מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

מתמטיקה 4 יחידות

חוברת הקורס המלא

קורס מלא – שאלון 471

כל 12 הפרקים לפי סדר הקורס · שאלות ופתרונות

הפרקים בחוברת

1 טכניקה אלגברית
2 חקירת פונקציות
3 חקירת שורש
4 בעיות קיצון
5 אינטגרלים
6 גאומטריה
7 הנדסה אנליטית
8 אנליטית וטריגו
9 הסתברות
10 סטטיסטיקה
11 התפלגות נורמלית
12 רגרסיה

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

תוכן העניינים

חוברת הקורס המלא – שאלון 471 · מתמטיקה 4 יחידות · 373 שיעורים ב־12 פרקים

1 **טכניקה אלגברית** 23 שיעורים — 3

2 **חקירת פונקציות** 68 שיעורים — 14
- תרגילים נוספים – נקודות חיתוך עם הצירים — 38
- תרגילים נוספים – נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה — 40
- תרגול נוסף – חקירת פונקציה — 42

3 **חקירת שורש** 25 שיעורים — 58
- שיעור 25 – פתרון בגרות 2024 חורף-חקירת שורש (לינארי ללא חזקה בשורש) — 68

4 **בעיות קיצון** 15 שיעורים — 71
- דף עבודה – בעיות קיצון — 79
- פתרונות מלאים – בעיות קיצון — 83

5 **אינטגרלים** 28 שיעורים — 89
- שיעור 22- שטח עם הזזה — 101
- דף עבודה – אינטגרלים — 103
- פתרונות מלאים – אינטגרלים — 107

6 **גאומטריה** 32 שיעורים — 114
- דף עבודה – גאומטריה — 208
- פתרונות מלאים – גאומטריה — 213

7 **הנדסה אנליטית** 55 שיעורים — 220
- שיעור 42- מעגל חוסם משולש או מלבן — 241
- שיעור 42- מעגל חוסם משולש או מלבן — 244

8 **אנליטית וטריגו** 35 שיעורים — 247
- שיעור 58- תרגול במשולש ישר זווית 1 — 264

9 **הסתברות** 36 שיעורים — 266
- תרגול נוסף – עץ הסתברות — 284
- תרגול נוסף – טבלה דו-ממדית — 287
- תרגול נוסף – ברנולי — 291
- תרגול נוסף – משולב – עץ, טבלה וברנולי — 294

10 **סטטיסטיקה** 16 שיעורים — 297

11 **התפלגות נורמלית** 20 שיעורים — 306

12 **רגרסיה** 20 שיעורים — 314

כל חוברת פרק מופיעה כפי שהיא באתר (עם מס[illegible]ים שלה בתחתית). פרק שהשיעורים שלו נמצאים בתוך חוברת של פרק קודם מסומן "בתוך". מספר העמוד בחוברת המלאה מופיע בפינה העליונה של כל עמוד.

פרק 1

טכניקה אלגברית

23 שיעורים בקורס · עמודים 4–13

בפרק הזה

חוברת הקורס – טכניקה אלגברית (10 עמודים) עמ' 4

בס"ד

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – טכניקה אלגברית

משוואות, מערכות, פירוק לגורמים ומשוואות ריבועיות · עם פתרונות סופיים

הסבר מלא של כל תרגיל באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל שיעור

פרק 1 – משוואה עם נעלם אחד

1 שיעור 1 – משוואה פשוטה – העברת אגפים

סרטון שיעור 1

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $3x + 5 = 20$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

תרגיל 2 פתרו: $7 - 2x = 15$

✅ **פתרון סופי: $x = -4$**

תרגיל 3 פתרו: $2x + 9 - 5x = 3$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $4x - 7 = 13$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

2 פתרו: $5x + 2 = -8$

✅ **פתרון סופי: $x = -2$**

3 פתרו: $12 - 4x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 3$**

4 פתרו: $6x + 4 - 2x = 24$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

2 שיעור 2 – נעלם בשני האגפים

סרטון שיעור 2

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $5x - 4 = 2x + 11$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

