

📐 **סכום בסדרה חשבונית** $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$

שיעור 1 האיבר הכללי בסדרה חשבונית

לשיעור ⇐

דוגמה 1. בסדרה החשבונית $1 , 3 , 5 , \ldots$ מצאו את האיבר השישי.

דוגמה 2. בסדרה חשבונית האיבר הראשון הוא $a_1 = 28$ והפרש הסדרה הוא $d = -5$.

מצאו את האיבר השביעי.

✅ **תשובות סופיות**

דוגמה 1 $a_6 = 11$

דוגמה 2 $a_7 = -2$

שיעור 2 מציאת מקום האיבר בסדרה

לשיעור ⇐

דוגמה 1. בסדרה חשבונית האיבר הראשון הוא $a_1 = 140$ והפרש הסדרה הוא $d = 60$.

באיזה מקום בסדרה נמצא האיבר 560?

דוגמה 2. בסדרה חשבונית האיבר הראשון הוא $a_1 = 1{,}700$ והפרש הסדרה הוא $d = -150$.

באיזה מקום בסדרה נמצא האיבר 500?

✅ **תשובות סופיות**

דוגמה 1 $n = 8$

דוגמה 2 $n = 9$

לשיעור ⇐

שיעור 3 סכום סדרה חשבונית

דוגמה 1. בסדרה החשבונית $1 , 3 , 5 , \ldots$ חשבו את סכום 8 האיברים הראשונים.

דוגמה 2. מוטי קנה תנור ב־8 תשלומים חודשיים, שמהווים סדרה חשבונית.

בחודש הראשון שילם 140 שקלים, ובחודש האחרון שילם 560 שקלים.

מהו הסכום הכולל ששילם מוטי בעבור התנור?

✅ תשובות סופיות

דוגמה 1 (נוסחה 1)	$S_8 = 64$
דוגמה 2 (נוסחה 2)	$2{,}800$ שקלים

שיעור 5 הפרש, איבר ראשון וסכום

לשיעור ⇐

בסדרה חשבונית האיבר החמישי הוא (-2), והאיבר השביעי הוא 10.

א. מצא את הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

ג. בסדרה זו יש 13 איברים. חשב את סכום 13 האיברים בסדרה.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$d = 6$
סעיף ב	$a_1 = -26$
סעיף ג	130

שיעור 6 איבר שלישי ואיבר תשיעי

לשיעור ⇐

בסדרה חשבונית האיבר השלישי הוא 4 והאיבר התשיעי הוא 19.

א. מצא את הפרש הסדרה.

ב. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

ג. חשב את סכום 9 האיברים הראשונים בסדרה.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$d = 2.5$
סעיף ב	$a_1 = -1$
סעיף ג	81

שיעור 7 סכום האיברים האחרונים

לשיעור ⇐

בסדרה חשבונית יש 12 איברים. האיבר הרביעי בסדרה הוא 13 והפרש הסדרה הוא -5.

א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

ב. מצאו את האיבר השביעי בסדרה.

ג. מצאו את סכום ששת האיברים האחרונים בסדרה.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$a_1 = 28$
סעיף ב	$a_7 = -2$
סעיף ג	-87

שיעור 8 תשלומים חודשיים – שאלה מחיי היום יום

לשיעור ⇐

מוטי קנה תנור בתשלומים חודשיים, שמהווים סדרה חשבונית.

בכל חודש שאחרי החודש הראשון שילם מוטי 60 שקלים יותר מבחודש שקדם לו. בחודש הרביעי שילם מוטי 320 שקלים.

א. כמה שקלים שילם מוטי בחודש הראשון?

בחודש האחרון שילם מוטי 560 שקלים.

ב. בכמה תשלומים קנה מוטי את התנור?

ג. מהו הסכום הכולל ששילם מוטי בעבור התנור?

✅ תשובות סופיות

סעיף א	140 שקלים
סעיף ב	8 תשלומים
סעיף ג	2,800 שקלים

שיעור 9 פרסים שקטנים בסכום קבוע

לשיעור ⇐

בשלב הגמר של תחרות קיבלה כל קבוצה פרס כספי: הקבוצה שדורגה במקום הראשון קיבלה את הפרס הראשון, הקבוצה שדורגה במקום השני קיבלה את הפרס השני וכן הלאה.

הפרסים מהווים סדרה חשבונית: הפרס הראשון הוא הגבוה ביותר, וכל פרס אחריו קטן מקודמו במספר שקלים קבוע.

הקבוצה שדורגה במקום השלישי קיבלה פרס של 1,400 שקלים. הקבוצה שדורגה במקום השישי קיבלה פרס של 950 שקלים.

א. מצאו מה היה גובה הפרס שקיבלה הקבוצה שדורגה במקום הראשון.

ב. הקבוצה שדורגה במקום האחרון קיבלה פרס של 500 שקלים. מצאו כמה קבוצות הגיעו לשלב הגמר.

ג. מה היה סכום הכסף הכולל של הפרסים שחולקו לכל הקבוצות שהגיעו לשלב הגמר?

✅ תשובות סופיות

סעיף א	1,700 שקלים
סעיף ב	9 קבוצות
סעיף ג	9,900 שקלים

שיעור 10 כדורים במשולש – מציאת מספר האיברים מהסכום

לשיעור ⇐

על שולחן מסדרים כדורים בשורות היוצרות משולש. כמות הכדורים בכל שורה יוצרת סדרה חשבונית: בשורה הראשונה – כדור אחד, בשורה השנייה – 3 כדורים, בשורה השלישית – 5 כדורים וכן הלאה.

א. כמה כדורים יהיו בשורה השישית במשולש זה?

ב. כמה כדורים סך הכול יהיו ב־8 השורות הראשונות של משולש זה?

ג. כמה שורות יהיו במשולש זה כאשר יסדרו בו 144 כדורים סך הכול?

✅ תשובות סופיות

סעיף א	11 כדורים
סעיף ב	64 כדורים
סעיף ג	12 שורות

שיעור 11 ייצור במפעל ורווח

לשיעור ⇐

במפעל מסוים מייצרים חלקי חילוף למכוניות. מספר חלקי החילוף שמייצרים במפעל בכל חודש מהווה סדרה חשבונית.

בחודש הראשון ייצרו במפעל 1,250 חלקי חילוף. בחודש החמישי ייצרו במפעל 1,810 חלקי חילוף.

א. מצאו כמה חלקי חילוף ייצרו במפעל בחודש השני.

תהליך הייצור נמשך 12 חודשים.

ב. מצאו כמה חלקי חילוף סך הכול ייצרו במפעל במשך 12 החודשים.

הרווח של המפעל ממכירת כל חלק חילוף הוא 34 שקלים.

ג. כמה שקלים סך הכול הרוויח המפעל ממכירת כל חלקי החילוף שהוא ייצר במשך 12 החודשים?

✅ תשובות סופיות

סעיף א	1,390
סעיף ב	24,240
סעיף ג	824,160 שקלים

פרק 2 – סדרה חשבונית ברמת 4 יחידות

📐 נוסחאות ומשפטים מהפרק

📐 **נוסחת השורשים** $x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$

📐 **נוסחת האיבר הכללי שמצאנו** $a_n = 5n - 1$

📐 **איבר מתוך הסכומים** $a_n = S_n - S_{n-1}$

📐 **נוסחת הכפל המקוצר** $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

📐 **סכום בסדרה חשבונית** $S_n = [2a_1 + (n - 1)d] \cdot \frac{n}{2}$

שיעור 12 הוכחה שסדרה חשבונית ומעבר לכלל נסיגה

לשיעור ⇐

סדרה מוגדרת על ידי כלל הנסיגה: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + 5$ לכל n טבעי.

א. הסבירו מדוע הסדרה היא סדרה חשבונית, ומצאו את נוסחת האיבר הכללי a_n שלה.

ב. מצאו כמה איברים יש לחבר בסדרה (החל מהאיבר הראשון) כדי שסכומם יהיה 9,090.

ג. בסדרה יש 80 איברים. מהו סכום 20 האיברים האחרונים?

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$a_n = 5n - 1$
סעיף ב	60 איברים
סעיף ג	$7{,}030$

שיעור 13 נוסחת הסכום נתונה – מציאת האיבר הכללי

לשיעור ⇐

סכום n האיברים הראשונים של סדרה הוא $S_n = 2n^2 + 3n$ לכל n טבעי.

א. מצאו את a_1 ואת a_2.

ב. מצאו את נוסחת האיבר הכללי a_n.

ג. הוכיחו שהסדרה היא סדרה חשבונית, ומצאו את ההפרש שלה.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$a_1 = 5$, $a_2 = 9$
סעיף ב	$a_n = 4n + 1$
סעיף ג	$d = 4$

שיעור 14 איברים חיוביים ותת־סדרה במקומות הזוגיים

לשיעור ⇐

נתונה סדרה חשבונית: -70 , ... , 78 , 82 , 86.

א. מצאו את מספר האיברים בסדרה.

ב. (1) כמה איברים חיוביים יש בסדרה? (2) מהו האיבר החיובי הקטן ביותר בסדרה? (3) חשבו את סכום האיברים החיוביים.

ג. בסדרה הנתונה החליפו את הסימנים של כל איברי הסדרה, והתקבלה סדרה חדשה: 70 , ... , -78 , -82 , -86. חשבו את סכום הסדרה החדשה.

ד. חשבו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה הנתונה.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	40
סעיף ב	968 , 2 , 22
סעיף ג	-320
סעיף ד	120

שיעור 15 סכום האיברים במקומות האי־זוגיים

לשיעור ⇐

דוגמה 1. נתונה סדרה חשבונית: -70 , ... , 78 , 82 , 86 . בסדרה יש 40 איברים.

חשבו את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי־זוגיים.

דוגמה 2. בסדרה חשבונית יש 15 איברים. האיבר הראשון הוא $a_1 = 1$ והפרש הסדרה הוא $d = 3$.

חשבו את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי־זוגיים.

✅ תשובות סופיות

דוגמה 1	200
דוגמה 2	176

שיעור 16 תשלומים על טלוויזיה – שתי משוואות

לשיעור ⇐

סך התשלום עבור טלוויזיה מחולק ל־12 תשלומים חודשיים. התשלומים החודשיים מהווים סדרה חשבונית.

סך התשלום עבור הטלוויזיה גדול פי 1.52 מסך 6 התשלומים הראשונים, והוא גדול ב־1,900 שקל מהסכום של שני התשלומים האמצעיים.

מצאו את: **א.** ההפרש של הסדרה החשבונית. **ב.** סך התשלום עבור הטלוויזיה.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$d = -20$
סעיף ב	2,280 שקל

פרק 3 – סדרה הנדסית

📐 נוסחאות ומשפטים מהפרק

📐 **איבר כללי בסדרה הנדסית** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

📐 **מנת הסדרה ההנדסית** $q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$

📐 **סכום בסדרה הנדסית** $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$, $q \neq 1$

📐 **נוסחת הכפל המקוצר** $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

📐 **השוואת חזקות** $a^x = a^y \Longrightarrow x = y$

📐 **חילוק חזקות עם אותו בסיס** $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

📐 **ממוצע הנדסי** $b^2 = a \cdot c$

שיעור 17 סדרה הנדסית – האיבר הכללי

לשיעור ⇐

בסדרה הנדסית האיבר הראשון הוא 3 והמנה היא 2.

א. כתבו את ארבעת האיברים הראשונים ומצאו את האיבר השישי.

ב. באיזה מקום בסדרה נמצא המספר 384?

בסדרה הנדסית אחרת, האיבר השלישי גדול ב־2 מהאיבר השני, והאיבר הרביעי גדול פי 2 מהאיבר השלישי.

ג. מצאו את האיבר הראשון בסדרה זו.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$a_6 = 96$
סעיף ב	המקום ה־8
סעיף ג	$a_1 = 1$

שיעור 18 הוכחה שסדרה הנדסית וסכום

לשיעור ⇐

נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

א. הוכיחו כי הסדרה היא הנדסית ומצאו את מנת הסדרה.

ב. הביעו באמצעות n את הסכום: $S_n = 2 + 6 + 18 + \ldots + 2 \cdot 3^{n-1}$.

ג. מהסדרה הנתונה יוצרים סדרה חדשה, באמצעות שינוי הסימן של האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים. מצאו את הסכום של 36 האיברים הראשונים בסדרה החדשה.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$q = 3$
סעיף ב	$3^n - 1$
סעיף ג	$-\frac{3^{36}-1}{2}$

שיעור 19 ממוצע הנדסי, סדרה עולה, יורדת או מתחלפת

לשיעור ⇐

המספרים $x + 9$, $x + 3$, x הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.

א. מצאו את x ואת מנת הסדרה.

ב. שלושת המספרים הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה. מצאו את האיבר השמיני ואת סכום שמונת האיברים הראשונים.

ג. לכל אחת מהסדרות ההנדסיות הבאות קבעו אם היא עולה, יורדת או לא עולה ולא יורדת:

(1) $a_1 = 5 , q = \frac{1}{2}$ (2) $a_1 = -2 , q = 3$ (3) $a_1 = 4 , q = -2$

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$x = 3 , q = 2$
סעיף ב	$765 , 384$
סעיף ג	יורדת, יורדת, מתחלפת

שיעור 20 צופים בסרטון – שאלה מחיי היום יום

לשיעור ⇐

סרטון הועלה לאתר האינטרנט של העירייה ביום ראשון. כל יום היה מספר הצופים בו גדול פי מספר קבוע ממספר הצופים ביום הקודם. ביום רביעי מספר הצופים בסרטון היה גדול פי 8 ממספר הצופים ביום ראשון. ביום שישי היה מספר הצופים בסרטון גדול ב־480 ממספר הצופים ביום שלפניו.

א. (1) פי כמה גדל מספר הצופים בכל יום? (2) כמה צופים היו לסרטון ביום ראשון?

כדי לעודד קניות בעיר, העירייה החליטה לממן קופון הנחות לכל הצופים בסרטון בשבוע זה. שווי הקופון הוא 50 שקלים.

ב. כמה עלו לעירייה כל הקופונים שחילקה לצופים בסרטון בשבעת הימים?

ג. העירייה מעוניינת להמשיך לחלק את הקופונים גם אחרי שבעת הימים הראשונים. התקציב הכולל של העירייה למימון כל הקופונים (החל מהיום הראשון) הוא 766,500 שקלים. לכמה ימים נוספים (אחרי שבעת הימים הראשונים) יספיק התקציב?

✅ תשובות סופיות

סעיף א	פי 2 , 30 צופים
סעיף ב	190,500 שקלים
סעיף ג	2 ימים נוספים

שיעור 21 מילוי מכל – מנה מתוך יחס בין סכומים

לשיעור ⇐

מכל מים מתמלא ב־5 שעות. היחס בין כמות המים הזורמת למכל כל שעה ובין כמות המים שזרמה אליו בשעה הקודמת הוא q.

במשך 2 השעות הראשונות זרמו למכל 48 מ"ק מים, ובמשך 4 השעות הראשונות זרמה למכל כמות מים הגדולה פי 2 מכמות המים שזרמה למכל במשך 4 השעות האחרונות.

מצאו את נפח המכל.

✅ תשובות סופיות

המנה	$q = \frac{1}{2}$
נפח המכל	62 מ"ק

פרק 4 – סדרה הנדסית אין־סופית

📐 נוסחאות ומשפטים מהפרק

📐 **סכום סדרה הנדסית אין־סופית** $-1 < q < 1$, $S = \frac{a_1}{1-q}$

📐 **כלל נסיגה של סדרה הנדסית** $a_{n+1} = q \cdot a_n$

📐 **יחס השטחים במשולשים דומים** יחס השטחים = (יחס הדמיון)^2

שיעור 22 סדרה הנדסית אין־סופית – מתי יש סכום

לשיעור ⇐

א. חשבו את סכום הסדרה ההנדסית האין־סופית: $12 , 6 , 3 , \ldots$.

ב. האם לסדרה ההנדסית האין־סופית $2 , -3 , 4.5 , \ldots$ יש סכום? נמקו.

ג. סכום של סדרה הנדסית אין־סופית הוא 60, והמנה שלה היא $\frac{1}{3}$. מצאו את האיבר הראשון ואת האיבר השני.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	24
סעיף ב	אין סכום
סעיף ג	$40 , \frac{40}{3}$

שיעור 23 סכום האיברים במקומות הזוגיים

לשיעור ⇐

בסדרה הנדסית אין־סופית, סכום האיבר הראשון והאיבר החמישי הוא 5,440. האיבר הראשון גדול מהאיבר הרביעי פי 8.

מצאו את: **א.** סכום הסדרה. **ב.** סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$10,240$
סעיף ב	$\frac{10,240}{3}$

שיעור 24 משולשי אמצעים – סדרה הנדסית אין־סופית בגאומטריה

לשיעור ⇐

במשולש נתון בונים את שלושת קטעי האמצעים. במשולש שנוצר על ידיהם, שוב בונים את שלושת קטעי האמצעים, וכך הלאה. נסמן ב־S את שטח המשולש הנתון.

א. הביעו באמצעות S את שטח המשולש שנוצר על ידי קטעי האמצעים של המשולש הנתון.

ב. האיבר הראשון בסדרה a_n שווה ל־S, האיבר השני שווה לשטח המשולש השני, וכן הלאה. הסבירו מדוע הסדרה הנדסית ומצאו את המנה שלה.

ג. ממשיכים את התהליך בלי סוף. הביעו באמצעות S את סכום שטחי כל המשולשים.

ד. חשבו פי כמה גדול שטח המשולש הראשון מסכום שטחי שאר המשולשים.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$\frac{S}{4}$
סעיף ב	$q = \frac{1}{4}$
סעיף ג	$\frac{4S}{3}$
סעיף ד	פי 3

פרק 5 – הקדמה: נוסחה לפי מקום וכלל נסיגה

📐 נוסחאות ומשפטים מהפרק

📐 **נוסחה לפי מקום** $a_n = 3n - 1$

📐 **כלל הנסיגה** $a_{n+1} = 2a_n - 1$

📐 **כלל הנסיגה** $b_{n+1} = b_n + n$

שיעור 25 מהי סדרה – נוסחה לפי מקום

לשיעור ⇐

נתונה סדרה לפי הנוסחה: $a_n = 3n - 1$ (n מספר טבעי: 1, 2, 3, ...).

א. חשבו את שלושת האיברים הראשונים בסדרה ואת האיבר העשירי.

ב. האם המספר 59 הוא איבר בסדרה? אם כן – באיזה מקום הוא נמצא?

ג. האם המספר 100 הוא איבר בסדרה? נמקו.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$a_{10} = 29$, 2 , 5 , 8
סעיף ב	כן, המקום ה־20
סעיף ג	לא

שיעור 26 כלל נסיגה

לשיעור ⇐

סדרה מוגדרת על ידי כלל הנסיגה: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2a_n - 1$.

א. הסבירו במילים מה אומר כלל הנסיגה.

ב. חשבו את a_2 , a_3 , a_4 , a_5.

סדרה אחרת מוגדרת כך: $b_{n+1} = b_n + n \, , \, b_1 = 1$.

ג. חשבו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה b_n.

✅ **תשובות סופיות**

סעיף א	כל איבר = פי 2 מהקודם פחות 1
סעיף ב	$3 \, , \, 5 \, , \, 9 \, , \, 17$
סעיף ג	$1 \, , \, 2 \, , \, 4 \, , \, 7$

פרק 6 – כלל נסיגה ושילוב סדרה חשבונית והנדסית

📐 **נוסחאות ומשפטים מהפרק**

📐 **כלל הנסיגה** $a_{n+1} = 3a_n - 2$

📐 **כלל הנסיגה** $a_{n+1} = 4a_n - 3n$

📐 **ממוצע חשבוני** $b = \frac{a+c}{2}$

שיעור 27 כלל נסיגה שיוצר סדרה חשבונית חדשה

לשיעור ⇐

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה: $a_{n+1} = 3a_n - 2 \, , \, a_1 = 12$.

א. חשבו את a_2 ואת a_3.

ב. נתונים המספרים: $a_1 - 2 \, , \, a_2 - 4 \, , \, a_3 - x$.

(1) מצאו את ערכו של x שבעבורו שלושת המספרים הם שלושה איברים ראשונים בסדרה חשבונית.

(2) בסדרה החשבונית יש 40 איברים. חשבו את סכום האיברים במקומות הזוגיים.

✅ **תשובות סופיות**

סעיף א	$34 \, , \, 100$
סעיף ב(1)	$x = 50$
סעיף ב(2)	$-7{,}000$

שיעור 28 כלל נסיגה וסדרה הנדסית אין־סופית

לשיעור ⇐

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה: $a_{n+1} = 4a_n - 3n \, , \, a_5 = 8$.

א. (1) מצאו את a_6 ואת a_4. (2) האם הסדרה a_n הנדסית? נמקו.

ב. מגדירים סדרה הנדסית אין־סופית $b_1 \, , \, b_2 \, , \, b_3 \, , \, \ldots$ שני האיברים הראשונים שלה מקיימים: $b_1 = a_5 \, , \, b_2 = a_4$. חשבו את סכום הסדרה ההנדסית האין־סופית.

✅ **תשובות סופיות**

סעיף א(1)	$a_4 = 5 \, , \, a_6 = 17$
סעיף א(2)	לא הנדסית
סעיף ב	$\frac{64}{3}$

שיעור 29 ריצה הלוך וחזור – שילוב חשבונית והנדסית

לשיעור ⇐

דנה יוצאת מביתה לריצה. בדקה הראשונה היא עוברת מרחק של 80 מטר. בכל דקה נוספת דנה עוברת מרחק גדול פי 1.02 מן המרחק שעברה בדקה הקודמת.

אחרי 20 דקות של ריצה דנה עוצרת, מסתובבת וחוזרת באותה דרך. הפעם בדקה הראשונה היא עוברת 100 מטר, ובכל דקה נוספת היא עוברת 5 מטר יותר מן המרחק שעברה בדקה הקודמת. דנה מסיימת את הריצה כשהיא מגיעה לביתה.

א. האם תספיק דנה לעבור את הדרך חזרה הביתה ב־10 דקות? נמקו.

ב. באיזו דקה של הדרך חזרה תגיע דנה לביתה?

✅ תשובות סופיות

סעיף א לא

סעיף ב בדקה ה־15

פרק 7 – שאלות בגרות 472 – סדרות

נוסחאות ומשפטים מהפרק

שורש מסדר n $q^n = k \Longrightarrow q = k^{\frac{1}{n}}$

סכום סדרה הנדסית $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$

סכום סדרה חשבונית $S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$

נוסחת השורשים $n_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$

סכום סדרה הנדסית אין־סופית $S = \frac{b_1}{1 - q}\ ,\ |q| < 1$

שורש זוגי $q^4 = b \Longleftarrow q = \pm\sqrt[4]{b}$

סכום סדרה חשבונית $S_n = \frac{n}{2} \cdot [2b_1 + (n - 1)d]$

נוסחת השורשים $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$

האיבר האמצעי $\text{מקום האמצעי} = \frac{n + 1}{2}$

סכום סדרה חשבונית $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

נוסחת השורשים $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

סכום סדרה חשבונית $S_n = \frac{n}{2} \cdot (2a_1 + (n - 1)d)$

סכום סדרה חשבונית $S_n = \frac{n}{2} \cdot [2a_1 + (n - 1)d]$

הכנסה $\text{מחיר לספר} \cdot \text{מספר הספרים}$

ריבוע של מספר שלילי $(-k)^2 = k^2$

חילוק חזקות $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$

איבר כללי בסדרה חשבונית $b_n = b_1 + (n - 1)d$

הפרש סדרה חשבונית $d = a_{n+1} - a_n$

חילוק חזקות $q^{6-3} = q^3 = \frac{q^6}{q^3}$

סדרה הנדסית $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

סדרה חשבונית $a_n = a_1 + (n - 1)d$

שיעור 30 קיץ 2026 מועד ב – שאלה 1

לשיעור ⇐

תלמידי כיתה י"ב1 ותלמידי כיתה י"ב2 בבית ספר מסוים החליטו לערוך מסיבת סיום. כדי לממן את עלות המסיבה הם אספו במשך כמה שבועות בקבוקים ריקים, והעבירו אותם למחזור תמורת כסף.

תלמידי כיתה י"ב1 אספו בקבוקים במשך 5 שבועות. מספר הבקבוקים שהם אספו בכל שבוע גדול פי q ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע שלפניו. מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הרביעי גדול פי 3.375 ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע הראשון.

א. מצאו את הערך של q.

מספר הבקבוקים סך הכול שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הראשון ובשבוע האחרון היה 2,425.

ב. מצאו את מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הראשון.