תרגיל 2 פתרו: $3x + 7 = 7x - 9$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$**

תרגיל 3 פתרו: $2x - 5 + x = 6x + 7$

✅ **פתרון סופי: $x = -4$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $7x - 3 = 4x + 12$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$**

2 פתרו: $2x + 9 = 5x - 3$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$**

3 פתרו: $4 - x = 2x - 8$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$**

4 פתרו: $3x - 2 + x = 6x + 10$

✅ **פתרון סופי: $x = -6$**

3 שיעור 3 – משוואות עם סוגריים

סרטון שיעור 3

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $3(x - 2) = 12$

✅ **פתרון סופי: $x = 6$**

תרגיל 2 פתרו: $2(x + 3) - 4 = 5x - 7$

✅ **פתרון סופי: $x = 3$**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

תרגיל 3 פתרו: $2(x+1)\,4(2x-1)-3(x+2)=$

✅ **פתרון סופי: $x=4$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $5(x+1)=30$

✅ **פתרון סופי: $x=5$**

2 פתרו: $3(2x-1)=4x+7$

✅ **פתרון סופי: $x=5$**

3 פתרו: $2(x-4)-3(x+1)=-14$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

4 פתרו: $7-2(x-3)=x+4$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

4 שיעור 4 – משוואות עם שברים – מכנה משותף

🎬 סרטון שיעור 4

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $\frac{x}{3}+2=6$

✅ **פתרון סופי: $x=12$**

תרגיל 2 פתרו: $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$

✅ **פתרון סופי: $x=6$**

תרגיל 3 פתרו: $\frac{x+1}{4}-\frac{x-2}{3}=1$

✅ **פתרון סופי: $x=-1$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $\frac{x}{4}-3=2$

✅ **פתרון סופי: $x=20$**

2 פתרו: $\frac{x}{2}-\frac{x}{5}=3$

✅ **פתרון סופי: $x=10$**

3 פתרו: $\frac{x-1}{2}=\frac{x+2}{3}$

✅ **פתרון סופי: $x=7$**

4 פתרו: $\frac{2x-1}{5}-\frac{x+1}{2}=-1$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

5 שיעור 5 – תרגול מסכם ובעיות מילוליות

🎬 סרטון שיעור 5

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $\frac{x+1}{6}=\frac{x+3}{4}-\frac{2x-1}{3}$

✅ **פתרון סופי: $x=5$**

תרגיל 2 פי 3 ממספר, פחות 4, שווה למספר ועוד 10. מצאו את המספר.

✅ **פתרון סופי: המספר הוא 7**

תרגיל 3 אבא מבוגר מבנו פי 3. בעוד 10 שנים הוא יהיה מבוגר מבנו פי 2. בן כמה הבן היום?

✅ **פתרון סופי: הבן בן 10 והאבא בן 30**

תרגול נוסף

1 פתרו: $\frac{x+1}{2}+\frac{x-2}{3}=\frac{x+4}{3}$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

2 סכום של מספר ושל פי 4 ממנו הוא 35. מצאו את המספר.

✅ **פתרון סופי: התשובה: 7**

3 אמא מבוגרת מבתה ב־24 שנים, ובעוד 6 שנים תהיה מבוגרת ממנה פי 3. בת כמה הבת היום?

✅ **פתרון סופי: התשובה: 6**

6 שיעור 6 – תרגילים נוספים: משוואה עם נעלם אחד (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 6

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 6**

תרגיל 1 פתרו: $7x - 5 = 23$

תרגיל 2 פתרו: $5x + 8 = 2x - 7$

תרגיל 3 פתרו: $4(x - 3) - 2(x + 1) = 6$

תרגיל 4 פתרו: $3 - 2(4 - x) = 5x + 7$

תרגיל 5 פתרו: $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 7$

תרגיל 6 פתרו: $\frac{x+3}{4} - \frac{x-1}{6} = 2$

תרגיל 7 סכום של שלושה מספרים שלמים עוקבים הוא 81. מצאו את שלושת המספרים.