תלמידי כיתה י"ב2 אספו בקבוקים במשך 18 שבועות. בכל שבוע הם אספו d בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו. בשבוע השני תלמידי כיתה י"ב2 אספו 230 בקבוקים. תלמידי כיתה י"ב2 אספו 6,300 בקבוקים סך הכול.

ג. מצאו את הערך של d.

בעבור כל בקבוק שהעבירו התלמידים למחזור, הם קיבלו 0.3 שקלים. העלות של מסיבת הסיום היא 3,400 שקלים.

ד. האם הסכום הכולל שקיבלו תלמידי שתי הכיתות ממחזור כל הבקבוקים יספיק למימון עלות המסיבה? נמקו את תשובתכם.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$q = 1.5$
סעיף ב	400 בקבוקים
סעיף ג	$d = 16$
סעיף ד	כן – $3,472.5 > 3,400$ שקלים

שיעור 31 קיץ 2026 מועד א – שאלה 1

לשיעור ⇐

לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות גלידה להכין גלידת שוקולד. בכל יום הכינו בחנות 3 ק"ג גלידת שוקולד יותר מביום שלפניו. הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בחנות ביום הראשון וביום הרביעי הייתה 149 ק"ג.

א. מצאו כמה קילוגרמים של גלידת שוקולד הכינו בחנות ביום הראשון.

תהליך הכנת גלידת השוקולד נמשך 16 ימים סך הכול.

ב. מצאו כמה קילוגרמים סך הכול של גלידת שוקולד הכינו בחנות.

לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות להכין גם גלידת וניל. בכל יום הכינו בחנות d ק"ג גלידת וניל יותר מביום שלפניו. תהליך הכנת גלידת הוניל נמשך 16 ימים סך הכול. ביום האחרון הכינו בחנות 115 ק"ג של גלידת וניל. הכמות סך הכול של גלידת הוניל שהכינו בחנות הייתה קטנה ב־480 ק"ג מן הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בה.

ג. מצאו את הערך של d.

לאחר שהסתיים תהליך הכנת גלידת השוקולד וגלידת הוניל, החלו למכור את שני סוגי הגלידה. המכירה נמשכה 5 ימים, ובמהלכה נמכרה כל הגלידה שהכינו בחנות. כמות הגלידה שנמכרה בכל יום הייתה גדולה פי 2 מן הכמות שנמכרה ביום שלפניו.

ד. מצאו כמה קילוגרמים של גלידה נמכרו ביום הראשון.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	70 ק"ג
סעיף ב	1480 ק"ג
סעיף ג	$d = 7$
סעיף ד	80 ק"ג

שיעור 32 חורף 2026 – שאלה 1

לשיעור ⇐

יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך 7 ימים. כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי 2 מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו. ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו 420 ספרים סך הכול.

א. מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.

כל ספר ביריד נמכר ב־50 שקלים.

ב. מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך 7 ימי היריד.

לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום מחצית מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד. מנהל היריד פרס את התרומה לכמה חודשים. בחודש הראשון הוא תרם 4,315 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם 315 שקלים יותר מבחודש שלפניו.

ג. מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.

ד. מצאו מהו סכום הכסף שתרם מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	*60* ספרים
סעיף ב	*381,000* שקלים
סעיף ג	*24* חודשים
סעיף ד	*15,875* שקלים

שיעור 33 קיץ 2025 מועד ב – שאלה 1

לשיעור ⇐

מיכל הפקידה בכל חודש כסף לחיסכון. גובה הפיקדון שהיא העבירה בכל חודש גדול במספר קבוע מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש שלפניו. סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל בחודש הראשון והשני הוא 2,100 שקלים סך הכול. גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש החמישי גדול פי 3 מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש הראשון.

א. מצאו את גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש הראשון.

ב. מצאו לאחר כמה חודשים היה סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל 22,680 שקלים סך הכול.

בחודש ה־12, במקום להפקיד כסף לחיסכון, החליטה מיכל לקנות מקרר שמחירו שווה לגובה הפיקדון שהייתה אמורה להעביר בחודש זה. מיכל שילמה בעבור המקרר בארבעה תשלומים. כל תשלום גדול פי 3 מן התשלום שלפניו.

ג. מצאו את התשלום הראשון.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	*840* שקלים
סעיף ב	*9* חודשים
סעיף ג	*136.5* שקלים

שיעור 34 קיץ 2025 מועד א – שאלה 1

לשיעור ⇐

נתונה סדרה חשבונית A, ובה 57 איברים: $a_1 , a_2 , a_3 , \ldots$ נתון: $a_2 + a_4 = a_6$. האיבר האחרון בסדרה A הוא 171.

א. מצאו את הפרש הסדרה ואת a_1.

נתונה סדרה הנדסית אין־סופית B שאיבריה הם: $b_1 , b_2 , b_3 , \ldots$ נתון: $b_1 = a_6 , b_3 \cdot 3 = a_8$.

ב. מצאו את המנה של הסדרה B (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה B אינה עולה ואינה יורדת.

ג. מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה B.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$a_1 = 3 \ , \ d = 3 =$
סעיף ב	$q = \pm\frac{2}{3}$
סעיף ג	-21.6

שיעור 35 חורף 2025 – שאלה 1

לשיעור ⇐

נתונה סדרה הנדסית A שהמנה שלה היא q, ובה 10 איברים. האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.

א. מצאו את שני הערכים של q.

נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,296, וכי כל איבריה הם חיוביים.

ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.

ג. מצאו את סכום הסדרה B.

בסדרה B יש 32 איברים. נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 16 מן ההפרש שלה.

ד. מצאו את הפרש הסדרה B.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$q = 3$ או $q = -3$
סעיף ב	$a_1 = 4$
סעיף ג	$S_B = 10736$
סעיף ד	$d = 11$

שיעור 36 קיץ 2024 מועד ב – שאלה 1

לשיעור ⇐

נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם: $a_1 \ , \ a_2 \ , \ a_3 \ , \ \ldots$ ובה 23 איברים. נתון: $a_{12} = 7$, הפרש הסדרה הוא 5.

א. מצאו את a_1.

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי־זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם: $b_1 \ , \ b_2 \ , \ b_3 \ , \ \ldots$ וגם בה 23 איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא 3. נסמן את הפרש הסדרה B ב־d. מכל איברי הסדרות A ו־B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם: $a_1 + b_1 \ , \ a_2 + b_2 \ , \ \ldots \ a_3 + b_3 \ , \ \ldots$

ג. (1) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה. (2) הביעו באמצעות d את הפרש הסדרה החדשה. (3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,013. מצאו את d.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$a_1 = -48$
סעיף ב	84

סעיף ג -45

$5 + d$

$d = 11$

שיעור 37 קיץ 2024 מועד א – שאלה 1

לשיעור ⇐

לרכבת מסוימת יש 11 קרונות. ביום א', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון. ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכול.

א. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.

ב. מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.

ג. מצאו כמה נוסעים סך הכול היו בקרונות האי־זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה).

ביום ב' מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי 2 ממספר הנוסעים בה ביום א' ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת. ביום ב', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול ב־3 ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. ביום זה היו בקרון הראשון 5 נוסעים.

ד. מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב'.

✅ תשובות סופיות

סעיף א 10 נוסעים

סעיף ב 20 נוסעים

סעיף ג 120 נוסעים

סעיף ד 5 קרונות

שיעור 38 חורף 2024 – שאלה 1

לשיעור ⇐

במפעל אלקטרוניקה החלו לייצר מחשבים. בכל שבוע כמות המחשבים שייצרו הייתה גדולה במספר קבוע מכמות המחשבים שייצרו בשבוע שלפניו. בשבוע הראשון ייצרו 900 מחשבים. הייצור נמשך 50 שבועות. בתקופה זו ייצרו 167,500 מחשבים סך הכול.

א. בכמה הייתה גדולה כמות המחשבים שייצרו בכל שבוע מן הכמות שייצרו בשבוע שלפניו?

בגמר הייצור מכר המפעל את המחשבים במשך כמה חודשים. כמות המחשבים שנמכרו בכל חודש הייתה גדולה פי q מכמות המחשבים שנמכרו בחודש שלפניו. בחודש ה־4 נמכרו 160 מחשבים. בחודש ה־7 נמכרו 1,280 מחשבים.

ב. כמה מחשבים נמכרו בחודש הראשון?

החודש ה־7 היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.

ג. כמה חודשים נמשכה המכירה?

ד. כמה מן המחשבים שייצרו במפעל לא נמכרו?

✅ תשובות סופיות

סעיף א 100

סעיף ב 20

סעיף ג 13 חודשים

סעיף ד $3,680$

שיעור 39 חורף 2023 (שאלון 471) – שאלה 1

לשיעור ⇐

יוסי רץ במסלול מסוים. בדקה הראשונה הוא רץ 75 מטרים. בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, הוא רץ מרחק הגדול פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה. בתשובותיכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

א. (1) מהו המרחק שרץ יוסי במשך הדקה הרביעית? (2) מהו המרחק הכולל שרץ יוסי במשך ארבע הדקות הראשונות של הריצה?

ב. כתבו נוסחה לחישוב המרחק הכולל שרץ יוסי במשך n הדקות הראשונות של הריצה.

ג. יוסי רוצה לרוץ 2,500 מטרים סך הכול, אך לרשותו עומדות 25 דקות בלבד לעשות זאת. הסבירו מדוע לא יצליח יוסי לעבור 2,500 מטרים ב־25 דקות.

ד. דני רץ באותו המסלול. בדקה הראשונה הוא רץ מרחק מסוים. גם הוא רץ בכל דקה, החל מן הדקה השנייה, מרחק הגדול פי 1.02 מן המרחק שרץ בדקה שקדמה לה. חשבו מהו המרחק הקצר ביותר שעליו לרוץ בדקה הראשונה כדי לעבור מרחק של 2,500 מטרים ב־25 דקות.

✅ תשובות סופיות

סעיף א $309.12\ ;\ 79.59$

סעיף ב $S_n = 3750(1.02^n - 1)$

סעיף ג $2402.27 < 2500 \approx$

סעיף ד $78.05 \approx$ מטר

שיעור 40 קיץ 2022 מועד ב (שאלון 471) – שאלה 1

לשיעור ⇐

נועם התאמן לקראת תחרות שחייה. בכל אימון, החל מן האימון השני, שחה נועם 50 מטר יותר מבאימון שקדם לו. ידוע כי המרחק ששחה נועם באימון השמיני גדול פי 2 מן המרחק ששחה באימון הראשון.

א. מצאו כמה מטרים שחה נועם באימון הראשון.

ב. (1) האם ייתכן שבאחד האימונים שחה נועם 830 מטר בדיוק? נמקו. (2) מצאו באיזה אימון שחה נועם 1,000 מטר בדיוק.

אחרי האימון שבו שחה נועם 1,000 מטר בפעם הראשונה, החליט נועם לשנות את שיטת האימון שלו ולשחות בכל אחד מן האימונים שבאו אחריו 1,000 מטר בדיוק. ידוע כי עד לתחרות שחה נועם בכל האימונים 25,450 מטר סך הכול.

ג. כמה אימונים סך הכול התאמן נועם לקראת התחרות?

✅ תשובות סופיות

סעיף א 350 מטר

סעיף ב (1) **לא**

סעיף ב (2) **האימון ה־14**

סעיף ג 30

שיעור 41 קיץ 2022 מועד א (שאלון 471) – שאלה 1

לשיעור ⇐

נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה: $a_1 = 84\ ,\ a_{n+1} = a_n - 2$.

א. (1) האם הסדרה הנתונה חשבונית או הנדסית? נמקו את תשובתכם. (2) כתבו את נוסחת האיבר הכללי של הסדרה.

ב. (1) כמה איברים חיוביים יש בסדרה? (2) כתבו את ערכו של האיבר השלילי הראשון בסדרה.

נתון כי סכום האיברים השליליים בסדרה שווה ל־-552.

ג. כמה איברים סך הכול יש בסדרה הנתונה?

✅ תשובות סופיות

סעיף א	חשבונית; $a_n = 86 - 2n$
סעיף ב	42 ; -2
סעיף ג	66

© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 3

וקטורים

37 שיעורים בקורס · עמודים 33–57

בפרק הזה

חוברת הקורס – וקטורים שאלון 472 (25 עמודים) עמ' 33

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – וקטורים, שאלון 472

התרגילים של כל 37 השיעורים בקורס, לפי סדר הקורס, עם תשובות סופיות לכל סעיף

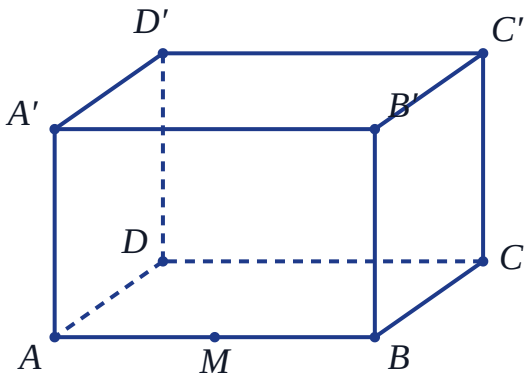
פרק 1 – מושגי יסוד וגופים במרחב (שיעורים 1–2)
פרק 2 – חיבור, חיסור וכפל במספר (סעיפי א מבגרויות) (שיעורים 3–9)
פרק 3 – מכפלה סקלרית: אורך, זווית, ניצבות ושטח (שיעורים 10–18)
פרק 4 – ישר מאונך למישור, גובה ונפח (שיעורים 19–23)
פרק 5 – מערכת צירים במרחב (גישה אלגברית) (שיעורים 24–27)
פרק 6 – 10 שאלות בגרות 472 – וקטורים (שיעורים 28–37)

פרק 1 – מושגי יסוד וגופים במרחב

שיעור 1 מהו וקטור – וקטורים שווים, נגדיים וקולינאריים

לשיעור ⇐

בסרטוט תיבה $ABCDA'B'C'D'$. אורכי המקצועות: $AB = 4$, $BC = 3$, $AA' = 12$. הנקודה M היא אמצע המקצוע AB.



א. רשמו את כל הווקטורים השווים לווקטור $\underline{AB}$ שהתחלתם וסופם בקודקודי התיבה.

ב. רשמו את כל הווקטורים הנגדיים לווקטור $\underline{AA'}$ שהתחלתם וסופם בקודקודי התיבה.

ג. האם הווקטורים $\underline{AM}$ ו־$\underline{AB}$ קולינאריים? הביעו את $\underline{AM}$ ואת $\underline{MB}$ באמצעות $\underline{AB}$.

ד. חשבו את האורך של הווקטור $\underline{AC}$ ואת האורך של הווקטור $\underline{AC'}$.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{A'B'}$, $\underline{DC}$, $\underline{D'C'}$

סעיף ב $\underline{A'A}$, $\underline{B'B}$, $\underline{C'C}$, $\underline{D'D}$

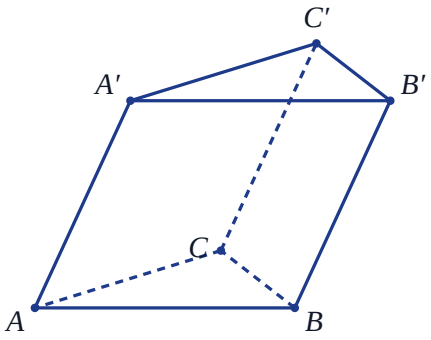
סעיף ג כן, $\underline{AM} = \underline{MB} = \frac{1}{2}\underline{AB}$

סעיף ד 5 , 13

שיעור 2 גופים במרחב – מנסרה ופירמידה

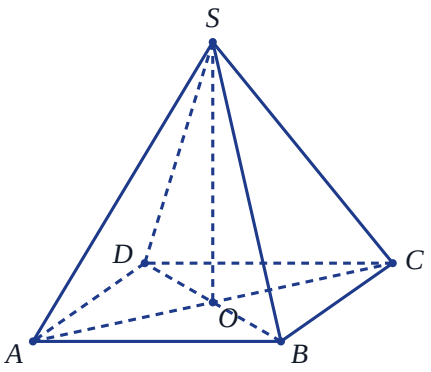
לשיעור ⇐

בסרטוט הראשון מנסרה משולשת $ABCA'B'C'$: הבסיסים ABC ו־$A'B'C'$ הם משולשים חופפים במישורים מקבילים, והמקצועות הצדדיים AA' , BB' , CC' מקבילים ושווים זה לזה.



א. רשמו שני וקטורים השווים לווקטור $\underline{AA'}$, ווקטור השווה לווקטור $\underline{BC}$.

בסרטוט השני פירמידה ישרה $SABCD$ שבסיסה הריבוע $ABCD$. הנקודה O היא מפגש האלכסונים של הבסיס.



ב. (1) רשמו את הווקטור הנגדי ל־$\underline{OA}$ ואת הווקטור הנגדי ל־$\underline{OB}$, שמתחילים בנקודה O. (2) איזה קטע הוא הגובה של הפירמידה? נמקו.

נתון: אורך צלע הבסיס הוא $AB = 6$, ואורך המקצוע הצדדי הוא $SA = 9$.

ג. חשבו את אורך הגובה SO.

ד. חשבו את נפח הפירמידה.

תשובות סופיות

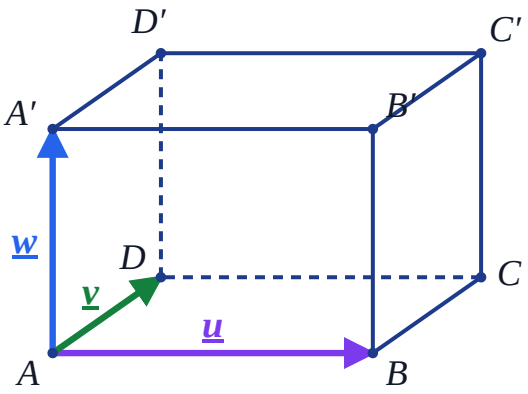
סעיף א	$\underline{B'C'}$; $\underline{BB'}$, $\underline{CC'}$
סעיף ב	(1) $\underline{OD}$, $\underline{OC}$ (2) SO
סעיף ג	$3\sqrt{7} \approx 7.94$
סעיף ד	$36\sqrt{7} \approx 95.25$

פרק 2 – חיבור, חיסור וכפל במספר (סעיפי א מבגרויות)

שיעור 3 חיבור וחיסור וקטורים בתיבה

לשיעור ⇐

בסרטוט תיבה $ABCDA'B'C'D'$. נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{AD} = \underline{v}$, $\underline{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו־$\underline{v}$ את אלכסוני הבסיס $\underline{AC}$ ו־$\underline{BD}$.

ב. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את האלכסון של התיבה $\underline{AC'}$.

ג. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטור $\underline{B'D}$.

ד. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטור $\underline{CA'}$.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{AC} = \underline{u} + \underline{v}$

$\underline{BD} = -\underline{u} + \underline{v}$

סעיף ב $\underline{AC'} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$

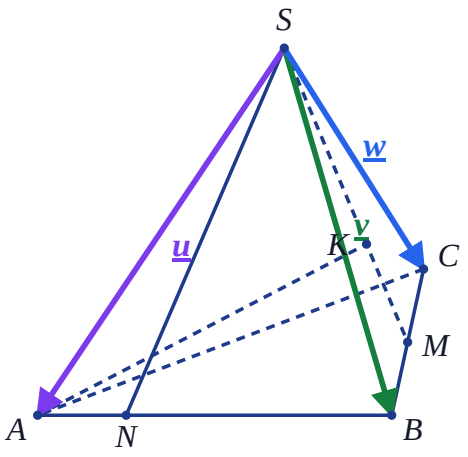
סעיף ג $\underline{B'D} = -\underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$

סעיף ד $\underline{CA'} = -\underline{u} - \underline{v} + \underline{w}$

שיעור 4 כפל במספר – אמצע קטע ונקודה שמחלקת קטע

לשיעור ⇐

בסרטוט פירמידה משולשת $SABC$. נסמן: $\underline{SA} = \underline{u}$, $\underline{SB} = \underline{v}$, $\underline{SC} = \underline{w}$. הנקודה M היא אמצע המקצוע BC.



א. הביעו את $\underline{BC}$ באמצעות $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$.

ב. הביעו את $\underline{SM}$ באמצעות $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$.

הנקודה K נמצאת על הקטע SM כך ש־$SK : KM = 2 : 1$.

ג. הביעו את $\underline{SK}$ ואת $\underline{AK}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$.

הנקודה N נמצאת על המקצוע AB כך ש־$AN : NB = 1 : 3$.

ד. הביעו את $\underline{SN}$ באמצעות $\underline{u}$ ו־$\underline{v}$.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{BC} = \underline{w} - \underline{v}$

סעיף ב $\underline{SM} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$

סעיף ג $\underline{SK} = \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$

$\underline{AK} = -\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$

סעיף ד $\underline{SN} = \frac{3}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v}$

שיעור 5 הבעת וקטורים במנסרה שבסיסה מעוין – בגרות חורף 2022 נבצרים

לשיעור ⇐

במנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין. נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\sphericalangle BAD = 60$ מעלות, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$. הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\underline{AA'} = \underline{w}$, $\underline{AB} = \underline{v}$, $\underline{AD} = \underline{u}$.

א. הבע את הווקטורים $\underline{B'A}$ ו־$\underline{B'E}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{B'A} = -\underline{v} - \underline{w}$

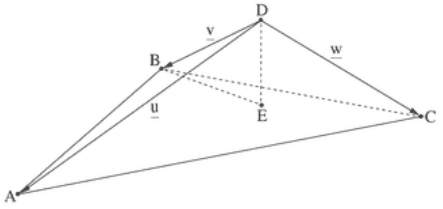
$\underline{B'E} = \underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v}$

שיעור 6 הבעת וקטורים בפירמידה משולשת – בגרות קיץ 2023 מועד א'

לשיעור ⇐

בפירמידה המשולשת $ABCD$ המקצועות AD, BD ו־CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט). הנקודה E נמצאת על המישור ABC, ומתקיים: $\underline{BE} = \frac{1}{9}\underline{BA} + \frac{4}{9}\underline{BC}$.

נסמן: $\underline{DA} = \underline{u}$, $\underline{DB} = \underline{v}$, $\underline{DC} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\underline{BA}$, $\underline{BC}$, $\underline{DE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{BA} = \underline{u} - \underline{v}$

$\underline{BC} = \underline{w} - \underline{v}$

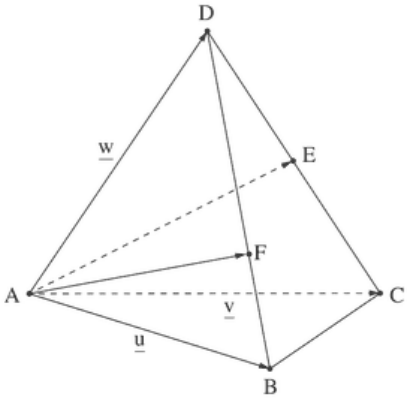
$\underline{DE} = \frac{1}{9}\underline{u} + \frac{4}{9}\underline{v} + \frac{4}{9}\underline{w}$

שיעור 7 אמצע מקצוע ונקודה שמחלקת מקצוע – בגרות קיץ 2022 מועד ב'

לשיעור ⇐

בפירמידה המשולשת $ABCD$ הפאות ABD ו־ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט). הנקודה E היא אמצע המקצוע CD. הנקודה F נמצאת על המקצוע BD ומחלקת אותו ביחס של $BF : FD = 1 : 2$.

נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{AC} = \underline{v}$, $\underline{AD} = \underline{w}$. נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 6$, $\sphericalangle BAC = 45$ מעלות.



ב. (1) הביעו את הווקטורים $\underline{CD}$ ו־$\underline{BD}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ (אם יש צורך). (2) הביעו את הווקטורים $\underline{AE}$ ו־$\underline{AF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ (אם יש צורך).

תשובות סופיות

סעיף ב (1) $\underline{CD} = \underline{w} - \underline{v}$

$\underline{BD} = \underline{w} - \underline{u}$

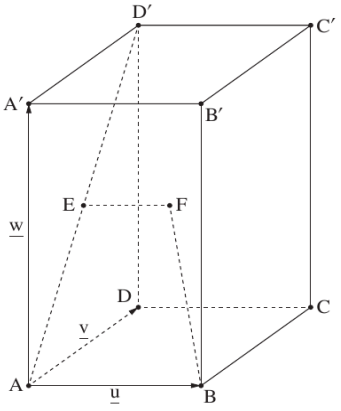
סעיף ב (2) $\underline{AE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$

$= \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{w}$ $\underline{AF}$

שיעור 8 הבעת וקטורים בתיבה והוכחה – בגרות חורף 2023

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCDA'B'C'D'$. הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA'D'D$.



נסמן: $\underline{AA'} = \underline{w}$, $\underline{AD} = \underline{v}$, $\underline{AB} = \underline{u}$. הנקודה F מקיימת: $\underline{EF} = \frac{1}{2}\underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\underline{BD'}$ ו־$\underline{AE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (2) הוכיחו: $\underline{BF} = \frac{1}{2}\underline{BD'}$.

תשובות סופיות

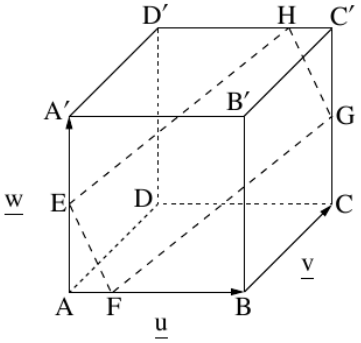
סעיף א (1) $\underline{BD'} = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$

$\underline{AE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$

סעיף א (2) הוכחה

שיעור 9 הבעת וקטורים בקובייה – האם זו מקבילית? – בגרות קיץ 2022 מועד א׳

לשיעור ⇐



נתונה הקובייה $ABCDA'B'C'D'$ (ראו ציור). הנקודות E ו־G הן אמצעי המקצועות AA' ו־CC' בהתאמה. הנקודה F מקיימת $\underline{AF} = \frac{1}{4}\underline{AB}$. הנקודה H מקיימת $\underline{D'H} = \frac{3}{4}\underline{D'C'}$. נסמן: $\underline{AA'} = \underline{w}$, $\underline{BC} = \underline{v}$, $\underline{AB} = \underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\underline{EF}$, $\underline{FG}$, $\underline{HG}$ ו־$\underline{EH}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (2) האם המרובע $EFGH$ הוא מקבילית? נמקו.

תשובות סופיות

סעיף א

$\underline{EF} = \underline{HG}$

$= \frac{1}{4}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{w}$

$\underline{FG} = \underline{EH}$

$= \frac{3}{4}\underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$

כן

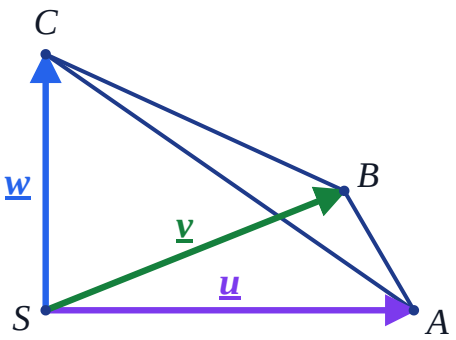
פרק 3 – מכפלה סקלרית: אורך, זווית, ניצבות ושטח

שיעור 10 מכפלה סקלרית – חישוב, אורך, ניצבות וזווית

לשיעור ⇐

בפירמידה $SABC$ נסמן: $\underline{SA} = \underline{u}$, $\underline{SB} = \underline{v}$, $\underline{SC} = \underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}| = 4$, $|\underline{v}| = 3$, $|\underline{w}| = 2$, $\sphericalangle ASB = 60$ מעלות, והמקצוע SC מאונך למקצועות SA ו־SB.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות $\underline{v}\cdot\underline{u}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$, $\underline{w}\cdot\underline{v}$.

ב. הביעו את $\underline{AB}$ באמצעות $\underline{u}$ ו־$\underline{v}$, וחשבו את האורך של $\underline{AB}$.

ג. הראו כי AB מאונך ל־SC.

ד. חשבו את גודל הזווית SAB.

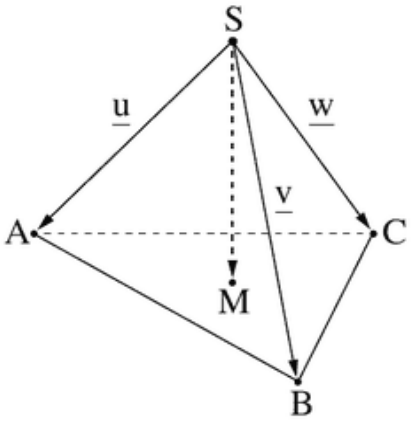
ה. חשבו את שטח המשולש ASB.

תשובות סופיות

סעיף א	$\underline{u}\cdot\underline{v}=6$, $\underline{u}\cdot\underline{w}=0$, $\underline{w}\cdot\underline{v}=0$
סעיף ב	$\sqrt{13}\approx 3.61$
סעיף ג	הוכח
סעיף ד	≈ 46.10 מעלות
סעיף ה	$3\sqrt{3}\approx 5.20$

שיעור 11 מכפלות סקלריות בפירמידה ישרה – בגרות חורף 2022

לשיעור ⇐



נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט). אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\sphericalangle ASB=\sphericalangle BSC=\sphericalangle ASC=30$ מעלות.

נסמן: $\underline{SA}=\underline{u}$, $\underline{SB}=\underline{v}$, $\underline{SC}=\underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC. ידוע כי $\underline{SM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$.

א. חשב את המכפלות הסקלריות: $\underline{u}\cdot\underline{v}$, $\underline{v}\cdot\underline{w}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$.

תשובות סופיות

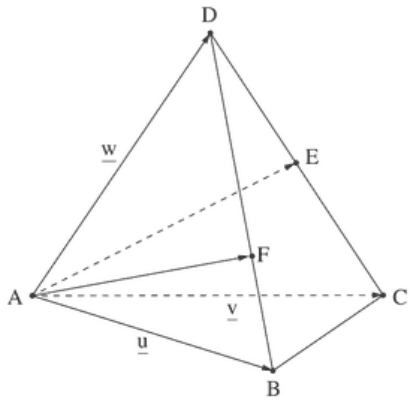
סעיף א	$\frac{9\sqrt{3}}{2}\approx 7.79$ (לכל שלוש המכפלות)

שיעור 12 מכפלות סקלריות בפירמידה משולשת – בגרות קיץ 2022 מועד ב'

לשיעור ⇐

בפירמידה המשולשת $ABCD$ הפאות ABD ו־ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט). הנקודה E היא אמצע המקצוע CD. הנקודה F נמצאת על המקצוע BD ומחלקת אותו ביחס של $BF:FD=1:2$.

נסמן: $\underline{AB}=\underline{u}$, $\underline{AC}=\underline{v}$, $\underline{AD}=\underline{w}$. נתון: $|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|=6$, $\sphericalangle BAC=45$ מעלות.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניכם: $\underline{v}\cdot\underline{u}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$, $\underline{w}\cdot\underline{v}$.

תשובות סופיות

סעיף א $18\sqrt{2}$, 18 , 18

שיעור 13 נכון או לא נכון – ניצבות – בגרות חורף 2022 נבצרים

לשיעור ⇐

במנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין. נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\sphericalangle BAD = 60$ מעלות, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$. הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\underline{AA'} = \underline{w}$, $\underline{AB} = \underline{v}$, $\underline{AD} = \underline{u}$.

א. הבע את הווקטורים $\underline{B'A}$ ו־$\underline{B'E}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (פתרנו בשיעור 5)

ב. לפניך שלוש טענות (1–3). קבע אלו מהטענות נכונות. נמק. (1) $\underline{u}\cdot\underline{v} = 0$ (2) $\underline{u}\cdot\underline{w} = 0$ (3) $\underline{B'A}$ מאונך ל־$\underline{B'E}$.

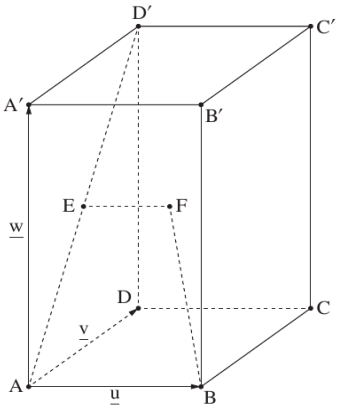
תשובות סופיות

סעיף ב (1) **לא נכונה**, (2) ו־(3) **נכונות**

שיעור 14 מקביל ומאונך בתיבה – בגרות חורף 2023

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCDA'B'C'D'$. הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA'D'D$.



נסמן: $\underline{AA'} = \underline{w}$, $\underline{AD} = \underline{v}$, $\underline{AB} = \underline{u}$. הנקודה F מקיימת: $\underline{EF} = \frac{1}{2}\underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\underline{BD'}$ ו־$\underline{AE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (2) הוכיחו: $\underline{BF} = \frac{1}{2}\underline{BD'}$. (פתרנו בשיעור 8)

ב. (1) הסבירו מדוע EF מקביל ל־AB. (2) הוכיחו: AB מאונך ל־AE.

תשובות סופיות

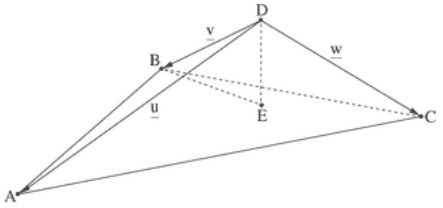
סעיף ב הוכחות: $EF \parallel AB \;,\; AE \perp AB$

שיעור 15 אורכים, זווית ושטח משולש – בגרות קיץ 2023 מועד א׳

לשיעור ⇐

בפירמידה המשולשת $ABCD$ המקצועות AD, BD ו־CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט). הנקודה E נמצאת על המישור ABC, ומתקיים: $\underline{BE} = \frac{1}{9}\underline{BA} + \frac{4}{9}\underline{BC}$.

נסמן: $\underline{DA} = \underline{u}$, $\underline{DB} = \underline{v}$, $\underline{DC} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\underline{BA}$, $\underline{BC}$, $\underline{DE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (פתרנו בשיעור 6)

נתון: $|\underline{u}| = 2$, $|\underline{w}| = |\underline{v}| = 1$.

ב. (1) חשבו את אורכי המקצועות BA ו־BC. (2) חשבו את גודל הזווית ABC. (3) חשבו את שטח המשולש ABC.

תשובות סופיות

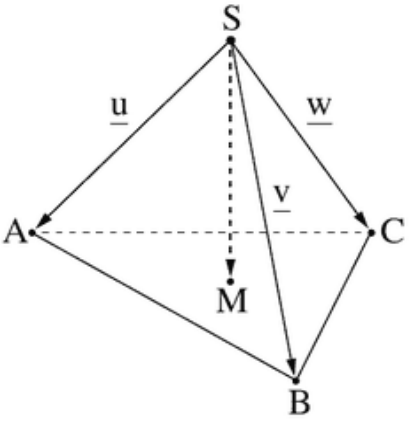
סעיף ב (1) $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$

סעיף ב (2) ≈ 71.57 מעלות

סעיף ב (3) 1.5

שיעור 16 הבעה, אורכים וזווית בפירמידה ישרה – בגרות חורף 2022

לשיעור ⇐



נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט). אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\sphericalangle ASB = \sphericalangle BSC = \sphericalangle ASC = 30$ מעלות.

נסמן: $\underline{SA} = \underline{u}$, $\underline{SB} = \underline{v}$, $\underline{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC. ידוע כי $\underline{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

א. חשב את המכפלות הסקלריות: $\underline{w}\cdot\underline{u}$, $\underline{w}\cdot\underline{v}$, $\underline{v}\cdot\underline{u}$. (פתרנו בשיעור 11)

ב. (1) הבע את הווקטורים $\underline{AB}$ ו־$\underline{AC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (2) חשב את אורכי הווקטורים $\underline{AB}$ ו־$\underline{AC}$. (3) מצא את גודל הזווית BAC.

תשובות סופיות

סעיף ב $\underline{AB}=\underline{v}-\underline{u}$, $\underline{AC}=\underline{w}-\underline{u}$

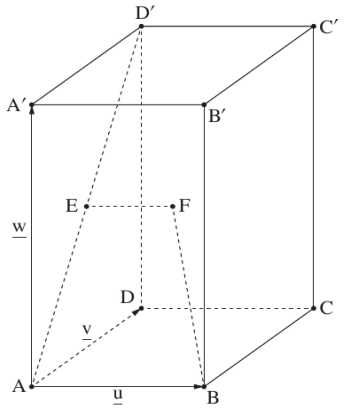
$|\underline{AB}|=|\underline{AC}|\approx 1.55=\sqrt{18-9\sqrt{3}}$

$\sphericalangle BAC=60$ מעלות

שיעור 17 אורך מנפח, אורך וקטור וזוויות במרובע – בגרות חורף 2023

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCDA'B'C'D'$. הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA'D'D$.



נסמן: $\underline{AA'}=\underline{w}$, $\underline{AD}=\underline{v}$, $\underline{AB}=\underline{u}$. הנקודה F מקיימת: $\underline{EF}=\frac{1}{2}\underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\underline{BD'}$ ו־$\underline{AE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (2) הוכיחו: $\underline{BF}=\frac{1}{2}\underline{BD'}$. (פתרנו בשיעור 8)

ב. (1) הסבירו מדוע EF מקביל ל־AB. (2) הוכיחו: AB מאונך ל־AE. (פתרנו בשיעור 14)

נתון: בסיס התיבה $ABCD$ הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 2. נפח התיבה הוא 16.

ג. (1) חשבו את אורך המקצוע הצדדי של התיבה. (2) חשבו את אורך הווקטור $\underline{BF}$.

ד. (1) חשבו את גודל הזווית ABF. (2) מצאו את הגדלים של שאר הזוויות של המרובע $AEFB$.

תשובות סופיות

סעיף ג (1) 4

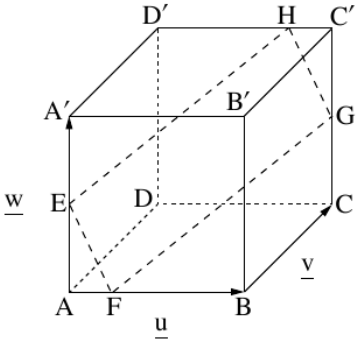
סעיף ג (2) $\sqrt{6}\approx 2.45$

סעיף ד (1) $65.91\approx$ **מעלות**

סעיף ד (2) $90\ ,\ 90\ ,\ 114.09$ **מעלות**

שיעור 18 אורכים, זווית ושטח מרובע בקובייה – בגרות קיץ 2022 מועד א'

לשיעור ⇐



נתונה הקובייה $ABCDA'B'C'D'$ (ראו ציור). הנקודות E ו־G הן אמצעי המקצועות AA' ו־CC' בהתאמה. הנקודה F מקיימת $\underline{AF} = \frac{1}{4}\underline{AB}$. הנקודה H מקיימת $\underline{D'H} = \frac{3}{4}\underline{D'C'}$. נסמן: $\underline{AA'} = \underline{w}$, $\underline{BC} = \underline{v}$, $\underline{AB} = \underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\underline{EF}$, $\underline{FG}$, $\underline{HG}$ ו־$\underline{EH}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (2) האם המרובע $EFGH$ הוא מקבילית? נמקו. (פתרנו בשיעור 9)

הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512.

ב. (1) מצאו את אורך המקצוע של הקובייה. (2) מצאו את אורכי הווקטורים $\underline{EF}$ ו־$\underline{EH}$.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית HEF. (2) מצאו את שטח המרובע $EFGH$.

תשובות סופיות

סעיף ב 8

$\sqrt{20}$, $\sqrt{116}$

סעיף ג 94.76 מעלות

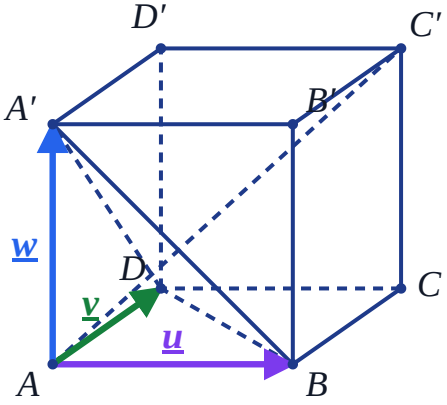
48

פרק 4 – ישר מאונך למישור, גובה ונפח

שיעור 19 ישר מאונך למישור – אלכסון הקובייה

לשיעור ⇐

בסרטוט קובייה $ABCDA'B'C'D'$ שאורך המקצוע שלה 2. נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{AD} = \underline{v}$, $\underline{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטורים $\underline{AC'}$, $\underline{A'B}$, $\underline{BD}$.

ב. חשבו את המכפלות הסקלריות $\underline{v} \cdot \underline{u}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{u}$, $\underline{v} \cdot \underline{v}$.

ג. הוכיחו כי האלכסון AC' מאונך למישור $A'BD$.

ד. חשבו את אורך האלכסון AC'.

ה. חשבו את נפח הפירמידה $A'ABD$.

תשובות סופיות

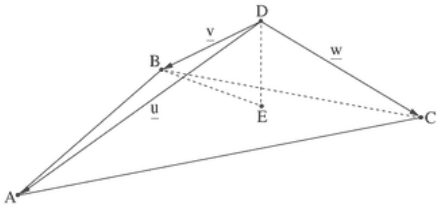
סעיף א	$\underline{AC'} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ $\underline{A'B} = \underline{u} - \underline{w}$ $\underline{BD} = \underline{v} - \underline{u}$
סעיף ב	$0\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 4$
סעיף ג	הוכח
סעיף ד	$2\sqrt{3} \approx 3.46$
סעיף ה	$\frac{4}{3}$

שיעור 20 וקטור מאונך למישור ונפח פירמידה – בגרות קיץ 2023 מועד א׳

לשיעור ⇐

בפירמידה המשולשת $ABCD$ המקצועות AD, BD ו־CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט). הנקודה E נמצאת על המישור ABC, ומתקיים: $\underline{BE} = \frac{1}{9}\underline{BA} + \frac{4}{9}\underline{BC}$.

נסמן: $\underline{DA} = \underline{u}$, $\underline{DB} = \underline{v}$, $\underline{DC} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\underline{BA}$, $\underline{BC}$, $\underline{DE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (פתרנו בשיעור 6)

נתון: $|\underline{u}| = 2$, $|\underline{w}| = |\underline{v}| = 1$.

ב. (1) חשבו את אורכי המקצועות BA ו־BC. (2) חשבו את גודל הזווית ABC. (3) חשבו את שטח המשולש ABC. (פתרנו בשיעור 15)

ג. הוכיחו כי הווקטור $\underline{DE}$ מאונך למישור ABC.

ד. חשבו את נפח הפירמידה $ABCD$.

תשובות סופיות

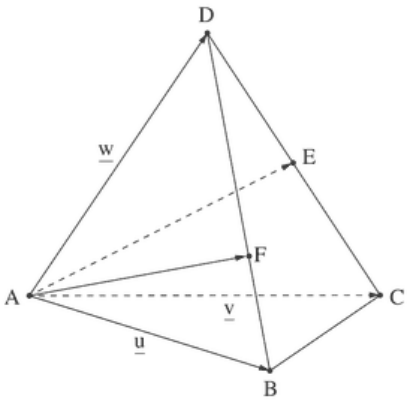
סעיף ג	הוכחה
סעיף ד	$\frac{1}{3}$

שיעור 21 האם הישר מאונך למישור? – בגרות קיץ 2022 מועד ב׳

לשיעור ⇐

בפירמידה המשולשת $ABCD$ הפאות ABD ו־ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט). הנקודה E היא אמצע המקצוע CD. הנקודה F נמצאת על המקצוע BD ומחלקת אותו ביחס של $BF : FD = 1 : 2$.

נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{AC} = \underline{v}$, $\underline{AD} = \underline{w}$. נתון: $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 6$, $\measuredangle BAC = 45$ מעלות.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניכם: $\underline{v}\cdot\underline{u}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$, $\underline{w}\cdot\underline{v}$. (פתרנו בשיעור 12)

ב. (1) הביעו את הווקטורים $\underline{CD}$ ו־$\underline{BD}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ (אם יש צורך). (2) הביעו את הווקטורים $\underline{AE}$ ו־$\underline{AF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ (אם יש צורך). (פתרנו בשיעור 7)

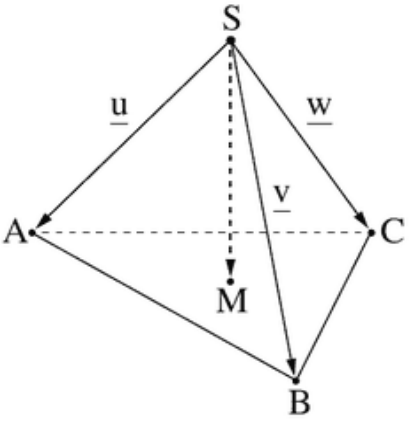
ג. לפניכם שלוש טענות (1)–(3). קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות. נמקו את כל תשובותיכם. (1) CD מאונך ל־AE. (2) CD מאונך ל־AF. (3) CD מאונך למישור EAF.

תשובות סופיות

סעיף ג (1) *נכונה* ; (2) לא ; (3) לא

שיעור 22 גובה פירמידה ישרה ונפח – בגרות חורף 2022

לשיעור ⇐



נתונה פירמידה ישרה $SABC$ שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט). אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\sphericalangle ASB = \sphericalangle BSC = \sphericalangle ASC = 30$ מעלות.

נסמן: $\underline{SA} = \underline{u}$, $\underline{SB} = \underline{v}$, $\underline{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC. ידוע כי $\underline{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

א. חשב את המכפלות הסקלריות: $\underline{u}\cdot\underline{w}$, $\underline{w}\cdot\underline{v}$, $\underline{v}\cdot\underline{u}$. (פתרנו בשיעור 11)

ב. (1) הבע את הווקטורים $\underline{AB}$ ו־$\underline{AC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (2) חשב את אורכי הווקטורים $\underline{AB}$ ו־$\underline{AC}$. (3) מצא את גודל הזווית BAC. (פתרנו בשיעור 16)

ג. הראה כי SM מאונך למישור ABC.

נסמן: $SM = m$.

ד. הבע את נפח הפירמידה $SABC$ באמצעות m.

תשובות סופיות

סעיף ג הוכחה: $\underline{SM}\cdot\underline{AB}=0$, $\underline{SM}\cdot\underline{AC}=0$

סעיף ד $V=\frac{6\sqrt{3}-9}{4}\,m\approx 0.348m$

שיעור 23 גובה מנסרה ישרה, אורך ושטח – בגרות חורף 2022 נבצרים

לשיעור ⇐

במנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין. נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\sphericalangle BAD=60$ מעלות, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$. הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\underline{AA'}=\underline{w}$, $\underline{AB}=\underline{v}$, $\underline{AD}=\underline{u}$.

א. הבע את הווקטורים $\underline{B'A}$ ו־$\underline{B'E}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (פתרנו בשיעור 5)

ב. לפניך שלוש טענות (1–3). קבע אלו מהטענות נכונות. נמק. (1) $\underline{v}\cdot\underline{u}=0$ (2) $\underline{w}\cdot\underline{u}=0$ (3) $\underline{B'A}$ מאונך ל־$\underline{B'E}$. (פתרנו בשיעור 13)

ג. חשב את אורך הגובה של המנסרה.

ד. (1) חשב את אורך הווקטור $\underline{B'E}$. (2) חשב את שטח המשולש $AB'E$.

תשובות סופיות

סעיף ג 4

סעיף ד (1) $\sqrt{3}$

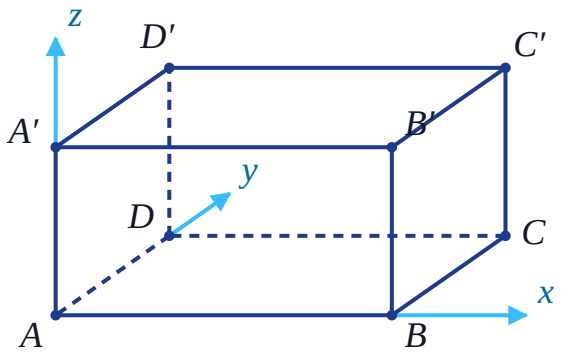
סעיף ד (2) $\sqrt{15}\approx 3.87$

פרק 5 – מערכת צירים במרחב (גישה אלגברית)

שיעור 24 מערכת צירים במרחב – שיעורי נקודות ווקטורים

לשיעור ⇐

התיבה $ABCDA'B'C'D'$ ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד A נמצא בראשית הצירים, והקודקודים B , D , A' נמצאים על החלק החיובי של ציר ה־x, של ציר ה־y ושל ציר ה־z בהתאמה. נתון: $AB=4$, $AD=3$, $AA'=2$.



א. כתבו את השיעורים של כל קודקודי התיבה.

ב. הנקודה M היא אמצע המקצוע $B'C'$. מצאו את שיעורי M.

ג. מצאו את הווקטורים $\underline{AM}$ ו־$\underline{DB'}$.

ד. חשבו את $\underline{AM} + \underline{DB'}$, את $2\underline{DB'}$ ואת האורך של $\underline{DB'}$.