תרגיל 8 פתרו: $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{5} = x - 3$

תרגיל 9 אבא מבוגר מבנו ב־28 שנים. לפני 4 שנים, גיל האבא היה פי 5 מגיל הבן. בן כמה הבן היום?

פרק 2 – משוואות בשני נעלמים

7 שיעור 7 – שיטת ההצבה

🎬 סרטון שיעור 7

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו:
$$\begin{cases} y = 2x - 1 & (1) \\ 3x + y = 9 & (2) \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$, $y = 3$**

תרגיל 2 פתרו:
$$\begin{cases} x + 2y = 7 & (1) \\ 3x - y = 7 & (2) \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 3$, $y = 2$**

תרגיל 3 פתרו:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 & (1) \\ x - 2y = 4 & (2) \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$, $y = -1$**

תרגול נוסף

1 פתרו:
$$\begin{cases} y = x + 2 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 3$, $y = 5$**

2 פתרו:
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$, $y = 2$**

3 פתרו:
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$, $y = -1$**

8 שיעור 8 – שיטת השוואת מקדמים

🎬 סרטון שיעור 8

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו:
$$\begin{cases} x+y=10 \quad (1) \\ x-y=4 \quad (2) \end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=7$, $y=3$**

תרגיל 2 פתרו:
$$\begin{cases} x+2y=8 \quad (1) \\ 3x-y=3 \quad (2) \end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=2$, $y=3$**

תרגיל 3 פתרו:
$$\begin{cases} 3x+2y=7 \quad (1) \\ 5x-3y=37 \quad (2) \end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=5$, $y=-4$**

תרגול נוסף

1 פתרו:
$$\begin{cases} 2x+y=9 \\ 3x-y=11 \end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=4$, $y=1$**

2 פתרו:
$$\begin{cases} x+3y=10 \\ 2x-y=6 \end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=4$, $y=2$**

3 פתרו:
$$\begin{cases} 4x+3y=5 \\ 3x-2y=8 \end{cases}$$
✅ **פתרון סופי: $x=2$, $y=-1$**

9 שיעור 9 – תרגילים נוספים: משוואות בשני נעלמים (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 9

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 9**

תרגיל 1 פתרו:
$$\begin{cases} y=3x-2 \quad (1) \\ 2x+y=13 \quad (2) \end{cases}$$

תרגיל 2 פתרו:
$$\begin{cases} x-2y=1 \quad (1) \\ 3x+4y=23 \quad (2) \end{cases}$$

תרגיל 3 פתרו:
$$\begin{cases} 2x+3y=12 \quad (1) \\ 2x-y=4 \quad (2) \end{cases}$$

תרגיל 4 פתרו:
$$\begin{cases} 4x-3y=-1 \quad (1) \\ 6x+5y=27 \quad (2) \end{cases}$$

תרגיל 5 פתרו:
$$\begin{cases} 5x+2y=4 \quad (1) \\ 3x-4y=18 \quad (2) \end{cases}$$

תרגיל 6 פתרו:
$$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=4 \quad (1) \\ x-y=3 \quad (2) \end{cases}$$

תרגיל 7 בחנות יש 40 אופניים ותלת אופן, ולכולם יחד יש 95 גלגלים. לאופניים יש 2 גלגלים ולתלת אופן יש 3 גלגלים. כמה אופניים וכמה תלת אופן יש בחנות?