תשובות סופיות

סעיף א $A(0,0,0)$ $B(4,0,0)$ $C(4,3,0)$ $D(0,3,0)$
$A'(0,0,2)$ $B'(4,0,2)$ $C'(4,3,2)$ $D'(0,3,2)$

סעיף ב $M(4,1.5,2)$

סעיף ג $\underline{AM} = (4,1.5,2)$
$\underline{DB'} = (4,-3,2)$

סעיף ד $(8,-1.5,4)$, $(8,-6,4)$, $\sqrt{29}$

שיעור 25 מכפלה סקלרית בגישה אלגברית – אורך, זווית, ניצבות ושטח

לשיעור ⇐

נתונות הנקודות $A(2,1,0)$, $B(4,3,1)$, $C(0,3,4)$.

א. מצאו את הווקטורים $\underline{AB}$ ו־$\underline{AC}$.

ב. חשבו את האורכים של $\underline{AB}$ ושל $\underline{AC}$.

ג. חשבו את גודל הזווית BAC.

ד. מצאו את k שבעבורו הווקטור $(k,3,2)$ מאונך לווקטור $\underline{AB}$.

ה. חשבו את שטח המשולש ABC.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{AB} = (2,2,1)$
$\underline{AC} = (-2,2,4)$

סעיף ב $\sqrt{24} \approx 4.90$, 3

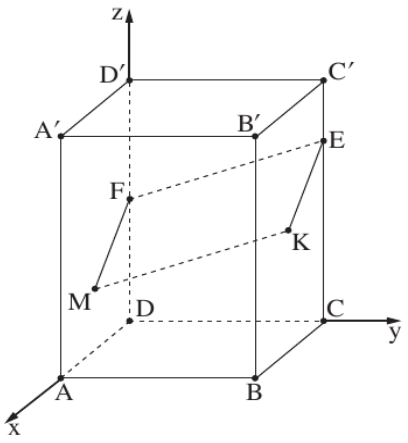
סעיף ג $74.21 \approx$ מעלות

סעיף ד $k = -4$

סעיף ה ≈ 7.07

שיעור 26 תיבה במערכת צירים – שיעורי נקודות – בגרות קיץ 2023 מועד ב׳

לשיעור ⇐



תיבה ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים. הקודקודים A , C , D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה־x, של ציר ה־y ושל ציר ה־z בהתאמה (ראו סרטוט). נתון: $DC = 5$, $AD = 2$, נפח התיבה הוא 80.

א. (1) מצאו את שיעורי הקודקוד D'. (2) כתבו את השיעורים של הקודקודים A , B , C , C'.

נתון: הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת $CE = \frac{3}{4}CC'$. הנקודה F היא אמצע המקצוע DD'. הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה $BB'C'C$. הנקודה M נמצאת על הפאה $AA'D'D$ ומקיימת: המרובע $FEKM$ הוא מקבילית.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות E , F , K.

תשובות סופיות

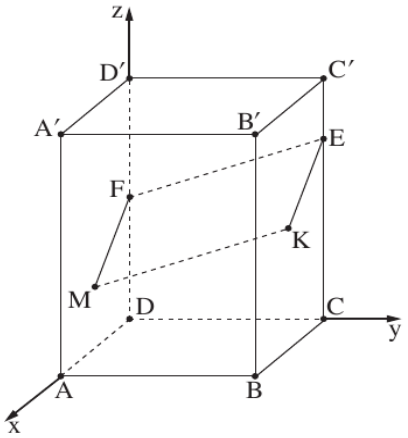
סעיף א $D'(0 , 0 , 8)$

$A(2 , 0 , 0) , B(2 , 5 , 0) , C(0 , 5 , 0) , C'(0 , 5 , 8)$

סעיף ב $E(0 , 5 , 6) , F(0 , 0 , 4) , K(1 , 5 , 4)$

שיעור 27 זווית, שטח מקבילית ויחס שטחים – בגרות קיץ 2023 מועד ב׳

לשיעור ⇐



תיבה ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים. הקודקודים A , C , D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה־x, של ציר ה־y ושל ציר ה־z בהתאמה (ראו סרטוט). נתון: $DC = 5$, $AD = 2$, נפח התיבה הוא 80.

א. (1) מצאו את שיעורי הקודקוד D'. (2) כתבו את השיעורים של הקודקודים A , B , C , C'. (פתרנו בשיעור 26)

נתון: הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת $CE = \frac{3}{4}CC'$. הנקודה F היא אמצע המקצוע DD'. הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה $BB'C'C$. הנקודה M נמצאת על הפאה $AA'D'D$ ומקיימת: המרובע $FEKM$ הוא מקבילית.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות E , F , K. (פתרנו בשיעור 26)

ג. (1) חשבו את גודל הזווית FEK. (2) חשבו את שטח המקבילית $FEKM$.

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M. (2) הסבירו מדוע הנקודות F , M , A נמצאות על אותו ישר. (3) חשבו פי כמה שטח המקבילית $FEKM$ גדול משטח המשולש AMK.

תשובות סופיות

סעיף ג 70.6 מעלות

$\sqrt{129} \approx 11.36$

סעיף ד $M(1 , 0 , 2)$

הסבר

פי 2

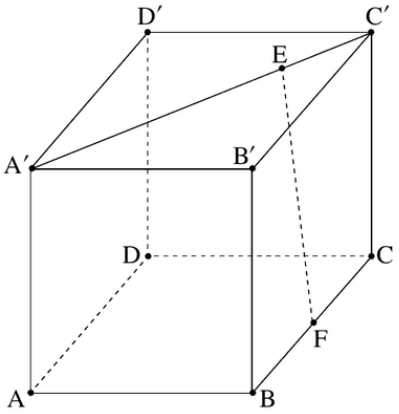
פרק 6 – 10 שאלות בגרות 472 – וקטורים

שיעור 28 בגרות קיץ 2026 מועד ב' – וקטורים בתיבה שבסיסה ריבוע

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע. הנקודה F היא אמצע המקצוע BC. הנקודה E נמצאת על האלכסון $A'C'$, כך שמתקיים $\underline{A'E} = \frac{3}{4}\underline{A'C'}$.

נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{BC} = \underline{v}$, $\underline{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטורים $\underline{A'E}$ ו־$\underline{FE}$.

נתון כי אורך מקצוע הבסיס הוא 4.

ב. חשבו את האורך של הווקטור $\underline{A'E}$.

נתון: $|\underline{FE}| = |\underline{A'E}|$.

ג. הראו כי התיבה היא קובייה.

ד. (1) הראו כי $\underline{FE}$ מאונך ל־$\underline{A'C'}$. (2) חשבו את שטח המשולש $A'FC'$.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{A'E} = \frac{3}{4}\underline{v} + \frac{3}{4}\underline{u}$

$\underline{FE} = \underline{w} + \frac{1}{4}\underline{v} + \frac{1}{4}\underline{u} =$

סעיף ב $3\sqrt{2} \approx 4.24$

סעיף ג גובה 4 = מקצוע הבסיס ← קובייה

סעיף ד (1) המכפלה הסקלרית 0 ← מאונכים

סעיף ד (2) $S = 12$

שיעור 29 בגרות קיץ 2026 מועד א' – וקטורים במרחב: פירמידה ABCS

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCS$. המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC. הנקודה E היא אמצע המקצוע BS. הנקודה F נמצאת על המקצוע BC כך ש־$BF = \frac{2}{3}BC$.

נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{AC} = \underline{v}$, $\underline{AS} = \underline{w}$

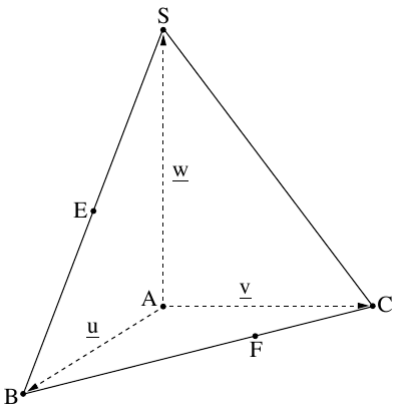
א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטורים האלה: $\underline{AF}$, $\underline{AE}$, $\underline{BS}$, $\underline{BC}$.

נתון: $\sphericalangle BAC = 120$ מעלות, $|\underline{w}| = 8$, $|\underline{v}| = |\underline{u}| = 6$.

ב. חשבו את נפח הפירמידה.

ג. (1) מצאו את הערך של $\underline{u}\cdot\underline{v}$. (2) הוכיחו כי $\underline{AE}$ מאונך ל־$\underline{AF}$.

ד. (1) מצאו את הערך של $|\underline{AF}|$. (2) חשבו את שטח המשולש EAF.



תשובות סופיות

סעיף א

$$\underline{BC}=-\underline{u}+\underline{v}$$
$$\underline{BS}=-\underline{u}+\underline{w}$$
$$\underline{AE}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{w}$$
$$\underline{AF}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{2}{3}\underline{v}$$

סעיף ב $V=24\sqrt{3}\approx 41.57$

סעיף ג (1) $\underline{u}\cdot\underline{v}=-18$

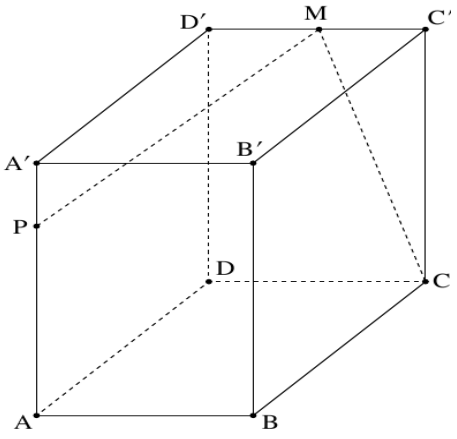
סעיף ג (2) $\underline{AE}\cdot\underline{AF}=0$ ← מאונכים

סעיף ד (1) $AF=2\sqrt{3}\approx 3.46$

סעיף ד (2) $S=5\sqrt{3}\approx 8.66$

שיעור 30 בגרות חורף 2026 – וקטורים במנסרה ישרה שבסיסה מקבילית

לשיעור ⇐



בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא מקבילית. הנקודה M היא אמצע המקצוע $C'D'$, והנקודה P מקיימת $\underline{AP}=\frac{3}{4}\underline{AA'}$.

נסמן: $\underline{AA'}=\underline{w}$, $\underline{AD}=\underline{v}$, $\underline{AB}=\underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטורים $\underline{CM}$ ו־$\underline{PM}$.

נתון: $\sphericalangle DAB = 60$ מעלות, $|\underline{u}| = 8$, $|\underline{v}| = 10$.

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות האלה: $\underline{u}\cdot\underline{v}$, $\underline{v}\cdot\underline{w}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$.

נתון: נפח המנסרה הוא $480\sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד. הוכיחו כי $\underline{PM}$ מאונך ל־$\underline{CM}$.

ה. (1) הראו כי $|\underline{PM}| = \sqrt{165}$. (2) חשבו את שטח המשולש PMC.

תשובות סופיות

סעיף א

$\underline{CM} = \underline{w} - \frac{1}{2}\underline{u}$

$\underline{PM} = \frac{1}{2}\underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{4}\underline{w}$

סעיף ב

$\underline{u}\cdot\underline{w} = 0$

$\underline{v}\cdot\underline{w} = 0$

$\underline{u}\cdot\underline{v} = 40$

סעיף ג

$|\underline{w}| = 12$

סעיף ד

הוכחה: $\underline{PM}\cdot\underline{CM} = 0$

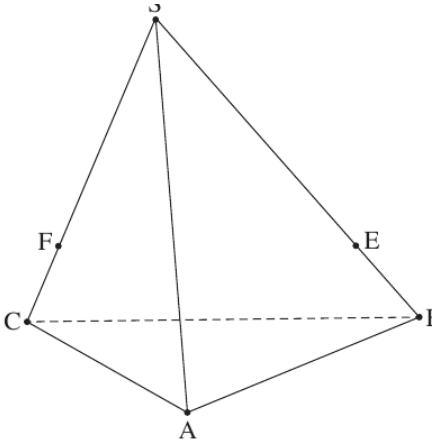
סעיף ה

$|PM| = \sqrt{165}$

$S = 10\sqrt{66} \approx 81.24$

שיעור 31 בגרות קיץ 2025 מועד ב׳ – וקטורים בפירמידה משולשת

לשיעור ⇐



בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת $SABC$. נסמן: $\underline{AS} = \underline{w}$, $\underline{AC} = \underline{v}$, $\underline{AB} = \underline{u}$. הנקודה E נמצאת על המקצוע SB, והנקודה F נמצאת על המקצוע SC. נתון: $\underline{SE} = \frac{3}{4}\underline{SB}$, $\underline{SF} = \frac{3}{4}\underline{SC}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטורים $\underline{SE}$, $\underline{BC}$ ו־$\underline{SF}$.

ב. (1) הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו־$\underline{v}$ את הווקטור $\underline{EF}$. (2) הסבירו מדוע EF מקביל ל־BC.

נתון: $B(1\ ,\ -1\ ,\ 3)$, $C(13\ ,\ 15\ ,\ 3)$.

ג. מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור $\underline{BC}$ ושל הווקטור $\underline{EF}$.

נתון: $E(5\ ,\ 1\ ,\ 6)$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F.

נתון: $A(4\ ,\ 12\ ,\ 3)$.

ה. (1) מצאו את גודל הזווית EAF. (2) חשבו את שטח המשולש EAF.

תשובות סופיות

סעיף א

$\underline{SE} = \frac{3}{4}(\underline{u} - \underline{w})$

$\underline{BC} = \underline{v} - \underline{u}$

$\underline{SF} = \frac{3}{4}(\underline{v} - \underline{w})$

סעיף ב

$\underline{EF} = \frac{3}{4}(\underline{v} - \underline{u})$

$\underline{EF} = \frac{3}{4}\underline{BC} \Longleftarrow$ מקבילים

סעיף ג

$(12\ ,\ 16\ ,\ 0)$

$(9\ ,\ 12\ ,\ 0)$

סעיף ד

$F(14\ ,\ 13\ ,\ 6)$

סעיף ה

86.18 מעלות

$S \approx 59.89$

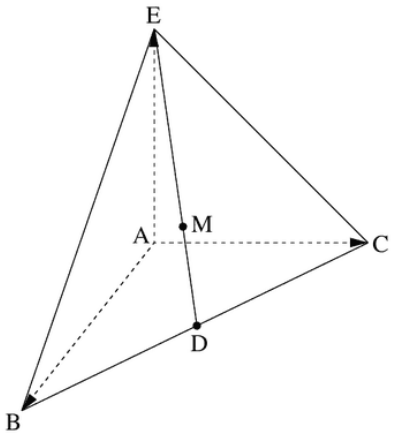
שיעור 32 בגרות קיץ 2025 מועד א׳ – וקטורים בפירמידה ABCE

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCE$. הנקודה D היא אמצע המקצוע BC. הנקודה M נמצאת על ED כך ש־$EM = \frac{2}{3}ED$.

המקצוע AE הוא גובה בפירמידה. נתון: הזווית BAC היא 90 מעלות.

נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{AC} = \underline{v}$, $\underline{AE} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטורים $\underline{BC}$, $\underline{ED}$ ו־$\underline{AM}$.

נתון: $|\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}| = 12$.

ב. (1) הוכיחו כי $\underline{AM}$ מאונך ל־$\underline{ED}$. (2) הוכיחו כי $\underline{AM}$ מאונך למישור BEC.

נתון: $A(0\ ,\ 0\ ,\ 0)$. הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה־x, הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה־y, והקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה־z.

ג. (1) מה הם שיעורי הנקודות B , C ו־E? (2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו־M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMD.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$

$= \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}$ $\underline{ED}$

$= \frac{1}{3}(\underline{u} + \underline{v} + \underline{w})$ $\underline{AM}$

סעיף ב הוכחה (מכפלה סקלרית 0)

סעיף ג $B(12,0,0)$, $C(0,12,0)$ $E(0,0,12)$,

$D(6,6,0)$, $M(4,4,4)$

סעיף ד $12\sqrt{2} \approx 16.97$

שיעור 33 בגרות חורף 2025 – וקטורים בתיבה

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$. הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $BCC'B'$. נקודה P נמצאת על המקצוע DD' ומקיימת $DP = \frac{1}{3}\,DD'$.

נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{BC} = \underline{v}$, $\underline{AA'} = \underline{w}$

א. הביעו את הווקטורים $\underline{AP}$ ו־$\underline{MP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$.

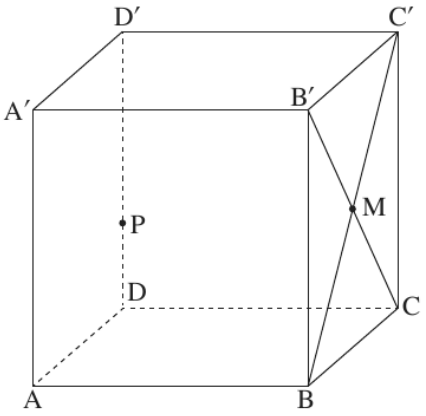
נתון: $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 24$, $|\underline{v}| = 8$.

ב. (1) הוכיחו כי הווקטור $\underline{AP}$ מאונך לווקטור $\underline{MP}$. (2) חשבו את שטח המשולש APM.

נתון: $D(0, 0, 0)$. הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה־x, הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה־y והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה־z.

ג. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים C' , B , C. (2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו את גודל הזווית PMB.



תשובות סופיות

סעיף א $\underline{AP} = \underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$

$\underline{MP} = -\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{6}\underline{w}$

סעיף ב (1) $\underline{AP} \cdot \underline{MP} = 0$ ← מאונכים

סעיף ב (2) $S = 32\sqrt{19} \approx 139.48$

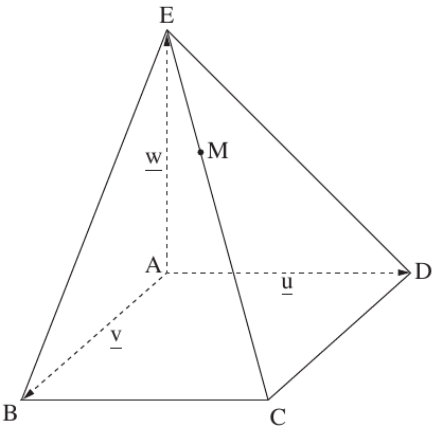
סעיף ג (1) $C(0, 24, 0)$
$B(8, 24, 0)$
$C'(0, 24, 24)$

סעיף ג (2) $M(4, 24, 12)$

סעיף ד $84.11 \approx$ **מעלות**

שיעור 34 בגרות קיץ 2024 מועד ב׳ – וקטורים בפירמידה שבסיסה ריבוע

לשיעור ⇐



בסרטוט שלפניכם פירמידה $ABCDE$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע. הנקודה M נמצאת על המקצוע EC כך שמתקיים $\underline{CM} = \frac{2}{3}\underline{CE}$. AE מאונך לבסיס הפירמידה. נסמן: $\underline{AE} = \underline{w}$, $\underline{AD} = \underline{u}$, $\underline{AB} = \underline{v}$. נתון: $|\underline{u}| = |\underline{w}|$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\underline{AM}$, $\underline{CE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$. (2) הוכיחו כי AM מאונך ל־CE.

נתון: האורך של צלע הריבוע $ABCD$ הוא 6, $A(0 , 0 , 0)$. הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה־x, הקודקוד D על החלק החיובי של ציר ה־y, והקודקוד E על החלק החיובי של ציר ה־z.

ב. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים E ו־C. (2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ג. חשבו את שטח המשולש AMC.

תשובות סופיות

סעיף א $\underline{CE} = -\underline{u} - \underline{v} + \underline{w}$
$\underline{AM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{2}{3}\underline{w}$
הוכחה: $\underline{AM} \cdot \underline{CE} = 0$

סעיף ב $E(0 , 0 , 6)$
$C(6 , 6 , 0)$
$M(2 , 2 , 4)$

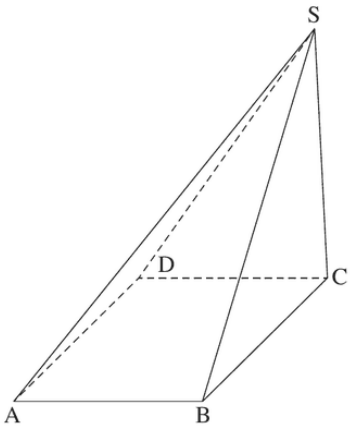
סעיף ג $12\sqrt{2} \approx 16.97$

שיעור 35 בגרות קיץ 2024 מועד א׳ – וקטורים בפירמידה SABCD

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם פירמידה $SABCD$. הבסיס $ABCD$ הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 4.

נסמן: $\underline{AB} = \underline{u}$, $\underline{AD} = \underline{v}$, $\underline{AS} = \underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$, אם יש צורך, את הווקטור $\underline{SD}$.

נתון: $\underline{AD} \cdot \underline{SD} = 0$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{v} \cdot \underline{w}$.

נתון: $|\underline{SC}| = \sqrt{17}$, $\underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{w} \cdot \underline{u}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד. (1) הוכיחו כי SC מאונך ל־BC ול־DC. (2) מצאו את נפח הפירמידה $SABCD$.

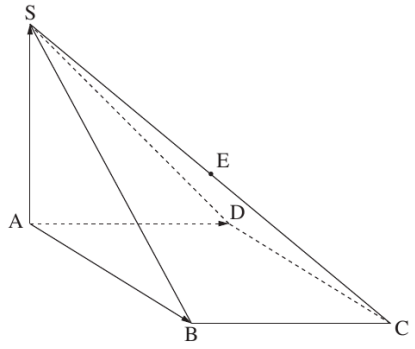
תשובות סופיות

סעיף א	$\underline{SD} = \underline{v} - \underline{w}$
סעיף ב	$\underline{v} \cdot \underline{w} = 16$
סעיף ג	$\|\underline{w}\| = 7$
סעיף ד (1)	הוכחה
סעיף ד (2)	$\frac{16\sqrt{17}}{3} \approx 21.99$

שיעור 36 בגרות חורף 2024 – וקטורים בפירמידה שבסיסה מעוין

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מעוין. הנקודה E היא אמצע המקצוע SC. AS מאונך לבסיס הפירמידה.



נסמן: $\underline{AS} = \underline{w}$, $\underline{AD} = \underline{v}$, $\underline{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$ את הווקטורים $\underline{EB}$ ו־$\underline{ED}$.

נתון: $\sphericalangle BAD = 60$ מעלות, $|\underline{w}| = |\underline{u}|$.

ב. הוכיחו כי $\underline{EB}$ מאונך ל־$\underline{ED}$.

נתון: $A(0\ ,\ 0\ ,\ 0)$, $B(2\sqrt{3}\ ,\ 2\ ,\ 0)$. הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה־y. שיעור ה־z של הקודקוד S הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את אורך המקצוע AB ואת שיעורי הקודקוד S. (2) חשבו את נפח הפירמידה $SABCD$.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\underline{EB} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\underline{ED} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2}\underline{w}$$

סעיף ב $\underline{EB} \cdot \underline{ED} = 0$ ← מאונכים

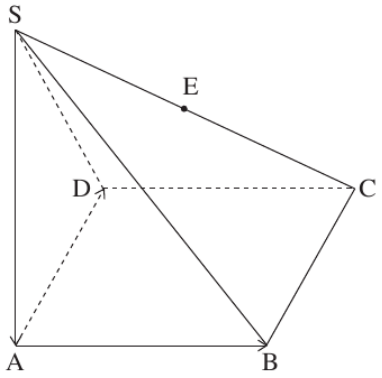
סעיף ג (1) $AB = 4$

$S(0\ ,\ 0\ ,\ 4)$

סעיף ג (2) $V = \frac{32\sqrt{3}}{3} \approx 18.48$

שיעור 37 בגרות קיץ 2023 מועד מיוחד – וקטורים בפירמידה שבסיסה מלבן

לשיעור ⇐



נתונה פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא מלבן. המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה. הנקודה E היא אמצע המקצוע SC (ראו סרטוט). נסמן: $\underline{AD} = \underline{v}$, $\underline{AB} = \underline{u}$ ו־$\underline{SA} = \underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\underline{SC}$, $\underline{EB}$ ו־$\underline{ED}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו־$\underline{w}$.

נתון: EB מאונך ל־ED, $|\underline{v}| = 3$, $|\underline{u}| = 4$.

ב. מצאו את $|\underline{w}|$.

נתון: $D(0\ ,\ 0\ ,\ 0)$, הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה־x, הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה־y, שיעור ה־z של הנקודה S הוא חיובי.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A , C ו־S.

ד. חשבו את שטח המשולש DEB.

תשובות סופיות

סעיף א

$$\underline{SC} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$$

$$\underline{EB} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

$$\underline{ED} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$$

סעיף ב $|\underline{w}| = 5$

סעיף ג $A(3\ ,\ 0\ ,\ 0)$

$C(0\ ,\ 4\ ,\ 0)$

$S(3\ ,\ 0\ ,\ 5)$

סעיף ד 6.25

© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 4

חזקות ומשוואות מעריכיות

29 שיעורים בקורס · עמודים 59–72

בפרק הזה

חוברת הקורס חוקי חזקות-4 יחידות שאלון 472 (6 עמודים) עמ' 59
חזקות 29 – תרגול נוסף – משוואות מעריכיות עמ' 65

בס"ד

מתמטריק
ללמוד ולהצליח

כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – חוקי חזקות

4 יחידות · שאלון 472 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

החוקים

7 חוקי החזקות – כדאי לשמור מול העיניים

חוק 1: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

חוק 2: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

חוק 3: $a^0 = 1$

חוק 4: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

חוק 5: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

חוק 6: $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$

חוק 7: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

פרק 1 – חוקי החזקות

1 חזקות 1 – חוק 1 – כפל חזקות עם אותו בסיס

סרטון שיעור 1

תרגיל 1 פשטו: $3^3 \cdot 3^2$

✅ **פתרון סופי:** 3^5

תרגיל 2 פשטו: $x^2 \cdot x^3 \cdot x^5$

✅ **פתרון סופי:** x^{10}

תרגיל 3 פשטו: $4^2 \cdot 5^3 \cdot 4 \cdot 5^2$

✅ **פתרון סופי:** $4^3 \cdot 5^5$

2 חזקות 2 – חוק 2 – חילוק חזקות עם אותו בסיס

סרטון שיעור 2

תרגיל 1 פשטו: $\frac{x^6}{x^2}$

✅ **פתרון סופי:** x^4

תרגיל 2 חשבו: $\frac{3^2 \cdot 6^4}{6^2 \cdot 3}$

✅ **פתרון סופי:** $3 \cdot 6^2 = 108$

3 חזקות 3 – חוק 3 – חזקת 0

סרטון שיעור 3

תרגיל 1 חשבו: 5^0

✅ **פתרון סופי:** 1

תרגיל 2 חשבו: $\frac{5^3}{5^3}$

✅ **פתרון סופי:** 1

תרגיל 3 פשטו: $\frac{6x^6 \cdot x^2}{2x^3 \cdot x^5}$

✅ **פתרון סופי: 3**

4 חזקות 4 – חוק 4 – חזקה של חזקה

סרטון שיעור 4

תרגיל 1 פשטו: $(2^2)^3$

✅ **פתרון סופי: 2^6**

תרגיל 2 חשבו: $\frac{(3^2)^3 \cdot (3^3)^4}{(3^6)^3}$

✅ **פתרון סופי: 1**

5 חזקות 5 – חוק 5 – חזקה של מכפלה

סרטון שיעור 5

תרגיל 1 חשבו: $(2 \cdot 4)^2$

✅ **פתרון סופי: $2^2 \cdot 4^2 = 64$**

תרגיל 2 פשטו: $(x \cdot y)^3 \cdot (y \cdot x)^2$

✅ **פתרון סופי: $x^5 \cdot y^5$**

6 חזקות 6 – חוק 6 – חזקה של שבר

סרטון שיעור 6

תרגיל 1 חשבו: $(\frac{2}{3})^2$

✅ **פתרון סופי: $\frac{4}{9}$**

תרגיל 2 פשטו: $(\frac{x}{y})^2 \cdot (\frac{x}{y})^3$

✅ **פתרון סופי: $\frac{x^5}{y^5}$**

תרגיל 3 פשטו: $\frac{(a^5 \cdot b^2)^3}{(a^2)^5 \cdot b^4} \cdot (\frac{b^2}{a^2})^2$

✅ **פתרון סופי: $a \cdot b^6$**

7 חזקות 7 – תרגול חוקים 1–4

סרטון שיעור 7

תרגיל 1 חשבו: $\frac{(2^2)^3 \cdot (2^3)^3}{(2^3)^4}$

✅ **פתרון סופי: $2^3 = 8$**

8 חזקות 8 – תרגול חוקים 1–4

סרטון שיעור 8

תרגיל 1 פשטו: $\frac{(a^4)^2 \cdot (b^2)^3 \cdot b^2}{(a^2)^4 \cdot b^8}$

✅ **פתרון סופי: 1**

9 חזקות 9 – תרגול – חוק 5

סרטון שיעור 9

תרגיל 1 חשבו: $\frac{(3 \cdot 5)^3 \cdot 3^2 \cdot 5}{(5^2)^2 \cdot 3^2}$

✅ **פתרון סופי: $3^3 = 27$**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

10 חזקות 10 – תרגול – חוק 5

סרטון שיעור 10

תרגיל 1 פשטו: $\frac{(x \cdot b)^2 \cdot x^3 \cdot b^3}{x^2 \cdot (b \cdot x)^3}$

✅ **פתרון סופי:** b^2

11 חזקות 11 – תרגול – חוק 6

סרטון שיעור 11

תרגיל 1 חשבו: $(\frac{3}{2})^2 \cdot (\frac{2}{3})^2$

✅ **פתרון סופי:** 1

תרגיל 2 חשבו: $(\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^2$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

תרגיל 3 פשטו: $(\frac{a^2}{b^3})^2$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{a^4}{b^6}$

פרק 2 – חזקה שלילית

12 חזקות 12 – חוק 7 – חזקה שלילית

סרטון שיעור 12

תרגיל 1 כתבו כשבר: 3^{-1}

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{3}$

תרגיל 2 כתבו כשבר: 4^{-1}

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{4}$

תרגיל 3 כתבו כשבר: 5^{-2}

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

תרגיל 4 כתבו כשבר: 3^{-2}

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

תרגיל 5 כתבו כשבר: 4^{-2}

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

תרגיל 6 כתבו כשבר: 6^{-3}

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$

13 חזקות 13 – תרגול – חזקה שלילית

סרטון שיעור 13

תרגיל 1 חשבו: $\frac{(3^2)^2 \cdot 3^2}{3^7}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{3}$

14 חזקות 14 – תרגול – חזקה שלילית

סרטון שיעור 14

תרגיל 1 חשבו: $\frac{(3^2 \cdot 5^2)^2 \cdot 3^4}{(3^3)^3 \cdot 5^3}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

15 חזקות 15 – תרגול – חזקה שלילית

סרטון שיעור 15

תרגיל 1 פשטו: $\left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot \frac{(a^2)^3 \cdot b}{a^9}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{a \cdot b}$

פרק 3 – הופכים לאותו בסיס והשוואת חזקות

16 חזקות 16 – הופכים לאותו בסיס

סרטון שיעור 16

תרגיל 1 חשבו: $\frac{32^3}{2^{10} \cdot 8^2}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{2}$

17 חזקות 17 – הופכים לאותו בסיס

סרטון שיעור 17

תרגיל 1 חשבו: $\frac{5^{40}}{25^{10} \cdot 125^{10}}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{5^{10}}$

18 חזקות 18 – הופכים לאותו בסיס

סרטון שיעור 18

תרגיל 1 חשבו: $\frac{9^3 \cdot 3^5}{27^4}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{3}$

19 חזקות 19 – שני בסיסים – פירוק 10 = 2 • 5

סרטון שיעור 19

תרגיל 1 חשבו: $\frac{10^{24}}{2^{18} \cdot 5^{25}}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{2^6}{5} = \frac{64}{5}$

20 חזקות 20 – שני בסיסים – פירוק 6 = 2 • 3

סרטון שיעור 20

תרגיל 1 חשבו: $\frac{16^9 \cdot 6^3}{4^{18} \cdot 3^4}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$

21 חזקות 21 – תרגיל מסכם – בסיסים 2 ו־5

סרטון שיעור 21

תרגיל 1 חשבו: $\frac{2^{14} \cdot 5^9}{100^2 \cdot (2 \cdot 10)^4}$

✅ **פתרון סופי:** $2^2 \cdot 5 = 20$

© כל הזכויות שמורות · מתמטריק · eldadh.co.il

22 חזקות 22 – תרגיל מסכם – אותו בסיס

סרטון שיעור 22

תרגיל 1 פשטו: $\frac{a^7 \cdot a^8}{(a^3)^2 \cdot (a^2)^4}$

✅ **פתרון סופי:** a

23 חזקות 23 – השוואת חזקות – מי גדול יותר?

סרטון שיעור 23

תרגיל 1 השוו (<, > או =): $4^{100} \;?\; 8^{35}$

✅ **פתרון סופי:** $2^{200} > 2^{105}$

תרגיל 2 השוו: $4^{31} \;?\; 16^{15}$

✅ **פתרון סופי:** $4^{31} > 4^{30}$

תרגיל 3 השוו: $9^4 \;?\; 27^3$

✅ **פתרון סופי:** $3^8 < 3^9$

תרגיל 4 השוו: $27^{10} \;?\; 81^8$

✅ **פתרון סופי:** $3^{30} < 3^{32}$

תרגיל 5 השוו: $(\frac{1}{4})^{20} \;?\; (\frac{1}{8})^{13}$

✅ **פתרון סופי:** $(\frac{1}{2})^{40} < (\frac{1}{2})^{39}$

פרק 4 – משוואות מעריכיות

24 חזקות 24 – משוואות מעריכיות: הוצאת גורם משותף

סרטון שיעור 24

תרגיל 1 פתרו: $2^{x+2} + 2^x = 40$

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

תרגיל 2 פתרו: $3^{x+1} - 3^x = 18$

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$

25 חזקות 25 – משוואות מעריכיות: הצבה

סרטון שיעור 25

תרגיל 1 פתרו: $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = 0$, $x = 2$

תרגיל 2 פתרו: $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = 1$

26 חזקות 26 – משוואות מעריכיות: השוואת בסיסים

סרטון שיעור 26

תרגיל 1 פתרו: $4^{x+1} = 8^x$

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$

תרגיל 2 פתרו: $(\frac{1}{9})^x = 3^{x+6}$

✅ **פתרון סופי:** $x = -2$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

27 חזקות 27 – משוואות מעריכיות: שורשים

🎬 סרטון שיעור 27

תרגיל 1 פתרו: $\sqrt{3^x} = 27$

✅ **פתרון סופי:** $x = 6$

תרגיל 2 פתרו: $2^x = 4\sqrt{2}$

✅ **פתרון סופי:** $x = \frac{5}{2} = 2.5$

28 חזקות 28 – משוואות מעריכיות: תרגילים מעורבים

🎬 סרטון שיעור 28

תרגיל 1 פתרו: $3^{x+1} + 3^x = \frac{4}{3}$

✅ **פתרון סופי:** $x = -1$

תרגיל 2 פתרו: $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = 1 \text{ , } x = 2$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

📝 תרגול נוסף – משוואות מעריכיות

13 משוואות מהקל אל המאתגר: אותו בסיס, החלפת בסיס, שברים ומעריך שלילי, גורם משותף והצבה

📌 תרגילים נוספים לתרגול – ללא סרטון, עם פתרון מלא

איך מתרגלים?

1. מעתיקים את התרגיל למחברת ופותרים לבד.
2. רק אחר כך משווים לפתרון המלא שמתחת לתרגיל.
3. יצא משהו אחר? מחפשים את השלב הראשון שבו הפתרון שלכם שונה.

✏️ תרגילים לתרגול עצמי

בכל תרגיל: קודם השאלה המלאה, ואחריה פתרון מלא שלב אחר שלב. בכל שלב שמשתמשים בו בחוק חזקות – החוק מופיע במסגרת סגולה 📐.

🔵 תרגיל 1: $2^x = 8$ קל

פתרו את המשוואה: $2^x = 8$

📖 פתרון מלא:

כותבים את 8 כחזקה של 2:

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

$2^x = 2^3$

הבסיסים שווים, לכן המעריכים שווים:

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$x = 3$

בדיקה: $2^3 = 8$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

🟣 תרגיל 2: $3^{x-1} = 27$ קל

פתרו את המשוואה: $3^{x-1} = 27$

📖 פתרון מלא:

כותבים את 27 כחזקה של 3:

$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$

$3^{x-1} = 3^3$

משווים מעריכים:

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$x - 1 = 3$

$x = 4$

בדיקה: $3^{4-1} = 3^3 = 27$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 4$

🟢 תרגיל 3: $5^{2x+1} = 5^{x+4}$ קל

פתרו את המשוואה: $5^{2x+1} = 5^{x+4}$

📖 פתרון מלא:

בשני האגפים אותו בסיס 5, לכן משווים מעריכים:

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$$2x + 1 = x + 4$$

$$2x - x = 4 - 1$$

$$x = 3$$

בדיקה: $5^{2 \cdot 3 + 1} = 5^7$ וגם $5^{3+4} = 5^7$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

🔵 תרגיל 4: $4^x = 8^{x-1}$ בינוני

פתרו את המשוואה: $4^x = 8^{x-1}$

📖 פתרון מלא:

הבסיסים שונים, אבל שניהם חזקות של 2:

$$4 = 2^2 \ , \ 8 = 2^3$$

$$(2^2)^x = (2^3)^{x-1}$$

חזקה של חזקה – כופלים מעריכים:

📐 **נוסחה:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$2^{2x} = 2^{3(x-1)}$$

$$2^{2x} = 2^{3x-3}$$

משווים מעריכים:

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$$2x = 3x - 3$$

$$2x - 3x = -3$$

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

בדיקה: $4^3 = 64$ וגם $8^2 = 64$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

🟣 תרגיל 5: $27^x = 9^{x+1}$ בינוני

פתרו את המשוואה: $27^x = 9^{x+1}$

📖 פתרון מלא:

שני הבסיסים הם חזקות של 3:

$$9 = 3^2 \ , \ 27 = 3^3$$

$(3^2)^{x+1} = (3^3)^x$

📐 **נוסחה:** $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$

$3^{2x+2} = 3^{3x}$

משווים מעריכים:

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$2x + 2 = 3x$

$2 = 3x - 2x$

$x = 2$

בדיקה: $9^3 = 729$ וגם $27^2 = 729$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$

🟢 תרגיל 6: $2^x = \frac{1}{16}$ בינוני

פתרו את המשוואה: $2^x = \frac{1}{16}$

📖 פתרון מלא:

כותבים את 16 כחזקה של 2:

$16 = 2^4$

$\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$

שבר ← מעריך שלילי:

📐 **נוסחה:** $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

$\frac{1}{2^4} = 2^{-4}$

$2^x = 2^{-4}$

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$x = -4$

בדיקה: $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = -4$

🔵 תרגיל 7: $4^x = (\frac{1}{2})^{x-3}$ בינוני

פתרו את המשוואה: $(\frac{1}{2})^{x-3} = 4^x$

📖 פתרון מלא:

כותבים את שני האגפים כחזקות של 2.

באגף שמאל – שבר בבסיס:

📐 **נוסחה:** $(\frac{1}{a})^n = a^{-n}$

$(\frac{1}{2})^{x-3} = 2^{-(x-3)} = 2^{-x+3}$

באגף ימין:

$4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$

📐 **נוסחה:** $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$

$2^{-x+3} = 2^{2x}$

משווים מעריכים:

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$-x + 3 = 2x$

$3 = 2x + x$

$3 = 3x$

$x = 1$

בדיקה: $4 = (\frac{1}{2})^{-2}$ וגם $(\frac{1}{2})^{1-3} = 4^1 = 4$ ✓

📐 **נוסחה:** $(\frac{1}{a})^n = a^{-n}$

✅ **פתרון סופי:** $x = 1$

🟣 תרגיל 8: משוואה מעריכית בינונית $2^{x+1} + 2^x = 24$

פתרו את המשוואה: $2^{x+1} + 2^x = 24$

📖 פתרון מלא:

מפרקים את החזקה הראשונה:

$2^{x+1} = 2^x \cdot 2^1 = 2 \cdot 2^x$

📐 **נוסחה:** $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

📐 **נוסחה:** $a^1 = a$

$2 \cdot 2^x + 2^x = 24$

מוציאים 2^x כגורם משותף:

📐 **נוסחה:** $k \cdot a^x \pm a^x = a^x(k \pm 1)$

$2^x(2 + 1) = 24$

$3 \cdot 2^x = 24$

מחלקים ב־3:

$2^x = 8$

$2^x = 2^3$

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$x = 3$

בדיקה: $2^4 + 2^3 = 16 + 8 = 24$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

🟢 תרגיל 9: משוואה מעריכית בינונית $3^{x+2} - 3^x = 72$

פתרו את המשוואה: $3^{x+2} - 3^x = 72$

📖 פתרון מלא:

מפרקים:

$$3^{x+2} = 3^x \cdot 3^2 = 9 \cdot 3^x$$

📐 **נוסחה:** $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

$$9 \cdot 3^x - 3^x = 72$$

גורם משותף 3^x:

📐 **נוסחה:** $k \cdot a^x \pm a^x = a^x(k \pm 1)$

$$3^x(9 - 1) = 72$$

$$8 \cdot 3^x = 72$$

מחלקים ב־8:

$$3^x = 9 = 3^2$$

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$$x = 2$$

בדיקה: $3^4 - 3^2 = 81 - 9 = 72$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$

🔵 תרגיל 10: מאתגר $5^{x+1} + 5^{x-1} = 130$

פתרו את המשוואה: $5^{x+1} + 5^{x-1} = 130$

📖 פתרון מלא:

מפרקים את שתי החזקות:

$$5^{x+1} = 5 \cdot 5^x$$

📐 **נוסחה:** $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

$$5^{x-1} = \frac{5^x}{5} = \frac{1}{5} \cdot 5^x$$

📐 **נוסחה:** $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$

$$5 \cdot 5^x + \frac{1}{5} \cdot 5^x = 130$$

גורם משותף 5^x:

📐 **נוסחה:** $a^x \cdot p + a^x \cdot q = a^x(p+q)$

$$5^x(5 + \frac{1}{5}) = 130$$

$$5 + \frac{1}{5} = \frac{25}{5} + \frac{1}{5} = \frac{26}{5}$$

$$\frac{26}{5} \cdot 5^x = 130$$

כופלים ב־$\frac{5}{26}$:

$$5^x = 130 \cdot \frac{5}{26} = \frac{650}{26} = 25$$

$$5^x = 5^2$$

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \Longrightarrow m = n$

$$x = 2$$

בדיקה: $5^3 + 5^1 = 125 + 5 = 130$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$

🟣 תרגיל 11: פתרו את המשוואה $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

פתרו את המשוואה: $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

📖 פתרון מלא:

כותבים 4^x כחזקה של 2^x:

$$4^x = (2^2)^x = (2^x)^2$$

📐 **נוסחה:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

מציבים $t = 2^x$:

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

נוסחת השורשים, עם $a = 1 \ , \ b = -3 \ , \ c = -4$:

📐 **נוסחה:** $t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$

$$t_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{(9 + 16)}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$t = 4$ או $t = -1$

חוזרים ל־x:

$$2^x = 4 = 2^2$$

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \implies m = n$

$$x = 2$$

$2^x = -1$ – אין פתרון, כי חזקה של מספר חיובי תמיד חיובית:

📐 **נוסחה:** $a^x > 0$ לכל x, כאשר $a > 0$

בדיקה: $4^2 - 3 \cdot 2^2 - 4$

$$= 16 - 12 - 4 = 0 \ ✓$$

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$

🟢 תרגיל 12: פתרו את המשוואה $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$

פתרו את המשוואה: $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$

📖 פתרון מלא:

מפרקים:

$$3^{x+1} = 3 \cdot 3^x$$

📐 **נוסחה:** $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

$$4 \cdot 3^{x+1} = 12 \cdot 3^x$$

$$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$$

📐 **נוסחה:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$(3^x)^2 - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$$

מציבים $t = 3^x$:

$t^2 - 12t + 27 = 0$

נוסחת השורשים, עם $a = 1 \ , \ b = -12 \ , \ c = 27$:

📐 **נוסחה:** $t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$

$t_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{(144 - 108)}}{2}$

$t_{1,2} = \frac{12 \pm 6}{2}$

$t = 9$ או $t = 3$

חוזרים ל־x:

$3^x = 9 = 3^2 \implies x = 2$

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \implies m = n$

$3^x = 3 = 3^1 \implies x = 1$

📐 **נוסחה:** $a^1 = a$

עבור $x = 2$: $81 - 4 \cdot 27 + 27 = 0$ ✓

בדיקה: עבור $x = 1$: $9 - 4 \cdot 9 + 27 = 0$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 2 \ , \ x = 1$

🔵 תרגיל 13: מאתגר $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$

פתרו את המשוואה: $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$

📖 פתרון מלא:

מפרקים את החזקה הראשונה:

$2^{2x+1} = 2^{2x} \cdot 2$

📐 **נוסחה:** $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

$2^{2x} = (2^x)^2$

📐 **נוסחה:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$2(2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$

מציבים $t = 2^x$:

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

נוסחת השורשים, עם $a = 2 \ , \ b = -5 \ , \ c = 2$:

📐 **נוסחה:** $t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$

$t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{(25 - 16)}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$

$t = 2$ או $t = \frac{1}{2}$

חוזרים ל־x:

$2^x = 2 = 2^1 \implies x = 1$

📐 **נוסחה:** $a^m = a^n \implies m = n$

$2^x = \frac{1}{2} = 2^{-1} \implies x = -1$

📐 **נוסחה:** $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

עבור $x = 1$: $2^3 - 10 + 2 = 0$ ✓

בדיקה: עבור $x = -1$: $2^{-1} - \frac{5}{2} + 2 = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} + 2 = 0$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 1 \;,\; x = -1$

💡 לזכור

1. כותבים את שני האגפים כחזקות של **אותו בסיס** (גם שבר – מעריך שלילי) ומשווים מעריכים.
2. אותו בסיס פעמיים עם חיבור או חיסור ← **גורם משותף**.
3. יש גם 4^x וגם 2^x ← **הצבה** $t = 2^x$, ופתרון שלילי של t נפסל.

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 5

גדילה ודעיכה

22 שיעורים בקורס · עמודים 74–81

בפרק הזה

חוברת קורס גדילה ודעיכה 4 יחידות שאלון 472 (8 עמודים) עמ' 74

בס"ד

חוברת הקורס – גדילה ודעיכה

4 יחידות · שאלון 472 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

מתמטריק ללמוד ולהצליח

כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 1 – הנוסחה, כמות התחלתית וכמות בזמן t

1 שיעור 1- הכרת נוסחה גדילה ודעיכה

סרטון שיעור 1

תרגיל 1 בתרבית חיידקים, כל שעה החיידקים גדלים פי 2. בשעה 8 בבוקר יש 10000 חיידקים. כמה חיידקים יהיו בשעה 11 בבוקר? (פתרו בלי הנוסחה)

✅ **פתרון סופי: 80000 חיידקים**

תרגיל 2 אותה שאלה – פתרו עם הנוסחה $M(t) = M(0)\cdot q^t$

✅ **פתרון סופי: $M(3) = 10000\cdot 2^3 = 80000$ חיידקים**

2 שיעור 2- מציאת כמות התחלתית (m(0 ומציאת m(t)

סרטון שיעור 2

בנק מסוים מציע שתי תכניות חיסכון: "הכספת" ו"השקעה בטוחה".

סעיף א מר לוי הפקיד בתכנית החיסכון "הכספת" 200,000 שקלים. בתכנית זו מרוויחים 5% בכל שנה. מהו סכום החיסכון שהיה למר לוי כעבור 3 שנות חיסכון?

✅ **פתרון סופי: $M(3) = 200000\cdot 1.05^3 = 231525$ שקלים**

סעיף ב מהו סכום החיסכון כעבור 5 שנים?

✅ **פתרון סופי: $M(5) = 200000\cdot 1.05^5 \approx 255256$ שקלים**

3 שיעור 3- תרגול גדילה ודעיכה

סרטון שיעור 3

אוכלוסייה במדינה מסוימת גדלה בכל שנה ב־1.3%. ב־1/1/1990 נערך מפקד אוכלוסין, והתברר כי מספר תושבי המדינה הוא 21.5 מיליון.

סעיף א מה יהיה מספר התושבים ב־1/1/2000?

✅ **פתרון סופי: $M(10) = 21.5\cdot 1.013^{10} \approx 24.464$ מיליון**

סעיף ב מה היה מספר התושבים ב־1/1/1980?

✅ **פתרון סופי: $M(-10) = 21.5\cdot 1.013^{-10} \approx 18.895$ מיליון**

4 שיעור 4- תרגול גדילה ודעיכה

סרטון שיעור 4

גלעד רכש מכונית בדיוק לפני 3 שנים. מחיר המכונית היום הוא 50,000 שקלים. המחיר של מכונית מהסוג שיש לגלעד יורד בכל שנה ב־11%.