פרק 3 – פירוק לגורמים

10 שיעור 10 – הוצאת גורם משותף

🎬 סרטון שיעור 10

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פרקו: $6x+9$
✅ **פתרון סופי: $3(2x+3)$**

תרגיל 2 פרקו: $4x^2-10x$
✅ **פתרון סופי: $2x(2x-5)$**

תרגיל 3 פרקו: $6x^3-9x^2+3x$
✅ **פתרון סופי: $3x(2x^2-3x+1)$**

תרגול נוסף

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

1 פרקו: $8x + 12$

✅ **פתרון סופי:** $4(2x + 3)$

2 פרקו: $5x^2 - 15x$

✅ **פתרון סופי:** $5x(x - 3)$

3 פרקו: $9x^3 + 6x^2 - 3x$

✅ **פתרון סופי:** $3x(3x^2 + 2x - 1)$

4 פרקו: $12x^2y - 8xy^2$

✅ **פתרון סופי:** $4xy(3x - 2y)$

11 שיעור 11 – נוסחאות הכפל המקוצר

🎬 סרטון שיעור 11

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פרקו: $x^2 - 49$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 7)(x - 7)$

תרגיל 2 פרקו: $x^2 + 10x + 25$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 5)^2$

תרגיל 3 פרקו: $9x^2 - 12x + 4$

✅ **פתרון סופי:** $(3x - 2)^2$

תרגול נוסף

1 פרקו: $x^2 - 36$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 6)(x - 6)$

2 פרקו: $25x^2 - 4$

✅ **פתרון סופי:** $(5x + 2)(5x - 2)$

3 פרקו: $x^2 - 8x + 16$

✅ **פתרון סופי:** $(x - 4)^2$

4 פרקו: $4x^2 + 20x + 25$

✅ **פתרון סופי:** $(2x + 5)^2$

12 שיעור 12 – פירוק טרינום

🎬 סרטון שיעור 12

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פרקו: $x^2 + 5x + 6$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 3)(x + 2)$

תרגיל 2 פרקו: $x^2 + 7x + 12$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 4)(x + 3)$

תרגיל 3 פרקו: $x^2 + 8x + 15$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 5)(x + 3)$

תרגיל 4 פרקו: $x^2 - 7x + 10$

✅ **פתרון סופי:** $(x - 5)(x - 2)$

תרגיל 5 פרקו: $x^2 - 6x + 8$

✅ **פתרון סופי:** $(x - 4)(x - 2)$

תרגיל 6 פרקו: $x^2 + 2x - 8$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 4)(x - 2)$

תרגיל 7 פרקו: $x^2 - x - 12$

✅ **פתרון סופי:** $(x - 4)(x + 3)$

תרגיל 8 פרקו: $x^2 + 3x - 10$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 5)(x - 2)$

תרגיל 9 פרקו: $x^2 - 2x - 15$

✅ **פתרון סופי:** $(x - 5)(x + 3)$

תרגיל 10 פרקו: $x^2 - 9x + 18$

✅ **פתרון סופי:** $(x - 6)(x - 3)$

תרגול נוסף

1 פרקו: $x^2 + 9x + 20$

✅ **פתרון סופי:** $(x + 5)(x + 4)$

2 פרקו: $x^2 - 8x + 12$

✅ **פתרון סופי:** $(x - 6)(x - 2)$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

3 פרקו: $x^2 + x - 6$

✅ **פתרון סופי:** $(x-2)(x+3)$

4 פרקו: $x^2 - 4x - 21$

✅ **פתרון סופי:** $(x+3)(x-7)$

5 פרקו: $x^2 + 10x + 24$

✅ **פתרון סופי:** $(x+6)(x+4)$

6 פרקו: $x^2 - 3x - 28$

✅ **פתרון סופי:** $(x+4)(x-7)$

13 שיעור 13 – צמצום שברים אלגבריים

🎬 סרטון שיעור 13

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 צמצמו: $\frac{5x-10}{x^2-4}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{5}{x+2}$ $(x \neq \pm 2)$

תרגיל 2 צמצמו: $\frac{x^2+5x+6}{x^2-9}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x+2}{x-3}$ $(x \neq \pm 3)$