סעיף א כמה שילם גלעד בעבור המכונית?

✅ **פתרון סופי: $M(-3) = 50000\cdot 0.89^{-3} \approx 70925.1$ שקלים**

סעיף ב מה יהיה מחיר המכונית בעוד ארבע שנים מהיום?

✅ **פתרון סופי: $M(4) = 50000\cdot 0.89^4 \approx 31371.12$ שקלים**

5 שיעור 5- מציאת כמות התחלתית (m(0

סרטון שיעור 5

בתרבית חיידקים כל חיידק מתחלק לשניים כל חצי שעה. בשעה 8:00 בבוקר היו בתרבית 40,000 חיידקים.

סעיף א כמה חיידקים יהיו בתרבית בשעה 15:00?

✅ **פתרון סופי:** $M(14) = 40000 \cdot 2^{14} = 655360000$ **חיידקים**

סעיף ב כמה חיידקים היו בתרבית באותו בוקר בשעה 5:00?

✅ **פתרון סופי:** $M(0) = \frac{40000}{2^6} = 625$ **חיידקים**

פרק 2 – מציאת q ואחוז הגדילה או הדעיכה

6 שיעור 6-מציאת שורש מסדר גבוה

סרטון שיעור 6

תרגיל 1 מצאו את q כאשר $q^3 = 27$

✅ **פתרון סופי:** $q = \sqrt[3]{27} = 3$

תרגיל 2 מצאו את q כאשר $q^4 = 81$

✅ **פתרון סופי:** $q = \sqrt[4]{81} = 3$

תרגיל 3 מצאו את q כאשר $q^5 = 32$

✅ **פתרון סופי:** $q = \sqrt[5]{32} = 2$

7 שיעור 7- מציאת q

סרטון שיעור 7

בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנתיים באותו תאריך, כדי לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. אוכלוסיית העופות הדורסים בשמורה גדלה בכל שנתיים באחוז קבוע. בספירה הראשונה נספרו 1156 עופות. בספירה שנערכה כעבור שנתיים נספרו 1503 עופות.

סעיף א חשב פי כמה גדלה אוכלוסיית העופות הדורסים בשמורה בכל שנתיים.

✅ **פתרון סופי:** $q = \frac{1503}{1156} \approx 1.3$

סעיף ב חשב מה יהיה מספר העופות בשמורה כעבור 12 שנים מהספירה הראשונה.

✅ **פתרון סופי:** $M(6) = 1156 \cdot 1.3^6 \approx 5579.79$ **עופות**

סעיף ג על פי הנתונים, מצא ירון שאוכלוסיית העופות הדורסים גדלה בשנתיים הראשונות ב־347 עופות, ולכן טען שבכל שנתיים נוספות תגדל אוכלוסיית העופות הדורסים ב־347 עופות. האם ירון צודק? נמק.

✅ **פתרון סופי:** **לא – כל שנתיים האוכלוסייה גדלה פי 1.3 ולא במספר קבוע**

8 שיעור 8 -מציאת q ו-P

סרטון שיעור 8

יניב השקיע 10,000 שקלים בתכנית חיסכון הנושאת ריבית שנתית קבועה. כעבור 10 שנים גדל סכום הכסף ל־20,000 שקלים.

סעיף א פי כמה גדל סכום הכסף בתכנית החיסכון בכל שנה? (דייק עד 2 ספרות לאחר הנקודה העשרונית.)

✅ **פתרון סופי:** $q = \sqrt[10]{2} \approx 1.07$

סעיף ב בכמה אחוזים גדל סכום הכסף בתכנית בכל שנה?

✅ **פתרון סופי:** $p \approx 7.18\%$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

9 שיעור 9 -מציאת q

סרטון שיעור 9

סיגל בישלה ריבת תותים. כאשר הייתה הטמפרטורה של הריבה 90°C, הכניסה אותה סיגל למקרר, בכל דקה ירדה הטמפרטורה של הריבה באופן מעריכי. 10 דקות לאחר שהוכנסה הריבה למקרר הייתה הטמפרטורה שלה 70°C.

תרגיל 1 בכמה אחוזים ירדה הטמפרטורה כל דקה?

✅ **פתרון סופי:** $q = 0.975$, $p = 2.5\%$

פרק 3 – מציאת הזמן t

10 שיעור 10-מציאת הזמן -t

סרטון שיעור 10

תרגיל 1 מצאו את x כאשר $3^x = 81$

✅ **פתרון סופי:** $x = 4$

תרגיל 2 מצאו את x כאשר $5^x = 125$

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

תרגיל 3 מספר התושבים בעיר מסוימת גדל באחוז קבוע של 3.1% לשנה. כיום יש בעיר 505361 תושבים. מצא בעוד כמה שנים יהיו בעיר 571,000 תושבים.

✅ **פתרון סופי:** $t = 3.974 \approx 4$ שנים

11 שיעור 11-תרגול מציאת הזמן -t

סרטון שיעור 11

תרגיל 1 מחיר מכונית 150000 ש, מחיר המכונית כל שנה יורד ב־10%. בעוד כמה שנים יהיה המחיר של המכונית 98,415 שקלים?

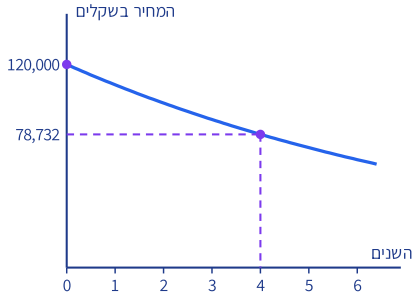
✅ **פתרון סופי:** $t = 4$ שנים

פרק 4 – גדילה ודעיכה עם גרפים

12 שיעור 12-גדילה ודעיכה עם גרפים

סרטון שיעור 12

מחיר של מכונית יורד מדי שנה באופן מעריכי. לפניך גרף המציג את ירידת הערך של המכונית במשך 6 שנים לאחר הקנייה.



סעיף א(1) מה היה מחיר הקנייה של המכונית?

✅ **פתרון סופי:** 120000 ש"ח

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

סעיף א(2) מה היה מחיר המכונית כעבור 4 שנים מרגע הקנייה?

✅ **פתרון סופי: 78732 ש"ח**

סעיף ב בכמה אחוזים ירד המחיר של המכונית כעבור שנה אחת מרגע הקנייה?

✅ **פתרון סופי: $q = 0.9$, $p = 10\%$**

סעיף ג 6 שנים לאחר הקנייה נמכרה המכונית. חשב את מחיר המכירה של המכונית. עגל את תשובתך לשקלים שלמים.

✅ **פתרון סופי: 63773 ש"ח**

פרק 5 – פתרון בגרויות

13 שיעור 13- פתרון בגרות 2018 חורף

סרטון שיעור 13

ב־1.1.2018 היו בתכנית החיסכון של יעל 30,870 שקלים. תכנית החיסכון מניבה רווח של 5% מדי שנה.

סעיף א מה יהיה סכום החיסכון של יעל בתכנית החיסכון ב־1.1.2030?

✅ **פתרון סופי: 55438.08 שקלים**

סעיף ב יעל התחילה לחסוך בתכנית החיסכון ב־1.1.2016. מצא את סכום החיסכון ההתחלתי שלה.

✅ **פתרון סופי: 28000 שקלים**

סעיף ג ב־1.1 של איזו שנה יהיו לראשונה בתכנית החיסכון של יעל יותר מ־35,000 שקלים?

✅ **פתרון סופי: 1.1.2021**

14 שיעור 14- פתרון בגרות 2020 ב

סרטון שיעור 14

ב־1/1/2020 נחתם הסכם עם עובדי מפעל מסוים ולפיו בכל שנה תגדל המשכורת של כל עובד באחוז קבוע (אחוז אחר לכל עובד). בתאריך זה הייתה המשכורת החודשית של נעמה 9,000 שקלים. המשכורת של נעמה גדלה ב־2.5% בכל שנה.

סעיף א מה תהיה המשכורת החודשית של נעמה לאחר 5 שנים (בתאריך 1/1/2025)?

✅ **פתרון סופי: 10182.7 שקלים**

סעיף ב ב־1/1/2020 הייתה המשכורת החודשית של יעל 8,000 שקלים. לאחר שלוש שנים (בתאריך 1/1/2023) תהיה המשכורת החודשית של יעל 9,261 שקלים. בכמה אחוזים גדלה המשכורת של יעל בכל שנה?

✅ **פתרון סופי: $q = 1.05$, $p = 5\%$**

סעיף ג לאחר 5 שנים (בתאריך 1/1/2025), מי תקבל משכורת חודשית גבוהה יותר, נעמה או יעל? נמק.

✅ **פתרון סופי: יעל: $10182.7 < 10210.25$**

15 שיעור 15- פתרון בגרות 2022 א

סרטון שיעור 15

במפעל מסוים המשכורת של כל עובד גדלה באחוז קבוע בכל שנה. גודל האחוז נקבע לכל עובד בנפרד עם תחילת עבודתו. המשכורת של דן בשנה הראשונה לעבודתו במפעל הייתה 9,000 שקלים לחודש. משכורתו של דן גדלה בכל שנה ב־6%.

סעיף א(1) מה הייתה המשכורת החודשית של דן כעבור שנתיים מתחילת עבודתו במפעל?

✅ **פתרון סופי: 10112.4 שקלים**

סעיף א(2) כעבור כמה שנים מתחילת עבודתו במפעל תהיה משכורתו של דן 10,719.14 שקלים לחודש?

✅ **פתרון סופי: t = 3 שנים**

סעיף ב המשכורת של אסף בשנה הראשונה לעבודתו במפעל הייתה 10,000 שקלים לחודש. שנתיים לאחר מכן הייתה משכורתו של אסף 10,816 שקלים לחודש. בכמה אחוזים משכורתו החודשית של אסף גדלה בכל שנה?

✅ **פתרון סופי: q = 1.04 , p = 4%**

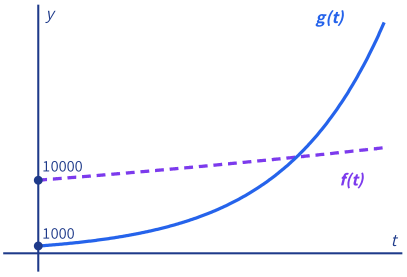
סעיף ג אסף ודן התחילו לעבוד במפעל באותו הזמן. האם כעבור 10 שנים מתחילת עבודתם עדיין תהיה המשכורת של אסף גבוהה יותר ממשכורתו של דן? נמק.

✅ **פתרון סופי: לא: אסף < 14802.4; דן 16117.6**

16 שיעור 16-פתרון בגרות 2023 א

🎬 סרטון שיעור 16

בבנק מסחרי יש שני סוגים של חוב: חוב של הבנק ללקוח (כאשר הלקוח מפקיד כסף בבנק) וחוב של הלקוח לבנק (כאשר הבנק מלווה כסף ללקוח). בבנק מסחרי מסוים, כאשר הבנק חייב כסף ללקוח, הוא משלם ללקוח ריבית בגובה של 1.5% מן החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 הפקיד דני בבנק 10,000 ש"ח. כאשר הבנק הזה מלווה כסף ללקוח, הוא גובה ממנו ריבית של 15% מגובה החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 לוותה יעל 1,000 ש"ח מן הבנק. בתחילת כל שנה הבנק מברר את המאזן שלו: כמה כסף לקוחותיו חייבים לו, וכמה כסף הוא חייב ללקוחותיו.



סעיף א איזו מבין הפונקציות 1–4 שלפניכם מתארת את גובה החוב של הבנק לדני לפי השנים t? (1) $f(t) = 10{,}000 \cdot 1.015^t$ (2) $f(t) = 10{,}150 \cdot 1.02^t$ (3) $f(t) = 10{,}150 \cdot 2^t$ (4) $f(t) = 10{,}000 \cdot 1.5^t$

✅ **פתרון סופי: פונקציה (1): $f(t) = 10000 \cdot 1.015^t$**

סעיף ב כמה כסף יהיה הבנק חייב לדני כעבור 20 שנה מן היום שבו הפקיד דני את הכסף?

✅ **פתרון סופי: 13468.55 שקל**

סעיף ג מצאו את הפונקציה g(t) המתארת את גובה החוב של יעל לבנק לפי השנים t.

✅ **פתרון סופי: $g(t) = 1000 \cdot 1.15^t$**

סעיף ד בסרטוט שבסוף השאלה מתוארים הגרפים של הפונקציה f(t) ושל הפונקציה g(t). איזו פונקציה מתאר הקו המקווקו? נמקו.

✅ **פתרון סופי: הקו המקווקו הוא f(t) – החוב של הבנק לדני: הוא מתחיל ב־10,000 וגדל לאט יותר (1.015 קטן מ־1.15)**

סעיף ה בתחילתה של איזו שנה יגלה הבנק שהחוב שלו לדני קטן מן החוב של יעל לבנק?

✅ **פתרון סופי: $t \approx 18.43$, כלומר בתחילת שנת 2042**

17 שיעור 17-פתרון בגרות 2023 ב

סרטון שיעור 17

אחד הבנקים מלווה כסף לגופים מסחריים בריבית קבועה.

סעיף א1 הנהלת הבנק קבעה ריבית של 1.45% לשנה. חברת "היי־טק" לוותה 1,000,000 שקלים לשנתיים. מהו גובה הסכום שהיה על החברה להחזיר לבנק בתום השנתיים?

✅ **פתרון סופי: 1029210.25 שקלים**

סעיף א2 חברת "התעשייה" לוותה 1,000,000 שקלים ל־3 חודשים. מהו גובה הסכום שהיה עליה להחזיר לבנק בתום 3 החודשים?

✅ **פתרון סופי: 1003605.45 שקלים**

סעיף א3 חברת "הבנייה" לוותה 2,000,000 שקלים, והחזירה לבנק בתום תקופת ההלוואה סכום של 2,103,353.05 שקלים. מה היה משך תקופת ההלוואה?

✅ **פתרון סופי: t = 3.5 שנים**

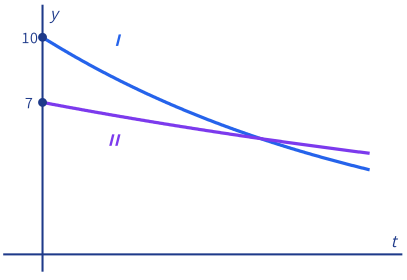
סעיף ב הנהלת הבנק התחלפה, ואז הציע הבנק ללקוחותיו המסחריים שני מסלולי הלוואה חדשים לשנתיים: מסלול 1 – מסלול בריבית משתנה: 1% ריבית לשנה הראשונה, ו־2.2% ריבית לשנה השנייה. מסלול 2 – מסלול בריבית שנתית קבועה לשנתיים. חברה לווה סכום מסוים. מה צריכה להיות הריבית השנתית במסלול 2, כדי שבתום השנתיים יקבל הבנק מן החברה את אותו סכום החזר בשני המסלולים? פרטו את חישוביכם.

✅ **פתרון סופי: p = 1.6%**

18 שיעור 18-פתרון בגרות 2024 חורף

סרטון שיעור 18

בים הצפוני יש שני קרחונים A ו־B. במשך השנים הקרחונים מפשירים ומאבדים ממשקלם. חוקרת מדדה את המשקל של כל אחד מן הקרחונים בכל קיץ במשך 10 שנים. לפניכם סרטוט המתאר את המשקל של כל קרחון (באלפי טונות) לפי שנים. (גרף I ו־II)



סעיף א מבין הגרפים I–II, קבעו איזה גרף מתאים לקרחון שקצב הפשרתו מהיר יותר. נמקו את קביעתכם.

✅ **פתרון סופי: גרף I – משקלו היה גדול יותר ולאחר כמה שנים השתווה לגרף II**

סעיף ב הפונקציה $f(t) = 7\cdot(0.96)^t$ מתארת את המשקל של קרחון A בכל שנה. הפונקציה $g(t) = 10\cdot(0.91)^t$ מתארת את המשקל של קרחון B בכל שנה. קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

✅ **פתרון סופי: f(t) – גרף II, g(t) – גרף I**

סעיף ג המשקל של איזה מבין שני הקרחונים היה גדול יותר לאחר 7 שנים מתחילת המדידות?

✅ **פתרון סופי: קרחון A, כי f(7) = 5.26 גדול מ־g(7) = 5.17**

סעיף ד מצאו לאחר כמה שנים מתחילת המדידות היה המשקל של קרחון A שווה למשקל של קרחון B.

✅ **פתרון סופי: t = 6.67 שנים**

סעיף ה החוקרת בדקה גם את מספר כלבי הים באזור זה. היא גילתה שמספר כלבי הים באזור זה גדל בכל שנה באחוז קבוע. לאחר 10 שנים מתחילת המדידות היה מספר כלבי הים גדול פי 1.5 ממספרם בתחילת המדידות. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר כלבי הים בכל שנה.

✅ **פתרון סופי:** $p = 4.1\%$

19 שיעור 19-פתרון בגרות 2024 א

סרטון שיעור 19

נתונות שתי דירות – דירה א' ודירה ב'. בתחילת שנת 2014 היה הערך של דירה א' 980,000 שקלים והערך של דירה ב' היה 620,000 שקלים. הערך של דירה א' גדל בכל שנה ב־7%, והערך של דירה ב' גדל בכל שנה פי q. כעבור מספר מסוים של שנים היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.

סעיף א לפניכם שלוש טענות. קבעו מהי הטענה הנכונה ונמקו. טענה I: $q < 1.07$, טענה II: $q = 1.07$, טענה III: $q > 1.07$

✅ **פתרון סופי:** טענה III: $q > 1.07$

סעיף ב1 נתון כי בתחילת שנת 2024 היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'. מצאו מה היה הערך של דירה א' בתחילת שנה זו.

✅ **פתרון סופי:** 1927808 שקלים

סעיף ב2 מצאו בכמה אחוזים גדל הערך של דירה ב' בכל שנה.

✅ **פתרון סופי:** 12%

סעיף ג על פי הצפוי, מתחילת שנת 2024 ואילך הערך של דירה ב' עתיד לרדת בכל שנה באחוז שקטן פי 1.5 מן האחוז שמצאתם בתת־סעיף ב(2). על פי צפי זה, בתחילת איזו שנה עתיד לרדת לראשונה הערך של דירה ב' בהשוואה לערך שהיה לה בתחילת שנת 2014?

✅ **פתרון סופי:** $t \approx 13.6$, כלומר בתחילת שנת 2038

20 שיעור 20-פתרון בגרות 2025 חורף

סרטון שיעור 20

אמיר קנה גלגל ים ומזרן ים. ביום הקנייה נפח הגלגל היה 3,700 סמ"ק ונפח המזרן היה 7,400 סמ"ק. עקב איבוד אוויר, נפח הגלגל ונפח המזרן קטנו באחוז קבוע בכל יום (כל אחד מהם באחוז אחר). כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.

סעיף א קבעו בעבור כל אחת מן הטענות I–II אם היא נכונה או לא נכונה. I. כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן. II. כעבור 8 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.

✅ **פתרון סופי:** I – לא נכונה, II – נכונה

סעיף ב נתון כי נפח הגלגל קטן ב־4% בכל יום. מצאו את האחוז שבו נפח המזרן קטן בכל יום.

✅ **פתרון סופי:** 13.1%

סעיף ג כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן $\frac{1}{3}$ מנפח הגלגל. מצאו את הערך של t.

✅ **פתרון סופי:** $t = 17.95$ ימים

סעיף ד לאחר כמה שבועות החליט אמיר לנפח את המזרן. במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב־22%. בסיום הניפוח היה נפח המזרן גדול פי 7.5 מן הנפח שלו בתחילת הניפוח. מצאו את מספר הדקות שנמשך ניפוח המזרן.

✅ **פתרון סופי:** 10.13 דקות

21 שיעור 21-פתרון בגרות

🎬 סרטון שיעור 21

תרגיל 1 בעיירה מסוימת נמצא כי אצל כל הגברים בעיירה שער הראש נושר בדעיכה מעריכית מגיל עשרים ואחת והלאה. כל שנה הגברים מאבדים 0.1% משער ראשם. מצא כעבור כמה שנים מגיל עשרים ואחת יאבדו הגברים 0.2997% משער ראשם.

✅ **פתרון סופי: $t = 3$ שנים**

22 שיעור 22-פתרון בגרות

🎬 סרטון שיעור 22

שאלה קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים. בתאריך 1/1/2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב-0.2%. המשכורת החודשית של רן בתאריך 1/1/2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב-1.2%. רן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית. כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1/1/2012 יוכל רן להתחיל לשלם עבור הדירה?

✅ **פתרון סופי: כעבור 21 חודשים שלמים ($t \approx 20.78$)**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 6

חקירת פונקציית e

25 שיעורים בקורס · עמודים 83–92

בפרק הזה

חוברת קורס חקירת פונקצייה e שאלון 472 -4 יחידות (10 עמודים) עמ' 83

בס"ד

חוברת הקורס – חקירת פונקציית e

4 יחידות · שאלון 472 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 1 – תחום הגדרה

1 שיעור 1-תחום הגדרה פונקציית e

סרטון שיעור 1

תרגיל 1 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = e^{x^2} + e^{-x^2}$

✅ **פתרון סופי: כל x**

תרגיל 2 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = \frac{ae^{2x}}{e^x - 1}$

✅ **פתרון סופי: $x \neq 0$**

תרגיל 3 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = \frac{e^{2x} + 4}{e^x}$

✅ **פתרון סופי: כל x**

תרגיל 4 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = e^{2x}$

✅ **פתרון סופי: כל x**

תרגיל 5 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ae^x}{e^x - a}$, $a > 0$ פרמטר. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: $x \neq \ln a$**

פרק 2 – משוואות מעריכיות

תזכורת $e^x = a \rightarrow x = \ln a$

2 שיעור 2-פתירת משוואות מערכיות e- 1

סרטון שיעור 2

תרגיל א פתרו: $e^x = 0$

✅ **פתרון סופי: אין פתרון**

תרגיל ב פתרו: $e^{4x} = e^{6+x}$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$**

תרגיל ג פתרו: $e^x \cdot e^2 = e^{x^2}$

✅ **פתרון סופי: $x = -1$, $x = 2$**

תרגיל ד פתרו: $e^x = 1$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$**

תרגיל ה פתרו: $e \cdot e^{x^2} = e^{4x-5}$

✅ **פתרון סופי: אין פתרון**

3 שיעור 3-פתירת משוואות מערכיות e- 2

סרטון שיעור 3

תרגיל ו פתרו: $e^x = 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = \ln 2$ (≈ 0.693)

תרגיל ז פתרו: $-3x + x \cdot e^x = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = \ln 3$, $x = 0$

תרגיל ח פתרו: $4xe^x = 2e^x$

✅ **פתרון סופי:** $x = \frac{1}{2}$

תרגיל ט פתרו: $e^{2x} - 4e^x = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = \ln 4$

תרגיל י פתרו: $e^{2x} + 8 \cdot e^x + 15 = 0$

✅ **פתרון סופי:** אין פתרון

תרגיל יא פתרו: $x^2 \cdot e^x - 4e^x = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = \pm 2$

פרק 3 – אסימפטוטות

4 שיעור 4-מציאת אסימפטוטה אנכית e-

סרטון שיעור 4

תרגיל 1 מצאו אסימפטוטה אנכית: $f(x) = e^{2x}$

✅ **פתרון סופי:** אין אס׳ אנכית

תרגיל 2 מצאו אסימפטוטה אנכית: $f(x) = \frac{e^{2x} + 4}{e^x}$

✅ **פתרון סופי:** אין אס׳ אנכית

תרגיל 3 מצאו אסימפטוטה אנכית: $f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1} - 7$

✅ **פתרון סופי:** $x = 0$

תרגיל 4 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a \cdot e^x}{e^x - a}$. הפרמטר $a > 0$. א(1) הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x) ואת משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי:** ת״ה: $x \neq \ln a$, אסימפטוטה אנכית: $x = \ln a$

תרגיל 5 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{e^{2x} - 10e^x}$. a הוא פרמטר שונה מאפס. א(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

(2) מצא את האסימפטוטה של הפונקציה f(x) המאונכת לציר ה־x.