תרגיל 3 צמצמו: $\frac{x^2-6x+9}{2x^2-6x}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x-3}{2x}$ $(x \neq 0\ ,\ x \neq 3)$

תרגול נוסף

1 צמצמו: $\frac{3x+6}{x^2-4}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3}{x-2}$ $(x \neq \pm 2)$

2 צמצמו: $\frac{x^2-25}{x^2+2x-15}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x-5}{x-3}$ $(x \neq 3\ ,\ x \neq -5)$

3 צמצמו: $\frac{x^2+4x+4}{3x^2+6x}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x+2}{3x}$ $(x \neq 0\ ,\ x \neq -2)$

14 שיעור 14 – תרגילים נוספים: פירוק לגורמים (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 14

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 14**

תרגיל 1 פרקו: $6x^2 - 9x$

תרגיל 2 פרקו: $4x^3y - 10x^2y^2$

תרגיל 3 פרקו: $49x^2 - 1$

תרגיל 4 פרקו: $9x^2 - 30x + 25$

תרגיל 5 פרקו: $2x^2 - 50$

תרגיל 6 פרקו: $x^2 - 2x - 35$

תרגיל 7 פרקו: $3x^2 + 12x - 36$

תרגיל 8 פרקו: $x^3 - 6x^2 + 9x$

תרגיל 9 צמצמו: $\frac{x^2-4x-21}{x^2-49}$

15 שיעור 15 – תרגילים נוספים: פירוק טרינום (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 15

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 15**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

תרגיל 1 פרקו: $x^2+13x+42$

תרגיל 2 פרקו: $x^2-15x+56$

תרגיל 3 פרקו: $x^2-x-110$

תרגיל 4 פרקו: $x^2+3x-108$

תרגיל 5 פרקו: $x^2-4x-96$

תרגיל 6 פרקו: $x^2+25x+144$

תרגיל 7 פרקו: $x^2-26x+168$

תרגיל 8 פרקו: $-x^2+5x+24$

תרגיל 9 פרקו: $5x^2-5x-550$

תרגיל 10 פרקו: $2x^2+7x+3$

תרגיל 11 פרקו: $2x^2-7x-15$

תרגיל 12 פרקו: $3x^2-10x+8$

תרגיל 13 פרקו: $6x^2+x-12$

תרגיל 14 פרקו: $4x^2-4x-15$

16 שיעור 16 – תרגילים נוספים: כפל וחילוק שברים אלגבריים (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 16

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 16**

תרגיל 1 צמצמו: $\frac{x^2-9}{x^2+3x}$

תרגיל 2 צמצמו: $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$

תרגיל 3 צמצמו: $\frac{2a^2-8}{a^2+4a+4}$

תרגיל 4 צמצמו: $\frac{3x^2-12x}{x^2-8x+16}$

תרגיל 5 צמצמו: $\frac{4x^2-9}{2x^2-3x}$

תרגיל 6 צמצמו: $\frac{x^3-4x}{x^2-4x+4}$

תרגיל 7 פשטו: $\frac{a^2-36}{3a-18}\cdot\frac{5}{a^2+6a}$

תרגיל 8 פשטו: $\frac{x^2-1}{4x}\cdot\frac{8x^2}{x^2+2x+1}$

תרגיל 9 פשטו: $\frac{x^2+5x+6}{x^2-9}\cdot\frac{x-3}{x+2}$

תרגיל 10 פשטו: $\frac{2x+10}{x^2-25}\cdot\frac{x^2-5x}{6x}$

תרגיל 11 פשטו: $\frac{a^2-4a+4}{a^2-4}\cdot\frac{a+2}{5a-10}$

תרגיל 12 פשטו: $\frac{x^2-7x+12}{x^2-16}\cdot\frac{x^2+4x}{x^2-3x}$

תרגיל 13 פשטו: $\frac{x^2-x-6}{2x+4}\cdot\frac{8}{x^2-9}$

תרגיל 14 פשטו: $\frac{5x-5}{x^2+x}\cdot\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