✅ **פתרון סופי:** ת״ה: $x \neq \ln 10$, אסימפטוטה: $x = \ln 10$

5 שיעור 5-מציאת אסימפטוטה אופקית 1-שיטת ההצבה

סרטון שיעור 5

תרגיל 1 מצאו אסימפטוטות אופקיות: $y = e^x + 1$

✅ **פתרון סופי:**

אין: $x \to \infty$

$y = 1 : x \to -\infty$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

6 שיעור 6- מציאת אסימפטוטה אופקית e-2-שיטת ההצבה

סרטון שיעור 6

תרגיל 2 מצאו אסימפטוטות אופקיות: $y = e^{-x}$

✅ **פתרון סופי:**

$x \to \infty : y = 0$

אין : $x \to -\infty$

תרגיל 3 מצאו אסימפטוטות אופקיות: $y = \frac{3}{e^x + 1}$

✅ **פתרון סופי:**

$x \to \infty : y = 0$

$x \to -\infty : y = 3$

תרגיל 4 מצאו אסימפטוטות אופקיות: $f(x) = \frac{e^{2x} + 4}{e^x}$

✅ **פתרון סופי:**

אין : $x \to \infty$

אין : $x \to -\infty$

7 שיעור 7 -מציאת אסימפטוטה אופקית-שיטת שאיפה לאין סוף ומינוס אין סוף

סרטון שיעור 7

תרגיל 1 מצא אסימפטוטה אופקית: $y = e^{-x}$

✅ **פתרון סופי:**

ימין: $y = 0$

שמאל: אין

תרגיל 2 מצא אסימפטוטה אופקית: $y = \frac{3}{e^x + 1}$

✅ **פתרון סופי:**

ימין: $y = 0$

שמאל: $y = 3$

תרגיל 3 מצא אסימפטוטה אופקית: $y = e^x + 1$

✅ **פתרון סופי:**

ימין: אין

שמאל: $y = 1$

8 שיעור 8 -תרגיל מציאת איסמפטוטה אופקית

סרטון שיעור 8

תרגיל 1 נתונה הפונקציה $f(x) = e^x - \frac{1}{1 - e^x}$. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: אנכית: $x = 0$**

תרגיל 2 מה קורה כאשר x שואף לאינסוף?

✅ **פתרון סופי: ימין: אין**

תרגיל 3 מה קורה כאשר x שואף למינוס אינסוף?

✅ **פתרון סופי: שמאל: $y = -1$**

פרק 4 – נגזרת, משיק ונקודות קיצון

9 שיעור 9-נגזרת פונקציית e

סרטון שיעור 9

תרגיל 1 מצאו את הנגזרת של $f(x) = e^x$

✅ **פתרון סופי: $f'(x) = e^x$**

תרגיל 2 מצאו את הנגזרת של $f(x) = e^{2x}$

✅ **פתרון סופי: $f'(x) = 2 \cdot e^{2x}$**

תרגיל 3 מצאו את הנגזרת של $f(x) = 3e^{2x}$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = 6 \cdot e^{2x}$

תרגיל 4 מצאו את הנגזרת של $f(x) = e^{x^2} + e^{-x^2}$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = 2xe^{x^2} - 2xe^{-x^2}$

תרגיל 5 מצאו את הנגזרת של $f(x) = xe^x$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = e^x(1 + x)$

תרגיל 6 מצאו את הנגזרת של $f(x) = (x + 2)e^{2x}$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = e^{2x} \cdot (5 + 2x)$

תרגיל 7 מצאו את הנגזרת של $f(x) = \frac{e^{2x} + 4}{e^x}$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = \frac{e^x(e^{2x} - 4)}{e^{2x}}$

10 שיעור 10 – מציאת משוואת משיק חלק 1-פונקציית e

סרטון שיעור 10

תרגיל 1 נתונה הפונקציה $f(x) = e^{-2x}$. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$. מצא את משוואת המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $y = -2e^2x - e^2$

11 שיעור 11– מציאת משוואת משיק חלק 2-פונקציית e

סרטון שיעור 11

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x) = e^{\frac{x+1}{2}}$. שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A הוא $\frac{e^2}{2}$. מצא את שיעורי הנקודה A.

✅ **פתרון סופי:** $A = (3 , e^2)$

סעיף ב מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.

✅ **פתרון סופי:** $y = \frac{e^2}{2} \cdot x - \frac{1}{2}e^2$

12 שיעור 12 -מציאת נקודות קיצון

סרטון שיעור 12

תרגיל 1 מצא נקודות קיצון וסוגן (אם יש) לפונקציה $f(x) = e^{2x}$

✅ **פתרון סופי:** אין נקודות קיצון

תרגיל 2 מצא נקודות קיצון וסוגן (אם יש) לפונקציה $f(x) = xe^x$

✅ **פתרון סופי:** $\min (-1 , -\frac{1}{e})$

פרק 5 – חקירת פונקציות e

13 שיעור 13- חקירה עם מכפלה

סרטון שיעור 13

סעיף 1 נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{-2x+1}$. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x.

✅ **פתרון סופי:** $(\pm\sqrt{2} , 0)$

סעיף 2 מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x) וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min (-1 , -e^3) , \max (2 , 2e^{-3})$

סעיף 3 סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

✅ **פתרון סופי:** סקיצה עם חיתוך ב־$\pm\sqrt{2}$, $\min (-1 , -e^3)$ ו־$\max (2 , 2e^{-3})$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

14 שיעור 14 -קיצון עם מציאת פרמטר

סרטון שיעור 14

תרגיל 1 נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{2x}}{a-x}$, a הוא פרמטר. נתון: לפונקציה f(x) יש נקודת קיצון בנקודה ששיעור ה־x שלה הוא 1.

מצא את a.

✅ **פתרון סופי:** $a=\frac{1}{2}$

15 שיעור 15- קיצון עם מנה

סרטון שיעור 15

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^2-4x+a}$, a הוא פרמטר. לפונקציה f(x) יש אסימפטוטה אנכית שמשוואתה היא $x=2$.

מצאו את הערך של a.

✅ **פתרון סופי:** $a=4$

סעיף ב הציבו $a=4$ בפונקציה f(x). מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה f(x) , וקבעו את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (3\ ,\ e^6)$

16 שיעור 16-פתרון בגרות 2011 א-חקירת e

סרטון שיעור 16

סעיף א נתונה הפונקציה: $f(x)=e^{x^2}+e^{-x^2}$. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

✅ **פתרון סופי:** כל x

סעיף ב מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (0\ ,\ 2)$

סעיף ג סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

✅ **פתרון סופי:** סקיצה עם $\min\ (0\ ,\ 2)$

סעיף ד ישר שמשוואתו $y=2.5$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות. מבין שתי הנקודות האלה, מצא את השיעורים של הנקודה שבה הפונקציה יורדת.

✅ **פתרון סופי:** $(-0.832\ ,\ 2.5)$

17 שיעור 17- חקירה פונקציית e

סרטון שיעור 17

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x)=e^x\cdot(e^x-6)^2$, המוגדרת לכל x. **א.** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה f(x) עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(\ln 6,\ 0)\ ,\ (0,\ 25)$

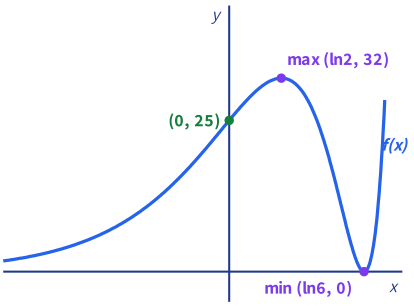
סעיף ב **ב.** הראו כי מתקיים: $f(x)=e^{3x}-12e^{2x}+36e^x$

✅ **פתרון סופי:** $f(x)=e^{3x}-12e^{2x}+36e^x$

סעיף ג **ג.** מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x), וקבעו את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (\ln 6,\ 0)\ ,\ \max\ (\ln 2,\ 32)$

סעיף ד **ד.** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה f(x).



✅ **פתרון סופי: הסקיצה בסרטוט (הסבר מלא בסרטון שיעור 17)**

סעיף ה סעיף ה של שאלה זו ($g(x) = e^{3x}$, נקודת חיתוך ושטח) – בשיעור 23 בהמשך החוברת.

פרק 6 – אינטגרל ושטחים

18 שיעור 18-אינטגרל חלק 1

🎬 סרטון שיעור 18

תרגיל 1 מצאו את האינטגרל של $f(x) = e^x$

✅ **פתרון סופי:** $e^x + c$

תרגיל 2 מצאו את האינטגרל של $f(x) = e^{2x}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{e^{2x}}{2} + c$

תרגיל 3 מצאו את האינטגרל של $f(x) = 3e^{2x}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3 \cdot e^{2x}}{2} + c$

תרגיל 4 מצאו את האינטגרל של $g(x) = e^{4x} + 8$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{e^{4x}}{4} + 8x + c$

תרגיל 5 מצאו את האינטגרל של $f(x) = -2e^{-2x} + 3$

✅ **פתרון סופי:** $e^{-2x} + 3x + c$

19 שיעור 19-אינטגרל חלק 2

🎬 סרטון שיעור 19

תרגיל 1 חשבו: $\int e^{6x-4}(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{e^{6x-4}}{6} + c$

תרגיל 2 חשבו: $\frac{1}{2}\int e^{\frac{x}{2}-1}(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $e^{\frac{x}{2}-1} + c$

תרגיל 3 חשבו: $\int \frac{e^{2x}}{3}(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{e^{2x}}{6} + c$

תרגיל 4 חשבו: $\int \frac{e^{2x}+3}{e^x}(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $e^x - \frac{3}{e^x} + c$

תרגיל 5 חשבו: $\int \frac{e^{2x+3}}{e^x}(dx)$

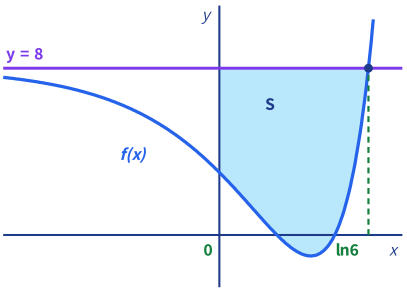
✅ **פתרון סופי:** $e^{x+3} + c$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

20 שיעור 20 -אינטגרל שטחים e

סרטון שיעור 20

תרגיל 1 נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 6e^{x} + 8$, ונתון הישר $y = 8$ (ראה ציור). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר y, ועל ידי הישר $y = 8$.



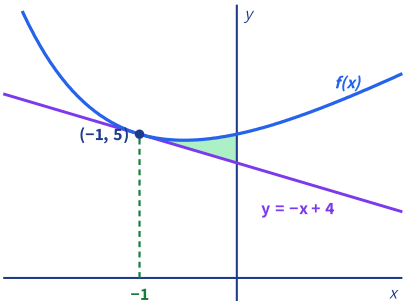
✅ **פתרון סופי:** $S = 12\frac{1}{2}$ יח"ר

פרק 7 – שאלות בגרות

21 שיעור 21-בגרות 2012 מועד א-משיק ושטח

סרטון שיעור 21

סעיף א בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה f(x), ומוצג הישר $y = -x + 4$. הישר משיק לגרף הפונקציה f(x) בנקודה שבה $x = -1$. הנגזרת של הפונקציה f(x) היא $f'(x) = a - e^{-x}$. a הוא פרמטר. **א.** מצא את הערך של a. בתשובתך רצוי להשאיר e.



✅ **פתרון סופי:** $a = -1 + e$

סעיף ב1 הצב את הערך של a, וענה על הסעיפים ב–ג. **ב. (1)** מצא את שיעור ה־y של נקודת ההשקה.

✅ **פתרון סופי:** $(-1, 5)$

סעיף ב2 **ב. (2)** מצא את הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי:** $f(x) = -1x + ex + e^{-x} + 4$

סעיף ג **ג.** מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה f(x), על ידי הישר הנתון ועל ידי ציר ה־y (השטח המקווקו בציור).

✅ **פתרון סופי:** $S = \frac{e}{2} - 1$ יח"ר (≈ 0.36)

22 שיעור 22 -פתרון בגרות חורף 2023- חקירת e

סרטון שיעור 22

סעיף א1 נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^2-6}$. **א. (1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי:** $x\neq\pm\sqrt{6}$

סעיף א2 **א. (2)** מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה f(x) המאונכות לציר x.

✅ **פתרון סופי:** $x=\sqrt{6}$

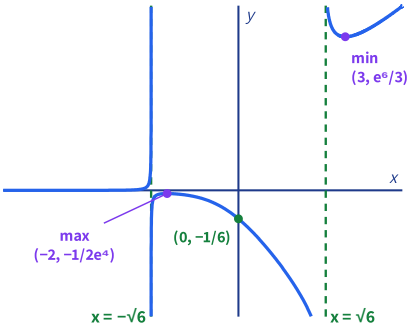
סעיף ב **ב.** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(0,-\frac{1}{6})$

סעיף ג **ג.** מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x), וקבעו את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\max(-2,-\frac{1}{2e^4})$

סעיף ד **ד.** לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקציה f(x). העתיקו את הסקיצה למחברתכם והשלימו בה את החלקים החסרים.



✅ **פתרון סופי: הסקיצה בסרטון (הסבר מלא בסרטון שיעור 22)**

סעיף ה נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$, c הוא פרמטר. **ה.** מצאו את שני הערכים האפשריים של c שבעבורם יש לפונקציה g(x) נקודת קיצון על הישר $y=4$. נמקו.

✅ **פתרון סופי:** $c=4-\frac{e^6}{3}$

23 שיעור 23- פתרון בגרות קיץ 2023

סרטון שיעור 23

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x)=e^x\cdot(e^x-6)^2$ המוגדרת לכל x. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(\ln6,0)$, $(0,25)$

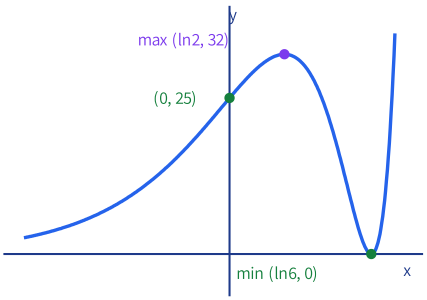
סעיף ב הראו כי מתקיים: $f(x)=e^{3x}-12e^{2x}+36e^x$

✅ **פתרון סופי:** $f(x)=e^{3x}-12e^{2x}+36e^x$

סעיף ג מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x), וקבעו את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min(\ln6,0)$, $\max(\ln2,32)$

סעיף ד סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה f(x).

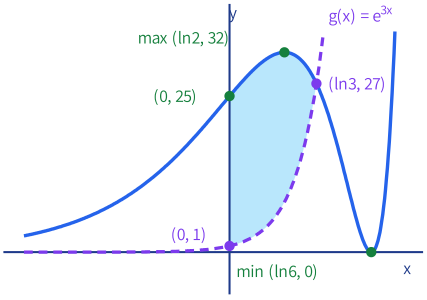


✅ **פתרון סופי: הסקיצה בסרטוט (הסבר מלא בסרטון שיעור 23)**

סעיף ה(1) נתונה הפונקציה $g(x) = e^{3x}$ העולה לכל x. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם גרף הפונקציה g(x).

✅ **פתרון סופי: (ln3, 27)**

סעיף ה(2) באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה f(x), סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה g(x) בקו מקווקו.



✅ **פתרון סופי: הסקיצה בסרטוט (הסבר מלא בסרטון שיעור 23)**

סעיף ה(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה f(x), על ידי גרף הפונקציה g(x) ועל ידי ציר ה־y.

✅ **פתרון סופי: S = 24**

24 שיעור 24 – פתרון בגרות 2025 א

🎬 סרטון שיעור 24

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 4x + a}$, a הוא פרמטר. לפונקציה f(x) יש אסימפטוטה אנכית שמשוואתה x = 2. מצאו את הערך של a.

✅ **פתרון סופי: a = 4**

סעיף ב1 הציבו a = 4 וענו: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 4x + 4}$. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: $x \neq 2$**

סעיף ב2 מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים (אם יש כאלה).

✅ **פתרון סופי: עם ציר x אין, עם ציר y: $(0 , \frac{1}{4})$**

סעיף ב3 מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה f(x) וקבעו את סוגה.

✅ **פתרון סופי: min $(3 , e^6)$**

סעיף ג סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי: סקיצה עם** $x = 2$ **,** $\min\left(3, e^{6}\right)$ **,** $\left(0, \frac{1}{4}\right)$

סעיף ד נתונה הפונקציה $h(x) = -f(x) + e^{9}$ שתחום הגדרתה הוא תחום ההגדרה של f(x). כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה h(x) עם ציר ה־x?

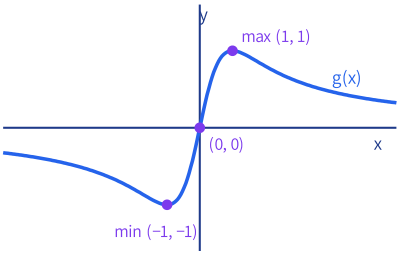
✅ **פתרון סופי: 3 נקודות חיתוך עם ציר** x

פרק 8 – הרכבה: e בחזקת g(x)

25 שיעור 25- הרכבה על פונקציה e בחזקת f(x)

🎬 סרטון שיעור 25

בסרטוט נתון גרף הפונקציה g(x). נתונה הפונקציה $f(x) = e^{g(x)}$.



סעיף 1 מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי: כל** x

סעיף 2 מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי:** $y = 1$

סעיף 3 מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x), וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\max\left(1, e^{1}\right)$

$\min\left(-1, e^{-1}\right)$

תרגיל 4 סרטט את הפונקציה f(x) (כפי שנעשה בסרטון).

✅ **פתרון סופי:** $(0, 1)$

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 7

חקירת פונקציית ln

31 שיעורים בקורס · עמודים 94–110

בפרק הזה

חוברת הקורס חקירה לאן-4 יחידות שאלון 472 (8 עמודים)	עמ' 94
שיעור 29 – חוקי לוגריתמים – הגדרה וחוקים (ללא סרטון)	עמ' 102
שיעור 30 – משוואות עם לוגריתמים (ללא סרטון)	עמ' 105
שיעור 31 – תרגילים נוספים – חוקי לוגריתמים (ללא סרטון)	עמ' 108

בס"ד

חוברת הקורס – חקירת פונקציית ln

4 יחידות · שאלון 472 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 1 – תחום הגדרה

1 שיעור 1-תחום הגדרה לאן 1

סרטון שיעור 1

תרגיל 1 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = 4x \cdot \ln x$

✅ **פתרון סופי:** $x > 0$

תרגיל 2 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x$

✅ **פתרון סופי:** $x > 0$

תרגיל 3 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = \ln(x - 4)$

✅ **פתרון סופי:** $x > 4$

תרגיל 4 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = \frac{\ln(1 + x)}{2 + 2x}$

✅ **פתרון סופי:** $x > -1$

2 שיעור 2-תחום הגדרה לאן 2

סרטון שיעור 2

תרגיל 1 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = \frac{bx}{1 + \ln(x)}$

✅ **פתרון סופי:** $x > \frac{1}{e}$ וגם $0 < x < \frac{1}{e}$

תרגיל 2 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = -1 + 2x + \ln(x^2)$

✅ **פתרון סופי:** $x < 0$ וגם $x > 0$

תרגיל 3 מצאו תחום הגדרה: $f(x) = \ln(-x^2 + 4x - 3)$

✅ **פתרון סופי:** $1 < x < 3$

3 שיעור 3- תחום הגדרה לאן ,נגזרת

סרטון שיעור 3

תרגיל 1 מצאו תחום הגדרה: $\ln(x - 2)$

✅ **פתרון סופי:** $x > 2$

תרגיל 2 גזרו: $f(x) = 3\ln x + \ln(x + 2)$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = \frac{3}{x} + \frac{1}{x + 2}$

תרגיל 3 גזרו: $f(x) = \ln(x^2 + 5)$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 5}$

תרגיל 4 גזרו: $f(x) = \ln(e^x + 1)$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

פרק 2 – משוואות עם ln

4 שיעור 4-פתרון משוואות עם ln

סרטון שיעור 4

תרגיל 1 פתרו: $\ln x = 3$

✅ **פתרון סופי:** $x = e^3$

תרגיל 2 פתרו: $4\ln x - 2 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$

תרגיל 3 פתרו: $\ln(x-4) = 1$

✅ **פתרון סופי:** $x = e + 4$

5 שיעור 5-פתרון משוואות עם ln, עם הצבת t

סרטון שיעור 5

תרגיל 1 פתרו: $(\ln x)^2 - 2\ln x = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = e^2$, $x = 1$

תרגיל 2 פתרו: $(\ln x)^2 - 4\ln x + 3 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = e^3$, $x = e^1$

6 שיעור 6-פתרון משוואות עם ln, עם חוקי הלאנים

סרטון שיעור 6

תרגיל 1 פתרו: $\ln x + \ln 3 = \ln(x^2)$

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

תרגיל 2 פתרו: $\ln x - \ln 5 = \ln 7$

✅ **פתרון סופי:** $x = 35$

7 שיעור 7-פתרון משוואה

סרטון שיעור 7

תרגיל 1 מצאו את x:

$$(\ln x)^2 + \ln\frac{x}{e} = 3 + \ln(e^2 \cdot x^2)$$

✅ **פתרון סופי:** $x = e^3$, $x = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$

פרק 3 – נגזרות

8 שיעור 8-נגזרות חלק 1

סרטון שיעור 8

תרגיל 1 גזרו: $f(x) = 2x\ln x$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = 2\ln x + 2$

תרגיל 2 גזרו: $f(x) = \ln(\frac{2}{x+3})$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = \frac{-1}{x+3}$

9 שיעור 9-נגזרות חלק 2

סרטון שיעור 9

תרגיל 1 גזרו: $f(x) = \ln(x^3)$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = \frac{3}{x}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

שיעור 10-נגזרת מורכבת

סרטון שיעור 10

תרגיל 1 גזרו את הפונקציה $f(x) = \ln^3 x$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x) = \frac{3\ln^2 x}{x}$

פרק 4 – אסימפטוטות

שיעור 11-אסמפטוטה אנכית 1

סרטון שיעור 11

תרגיל 1 מצאו אסימפטוטה אנכית ותחום הגדרה ל־ $y = \ln(x-4)$

✅ **פתרון סופי:** אס' אנכית: $x = 4$

ת"ה: $x > 4$

תרגיל 2 מצאו אסימפטוטה אנכית ותחום הגדרה ל־ $y = \ln(x^2 - x)$

✅ **פתרון סופי:** אס' אנכיות: $x = 1$, $x = 0$

ת"ה: $x > 1$ או $x < 0$

תרגיל 3 מצאו אסימפטוטה אנכית ל־$y = \ln(8x - x^2)$

✅ **פתרון סופי:** $x = 8$, $x = 0$

שיעור 12 -אסימפטוטה אנכית 2

סרטון שיעור 12

תרגיל 1 מצאו תחום הגדרה ואסימפטוטה אנכית לפונקציה $y = \frac{4}{\ln x}$

✅ **פתרון סופי:** ת"ה: $x > 0$, $x \neq 1$

שיעור 13-אסימפטוטה אנכית 3

סרטון שיעור 13

תרגיל 1 מצאו תחום הגדרה ואסימפטוטה אנכית לפונקציה $y = \ln x - \frac{2}{\ln x}$

✅ **פתרון סופי:** ת"ה: $x > 0$, $x \neq 1$

שיעור 14-אסמפטוטה אופקית 1

סרטון שיעור 14

תרגיל 1 האם יש אסימפטוטה אופקית לפונקציה $y = \ln(x-4)$?

✅ **פתרון סופי:** אין אסימפטוטה אופקית

שיעור 15 אסימפטוטה אופקית 2

סרטון שיעור 15

תרגיל 1 מצאו אסימפטוטה אופקית לפונקציה $y = \frac{6}{\ln x} + 1$

✅ **פתרון סופי:** $y = 1$

תרגיל 2 מצאו אסימפטוטה אופקית לפונקציה $y = \ln x + \frac{2}{\ln x}$

✅ **פתרון סופי:** אין אסימפטוטה אופקית

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

פרק 5 – חקירה ונקודות קיצון

16 שיעור 16- ת"ה חיתוך ועליה ירידה

סרטון שיעור 16

סעיף א(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה f(x)?

✅ **פתרון סופי:** $x > 0$

סעיף א(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים (אם יש כאלה).

✅ **פתרון סופי:** $(0.22, 0)$

סעיף א(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה f(x) (אם יש כאלה).

✅ **פתרון סופי:** f(x) עולה בתחום $x > 0$

17 שיעור 17 -מציאת נקודות קיצון עם נגזרת מכפלה

סרטון שיעור 17

תרגיל 1 מצאו את תחום ההגדרה של f(x)

✅ **פתרון סופי:** ת"ה: $x > 0$

תרגיל 2 מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה f(x), וקבע את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (0.607, -0.184)$

18 שיעור 17 -מציאת פרמטר -קיצון עם מכפלה

סרטון שיעור 18

סעיף א מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי:** $x > 0$

סעיף ב נתון כי לפונקציה f(x) יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = \frac{1}{3e}$. מצא את a.

✅ **פתרון סופי:** $a = 3$

19 שיעור 18- ת"ה +קיצון עם מנה ופונקציה מורכבת

סרטון שיעור 19

סעיף א(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי:** $x > 0\ ,\ x \neq 1$

סעיף א(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה־x של הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי:** $x = 1$

סעיף ב מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה f(x), וקבעו את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (e^2, 1\frac{1}{2}e^2)$

פרק 6 – פתרון בגרויות

20 שיעור 19- ת"ה +קיצון -פונקציית מכפלה +מורכבת

סרטון שיעור 20

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$. **א.** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי:** $x > 0$

סעיף ב ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\max\ (e^{-2}, 4e^{-2})$

סעיף ג **ג.** הסבירו מדוע מתקיים $f(x) \geq 0$ עבור כל x בתחום ההגדרה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: $f(x) \geq 0$ – גדול מ־0, ושווה 0 עבור $x = 1$**

21 שיעור 20- חקירה לאן- מבוסס על מועד 2021 קיץ מיוחד

🎬 סרטון שיעור 21

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(-x^2 + 4x - 3)$. **א.** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: $1 < x < 3$**

סעיף ב **ב.** מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר y.

✅ **פתרון סופי: $x = 1$**

סעיף ג **ג.** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגה.

✅ **פתרון סופי: $\max(2, 0)$**

סעיף ד **ד.** מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: עלייה: $1 < x < 2$**

סעיף ה **ה.** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: גרף בין $x = 1$ ל־$x = 3$, יורד לאסימפטוטות, מקסימום $(2, 0)$**

22 שיעור 21- קיץ 2019

🎬 סרטון שיעור 22

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(-x^2 + ax)$, שתחום ההגדרה שלה הוא $0 < x < a$, ו־$a > 0$ הוא פרמטר. ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון.

א. הראו כי שיעור ה־x של נקודת הקיצון של הפונקציה הוא $\frac{a}{2}$.

✅ **פתרון סופי: $x = \frac{a}{2}$**

סעיף ב **ב.** נתון כי שיעור ה־y של נקודת הקיצון הוא $\ln(2\frac{1}{4})$. מצאו את a.

✅ **פתרון סופי: $a = 3$**

סעיף ג **ג.** הציבו $a = 3$ ומצאו את סוג נקודת הקיצון.

✅ **פתרון סופי: $\max(1\frac{1}{2}, \ln(2\frac{1}{4}))$**

סעיף ד1 **ד. (1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x. בתשובתך דייקו עד שתי ספרות אחרי הנקודה.

✅ **פתרון סופי: $(2.62, 0)$**

סעיף ד2 **ד. (2)** מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לציר x.

✅ **פתרון סופי: $x = 0$**

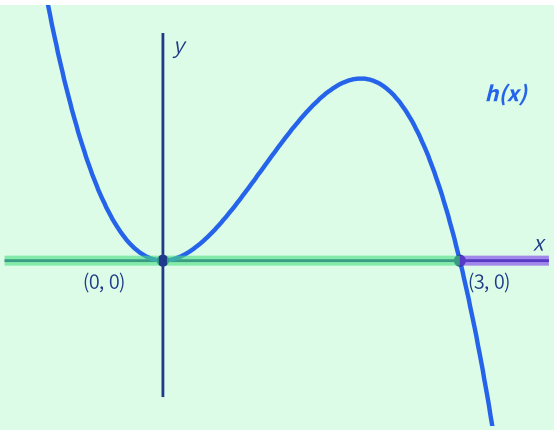
סעיף ד3 **ד. (3)** סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: גרף בין $x = 0$ ל־$x = 3$, מקסימום $(\ln(2\frac{1}{4}), 1\frac{1}{2})$, חותך את ציר x ב־0.38 וב־2.62**

23 שיעור 22 -פתרון בגרות 2023 מועד א קיץ

🎬 סרטון שיעור 23

בסרטוט מתואר גרף הפונקציה $h(x) = -2x^3 + 6x^2$, המוגדרת לכל x. בהמשך: $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$.



סעיף א1 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $h(x) = -2x^3 + 6x^2$, המוגדרת לכל x. **א. (1)** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה h(x) עם ציר x.

✅ **פתרון סופי: (0, 0)**

סעיף א2 **א. (2)** היעזרו בגרף ומצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה h(x).

✅ **פתרון סופי: חיוביות: $0 < x < 3$, $x < 0$**

סעיף ב נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$. **ב.** היעזרו בתשובתכם לתת־סעיף א(2) ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

✅ **פתרון סופי: $0 < x < 3$, $x < 0$**

סעיף ג **ג.** מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה f(x) המאונכות לציר x.

✅ **פתרון סופי: $x = 0$**

סעיף ד **ד.** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה f(x), וקבעו את סוגה.

✅ **פתרון סופי: max $(2, \ln 8)$**

סעיף ה **ה.** נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x) + 4$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת f(x). מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה g(x), ומה סוגה?

✅ **פתרון סופי: min $(2, -\ln 8 + 4)$**

24 שיעור 23- חורף 2024

🎬 סרטון שיעור 24

סעיף א1 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3x^2}{2\ln x + 1}$. **א. (1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: $x > 0$, $x \neq e^{-\frac{1}{2}}$**

סעיף א2 **א. (2)** האם גרף הפונקציה חותך את ציר x? נמקו.

✅ **פתרון סופי: לא חותך את ציר x**

סעיף א3 **א. (3)** מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר x.

✅ **פתרון סופי: $x = e^{-\frac{1}{2}}$**

סעיף ב **ב.** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגה.

✅ **פתרון סופי: min $(1, 3)$**

סעיף ג **ג.** מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: ירידה: $e^{-\frac{1}{2}} < x < 1$, $0 < x < e^{-\frac{1}{2}}$**

סעיף ד **ד.** איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שבסוף השאלה הוא גרף הפונקציה? נמקו.

✅ **פתרון סופי: גרף III**

25 שיעור 24- קיץ ב 2025

🎬 סרטון שיעור 25

סעיף א נתונה הפונקציה $f(x) = x^2(-2 + \ln x)$. **א.** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: $x > 0$**

סעיף ב **ב.** מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

✅ **פתרון סופי: $(e^2, 0)$**

סעיף ג **ג.** מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $\min\left(e^{1\frac{1}{2}}, -\frac{1}{2}e^{3}\right)$

סעיף ד **ד.** איזה מבין הגרפים I, II, III, IV מתאר את הפונקציה? נמקו.

✅ **פתרון סופי: גרף I**

פרק 7 – אינטגרל ושטחים

26 שיעור 16 אינטגרל ln

סרטון שיעור 26

תרגיל 1 חשבו: $\int 8x + \frac{3}{x}\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $4x^2 + 3\ln|x| + c$

תרגיל 2 חשבו: $\int \frac{2}{2x+3}\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\ln|2x+3| + c$

תרגיל 3 חשבו: $\int \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $-\frac{1}{x} + 2\ln|x| + c$

תרגיל 4 חשבו: $\int e\cdot x + \frac{e}{x}\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{e\cdot x^2}{2} + e\ln|x| + c$

תרגיל 5 חשבו: $\int \frac{8-x^2}{x}\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $8\ln|x| - \frac{x^2}{2} + c$

27 שיעור 27- מציאת שטח 1

סרטון שיעור 27

תרגיל 1 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{2x} + \frac{2x}{3}$ בתחום $x > 0$. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת הקיצון שלה, והעבירו את הישר $y = 2\frac{1}{6}$ החותך את גרף הפונקציה בין היתר בנקודה שבה $x = 1$ (הנקודה הקרובה לציר y). נתון: נקודת הקיצון (1.5, 2). מצאו את השטח המוגבל על ידי שני הישרים, על ידי גרף הפונקציה f(x) ועל ידי ציר y (השטח המקווקו בציור).

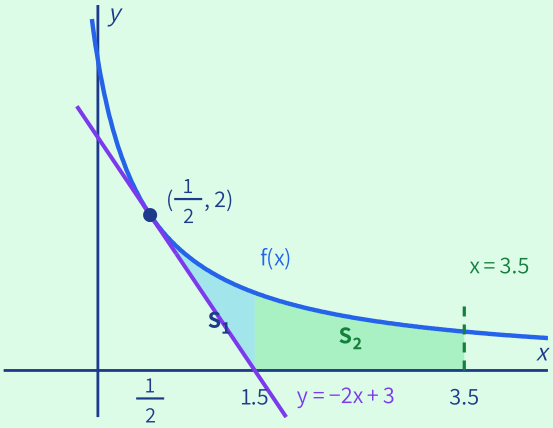
✅ **פתרון סופי:** $S \approx 0.192$ יח"ר

28 שיעור 28- מציאת שטח עם משוואת משיק

סרטון שיעור 28

בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{2x+1}$ בתחום $x > -0.5$. העבירו משיק לגרף הפונקציה ששיפועו -2.

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il



סעיף א1 מצאו את שיעורי נקודת ההשקה.

✅ **פתרון סופי:** $(\frac{1}{2}, 2)$

סעיף א2 מצאו את משוואת המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $y = -2x + 3$

סעיף ב חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק, הישר $x = 3.5$ וציר x.

✅ **פתרון סופי:** $S = 1.772$ יח"ר

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

חוקי לוגריתמים · 4 יחידות · שאלון 472

חוקי לוגריתמים – הגדרה וחוקים

התרגילים בשיעור

תרגיל 1. חשבו בלי מחשבון: $\log_2 32$, $\log 1000$, $\ln(e^4)$.

תרגיל 2. חשבו: $\log_6 4 + \log_6 9$.

תרגיל 3. חשבו: $\log_3 54 - \log_3 2$.

תרגיל 4. חשבו: $2\ln 3 + \ln 2 - \ln 18$.

תרגיל 5. חשבו במחשבון: $\log_2 10$ (עיגול ל־2 ספרות אחרי הנקודה).

✏️ פתרון

החוקים בקצרה

לוגריתם עונה על השאלה: "באיזו חזקה צריך להעלות את הבסיס כדי לקבל את המספר?"

$$\log_2 8 = 3 \iff 2^3 = 8$$

מקש `ln` – בסיס e . מקש `log` – בסיס 10.

שלושת החוקים (לכל בסיס, גם ל־ln), עם דוגמה קצרה:

$$\log_2(4 \cdot 8) = 2 + 3 = 5$$

$$\log_2 \frac{32}{4} = 5 - 2 = 3$$

$$\log_2(8^2) = 2 \cdot 3 = 6$$

מעבר בסיס – כשהבסיס הוא לא e ולא 10:

$$\log_2 8 = \frac{\ln 8}{\ln 2} = 3$$

⚠️ אין חוק לסכום: $\ln(x + y) \neq \ln x + \ln y$.

📐 **הגדרת הלוגריתם**

$\log_a b = c \iff a^c = b$

כאשר $a > 0 \ , \ a \neq 1 \ , \ b > 0$

📐 **הלוגריתמים במחשבון**

$\ln x = \log_e x$

$\log x = \log_{10} x$

📐 **לוגריתם של מכפלה**

$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

📐 **לוגריתם של מנה**

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

📐 **לוגריתם של חזקה**

$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$

📐 **מעבר בסיס**

$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a} = \frac{\log b}{\log a}$

תרגיל 1 – לפי ההגדרה

שואלים: "באיזו חזקה?"

$$2^5 = 32 \implies \log_2 32 = 5$$

$$10^3 = 1000 \implies \log 1000 = 3$$

📐 **הגדרת הלוגריתם**

$\log_a b = c \iff a^c = b$

כאשר $a > 0 \ , \ a \neq 1 \ , \ b > 0$

$$\ln(e^4) = 4$$

📐 **הקשר בין ln ל־e**

$$\ln(e^c) = c$$

$$e^{\ln b} = b$$

✅ **פתרון סופי:** $\ln(e^4) = 4$, $\log 1000 = 3$, $\log_2 32 = 5$

תרגיל 2 – חוק המכפלה

סכום של לוגריתמים עם אותו בסיס = לוגריתם של המכפלה:

$$\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6(4 \cdot 9) = \log_6 36$$

📐 **לוגריתם של מכפלה**

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$6^2 = 36 \implies \log_6 36 = 2$$

📐 **הגדרת הלוגריתם**

$$\log_a b = c \iff a^c = b$$

כאשר $a > 0 \ , \ a \neq 1 \ , \ b > 0$

✅ **פתרון סופי:** 2

תרגיל 3 – חוק המנה

$$\log_3 54 - \log_3 2 = \log_3 \frac{54}{2} = \log_3 27$$

📐 **לוגריתם של מנה**

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$3^3 = 27 \implies \log_3 27 = 3$$

📐 **הגדרת הלוגריתם**

$$\log_a b = c \iff a^c = b$$

כאשר $a > 0 \ , \ a \neq 1 \ , \ b > 0$

✅ **פתרון סופי:** 3

תרגיל 4 – כל החוקים יחד

קודם מכניסים את ה־2 לחזקה:

$$2\ln 3 = \ln(3^2) = \ln 9$$

📐 **לוגריתם של חזקה**

$$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$$

$$\ln 9 + \ln 2 = \ln(9 \cdot 2) = \ln 18$$

📐 **לוגריתם של מכפלה**

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\ln 18 - \ln 18 = \ln \frac{18}{18} = \ln 1 = 0$$

📐 **ערכים מיוחדים**

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

✅ **פתרון סופי:** 0

תרגיל 5 – מעבר בסיס במחשבון

$$\log_2 10 = \frac{\ln 10}{\ln 2}$$

📐 **מעבר בסיס**

$$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a} = \frac{\log b}{\log a}$$

במחשבון: $\ln 10 \div \ln 2 =$

$$\log_2 10 = \frac{2.3026}{0.6931} \approx 3.32$$

בדיקה: $2^{3.32} \approx 10$ ✓

✅ **פתרון סופי:** $\log_2 10 \approx 3.32$

📌 סיכום

תרגיל 1	$4\ ,\ 3\ ,\ 5$
תרגיל 2	2
תרגיל 3	3
תרגיל 4	0
תרגיל 5	≈ 3.32

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

חוקי לוגריתמים · 4 יחידות · שאלון 472

משוואות עם לוגריתמים

התרגילים בשיעור

תרגיל 1. פתרו: $2^x = 10$.

תרגיל 2. (בגרות 472 חורף 2025, שאלה 3 סעיף ד) במהלך ניפוח של מזרן גדל הנפח שלו בכל דקה ב־22%. בסיום הניפוח היה הנפח גדול פי 7.5 מהנפח בתחילת הניפוח. מצאו כמה דקות נמשך הניפוח.

תרגיל 3. (בגרות 472 חורף 2024, שאלה 3 סעיף ד) המשקל של קרחון A הוא $f(t) = 7 \cdot 0.96^t$ והמשקל של קרחון B הוא $g(t) = 10 \cdot 0.91^t$. מצאו אחרי כמה שנים המשקלים שווים.

תרגיל 4. פתרו: $\ln x + \ln(x-2) = \ln 3$.

תרגיל 5. (בגרות 472 קיץ 2021 מועד מיוחד, שאלה 5 סעיף ו) פתרו: $\ln(-x^2+4x-3) - \ln 0.75 = 0$.

✏️ פתרון

שתי השיטות בקצרה

משוואה מעריכית (הנעלם בחזקה): מבודדים את החזקה, ומוציאים $\ln$ משני האגפים.

$$a^x = b \Longrightarrow x \cdot \ln a = \ln b \Longrightarrow x = \frac{\ln b}{\ln a}$$

📐 **פתרון משוואה מעריכית**

$$a^x = b \Longrightarrow x = \frac{\ln b}{\ln a}$$

משוואה עם לוגריתמים: (1) תחום הגדרה, (2) מאחדים ללוגריתם אחד בכל צד, (3) משווים את מה שבתוך ה־ln, (4) בודקים שהפתרון בתחום.

$$\ln A = \ln B \Longrightarrow A = B$$

📐 **שוויון לוגריתמים**

$$\log_a A = \log_a B \Longrightarrow A = B$$

תרגיל 1 – משוואה מעריכית

מוציאים $\ln$ משני האגפים:

$$\ln(2^x) = \ln 10$$

$$x \cdot \ln 2 = \ln 10$$

$$x = \frac{\ln 10}{\ln 2} = \frac{2.3026}{0.6931} \approx 3.32$$

✅ **פתרון סופי:** $x \approx 3.32$

📐 **לוגריתם של חזקה**

$$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$$

תרגיל 2 – בגרות 472 חורף 2025

$$q = 1 + \frac{22}{100} = 1.22$$

📐 **מנה בגדילה**

$$q = 1 + \frac{p}{100}$$

הנפח בסוף גדול פי 7.5 מהנפח בהתחלה:

$$M_0 \cdot 1.22^t = 7.5 \cdot M_0 \Longrightarrow 1.22^t = 7.5$$

📐 **גדילה ודעיכה**

$$M(t) = M_0 \cdot q^t$$

$$t \cdot \ln 1.22 = \ln 7.5$$

$$t = \frac{\ln 7.5}{\ln 1.22} = \frac{2.0149}{0.1989} \approx 10.13$$

✅ **פתרון סופי:** הניפוח נמשך כ־10.13 דקות

📐 **לוגריתם של חזקה**
$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$

תרגיל 3 – בגרות 472 חורף 2024

$$7 \cdot 0.96^t = 10 \cdot 0.91^t$$

מחלקים את שני האגפים ב־7 וב־0.91^t:

$$\frac{0.96^t}{0.91^t} = \frac{10}{7} \Longrightarrow \left(\frac{0.96}{0.91}\right)^t = \frac{10}{7}$$

📐 **חילוק חזקות עם אותו מערך**
$\frac{a^t}{b^t} = \left(\frac{a}{b}\right)^t$

$$1.0549^t = 1.4286$$

$$t \cdot \ln 1.0549 = \ln 1.4286$$

$$t = \frac{\ln 1.4286}{\ln 1.0549} = \frac{0.3567}{0.0535} \approx 6.67$$

📐 **לוגריתם של חזקה**
$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$

נציב $t = 6.67$ לבדיקה:

בדיקה: $7 \cdot 0.96^{6.67} \approx 5.33$, $10 \cdot 0.91^{6.67} \approx 5.33$ ✓

✅ **פתרון סופי:** אחרי כ־6.67 שנים

תרגיל 4 – משוואה עם ln

$$x > 0 \ , \ x - 2 > 0 \Longrightarrow x > 2$$

📐 **תחום הגדרה של לוגריתם**
$\log_a A$ מוגדר רק כאשר $A > 0$

$$\ln x + \ln(x-2) = \ln(x(x-2))$$

📐 **לוגריתם של מכפלה**
$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

$$x(x-2) = 3 \Longrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

📐 **שוויון לוגריתמים**
$\log_a A = \log_a B \Longrightarrow A = B$

$$(x-3)(x+1) = 0 \Longrightarrow x = 3 \ , \ x = -1$$

📐 **מכפלה שווה 0**
מכפלה שווה 0 כאשר אחד הגורמים שווה 0

$x = 3$ – **בתחום** ✓

$x = -1$ – **לא בתחום, נפסל** ✗

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

תרגיל 5 – בגרות 472 קיץ 2021 מועד מיוחד

$$-x^2 + 4x - 3 > 0 \Longrightarrow 1 < x < 3$$

📐 **תחום הגדרה של לוגריתם**
$\log_a A$ מוגדר רק כאשר $A > 0$

$$\ln(-x^2 + 4x - 3) = \ln 0.75$$

📐 **שוויון לוגריתמים**
$\log_a A = \log_a B \Longrightarrow A = B$

$$-x^2 + 4x - 3 = 0.75 \Longrightarrow x^2 - 4x + 3.75 = 0$$

$x = 1.5 \ , \ x = 2.5$

שני הפתרונות בין 1 ל־3 **בתחום** ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 1.5 \ , \ x = 2.5$

📐 **משוואה ריבועית במחשבון**

נוסחת השורשים במחשבון: `MODE 5 3`

📌 סיכום

תרגיל 1	$x \approx 3.32$
תרגיל 2	$t \approx 10.13$ דקות
תרגיל 3	$t \approx 6.67$ שנים
תרגיל 4	$x = 3$
תרגיל 5	$x = 1.5 \ , \ x = 2.5$

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות - מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

חוקי לוגריתמים · 4 יחידות · שאלון 472

תרגילים נוספים – חוקי לוגריתמים

📄 התרגילים (נסו לבד, הפתרונות מתחת)

תרגיל 1. חשבו: $\log_2 24 - \log_2 3$.

תרגיל 2. פתרו: $\log_2(x+1) = 3$.

תרגיל 3. פתרו: $3 \cdot 1.05^t = 6$.

תרגיל 4. פתרו: $\ln(x+3) - \ln x = \ln 4$.

תרגיל 5. פתרו: $(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 = 0$.

תרגיל 6. (בגרות 472 חורף 2022 נבצרים, שאלה 3 סעיף ג) מספר הנדבקים ביישוב א' הוא $M(t) = 10 \cdot 1.5^t$ וביישוב ב' $G(t) = 100 \cdot 1.2^t$. אחרי כמה ימים מספר הנדבקים בשני היישובים שווה?

✏️ פתרון

תרגיל 1

📐 לוגריתם של מנה
$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

📐 הגדרת הלוגריתם
$\log_a b = c \iff a^c = b$
כאשר $a > 0 \,,\ a \neq 1 \,,\ b > 0$

$$\log_2 24 - \log_2 3 = \log_2 \frac{24}{3} = \log_2 8$$

$$2^3 = 8 \implies \log_2 8 = 3$$

✅ **פתרון סופי:** 3

תרגיל 2

📐 תחום הגדרה של לוגריתם
$\log_a A$ מוגדר רק כאשר $A > 0$

📐 הגדרת הלוגריתם
$\log_a b = c \iff a^c = b$
כאשר $a > 0 \,,\ a \neq 1 \,,\ b > 0$

$$x + 1 > 0 \implies x > -1$$

$$x + 1 = 2^3 = 8 \implies x = 7$$

$x = 7$ – **בתחום** ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 7$

תרגיל 3

📐 לוגריתם של חזקה
$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$

מחלקים ב־3:

$$1.05^t = 2$$

$$t \cdot \ln 1.05 = \ln 2$$

$$t = \frac{\ln 2}{\ln 1.05} = \frac{0.6931}{0.0488} \approx 14.21$$

✅ **פתרון סופי:** $t \approx 14.21$

תרגיל 4

$x + 3 > 0 \;,\; x > 0 \Longrightarrow x > 0$

$\ln\frac{x+3}{x} = \ln 4$

$\frac{x+3}{x} = 4 \Longrightarrow x + 3 = 4x \Longrightarrow x = 1$

$x = 1$ – **בתחום** ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = 1$

📐 **תחום הגדרה של לוגריתם**
$\log_a A$ מוגדר רק כאשר $A > 0$

📐 **לוגריתם של מנה**
$\log_a\frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

📐 **שוויון לוגריתמים**
$\log_a A = \log_a B \Longrightarrow A = B$

תרגיל 5 – הצבה

תחום: $x > 0$. נציב $t = \ln x$:

$t^2 - 3t + 2 = 0$

$(t-1)(t-2) = 0 \Longrightarrow t = 1 \;,\; t = 2$

$\ln x = 1 \Longrightarrow x = e \approx 2.72$

$\ln x = 2 \Longrightarrow x = e^2 \approx 7.39$

שני הפתרונות חיוביים **בתחום** ✓

✅ **פתרון סופי:** $x = e \approx 2.72 \;,\; x = e^2 \approx 7.39$

📐 **מכפלה שווה 0**
מכפלה שווה 0 כאשר אחד הגורמים שווה 0

📐 **הגדרת הלוגריתם**
$\log_a b = c \iff a^c = b$
כאשר $a > 0 \;,\; a \neq 1 \;,\; b > 0$

תרגיל 6 – בגרות 472 חורף 2022 נבצרים

$10 \cdot 1.5^t = 100 \cdot 1.2^t$

מחלקים את שני האגפים ב־10 וב־1.2^t:

$(\frac{1.5}{1.2})^t = 10 \Longrightarrow 1.25^t = 10$

$t \cdot \ln 1.25 = \ln 10$

$t = \frac{\ln 10}{\ln 1.25} = \frac{2.3026}{0.2231} \approx 10.32$

✅ **פתרון סופי:** אחרי כ־10.32 ימים

📐 **חילוק חזקות עם אותו מעריך**
$\frac{a^t}{b^t} = (\frac{a}{b})^t$

📐 **לוגריתם של חזקה**
$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$

📌 סיכום

תרגיל 1	3
תרגיל 2	$x = 7$
תרגיל 3	$t \approx 14.21$
תרגיל 4	$x = 1$
תרגיל 5	$x = e \ , \ x = e^2$
תרגיל 6	$t \approx 10.32$

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il