תרגיל 15 פשטו: $\frac{a^2-9}{4a}:\frac{a+3}{8a^2}$

תרגיל 16 פשטו: $\frac{x^2-4}{x^2+6x+9}:\frac{x-2}{x+3}$

תרגיל 17 פשטו: $\frac{6x^2}{x^2-49}:\frac{3x}{x+7}$

תרגיל 18 פשטו: $\frac{x^2-10x+25}{x^2-25}:\frac{3x-15}{x+5}$

תרגיל 19 פשטו: $\frac{2a^2+6a}{a^2-1}:\frac{a^2+3a}{a+1}$

תרגיל 20 פשטו: $\frac{x^2+3x-10}{x^2-4x+4}:\frac{x^2-25}{x-2}$

תרגיל 21 פשטו: $\frac{x^2-16}{x^2+x-12}:\frac{x^2-4x}{x^2-9}$

תרגיל 22 פשטו: $\frac{a^2-2a-15}{a^2+6a+9}:\frac{a^2-25}{2a+6}$

תרגיל 23 פשטו: $\frac{x^2-1}{x^2-4x}\cdot\frac{x^2-16}{x^2+x}:\frac{x^2+3x-4}{x^2}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

פרק 4 – משוואות ריבועיות

17 שיעור 17 – משוואה ריבועית חסרה c

🎬 סרטון שיעור 17

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $x^2 - 5x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$ או $x = 5$**

תרגיל 2 פתרו: $3x^2 + 12x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$ או $x = -4$**

תרגיל 3 פתרו: $2x^2 = 7x$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$ או $x = 3.5$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $x^2 + 7x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = -7$, $x = 0$**

2 פתרו: $4x^2 - 10x = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$, $x = \frac{5}{2}$**

3 פתרו: $3x^2 = 12x$

✅ **פתרון סופי: $x = 0$, $x = 4$**

18 שיעור 18 – משוואה ריבועית חסרה b

🎬 סרטון שיעור 18

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $x^2 - 16 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$ או $x = -4$**

תרגיל 2 פתרו: $2x^2 - 50 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 5$ או $x = -5$**

תרגיל 3 פתרו: $x^2 + 9 = 0$

✅ **פתרון סופי: אין פתרון**

תרגול נוסף

1 פתרו: $x^2 - 81 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = -9$, $x = 9$**

2 פתרו: $3x^2 - 48 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = -4$, $x = 4$**

3 פתרו: $4x^2 - 9 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = -\frac{3}{2}$, $x = \frac{3}{2}$**

4 פתרו: $x^2 + 16 = 0$

✅ **פתרון סופי: אין פתרון**

19 שיעור 19 – משוואה ריבועית שלמה – פירוק או נוסחת השורשים

🎬 סרטון שיעור 19

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $x^2 - 5x + 6 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$ או $x = 3$**

תרגיל 2 פתרו: $2x^2 - 3x - 2 = 0$

✅ **פתרון סופי: $x = 2$ או $x = -\frac{1}{2}$**

תרגיל 3 פתרו: $(x + 1)(x - 3) = 5$

✅ **פתרון סופי: $x = 4$ או $x = -2$**

תרגול נוסף

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

1 פתרו: $x^2 - 7x + 12 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$, $x = 4$

2 פתרו: $x^2 + 2x - 15 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = -5$, $x = 3$

3 פתרו: $3x^2 - 5x - 2 = 0$

✅ **פתרון סופי:** $x = -\frac{1}{3}$, $x = 2$

4 פתרו: $(x - 2)(x + 4) = 7$

✅ **פתרון סופי:** $x = -5$, $x = 3$

20 שיעור 20 – תרגילים נוספים: משוואות ריבועיות (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 20

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 20**

תרגיל 1 פתרו: $3x^2 - 12x = 0$

תרגיל 2 פתרו: $2x^2 - 72 = 0$

תרגיל 3 פתרו: $5x^2 + 20 = 0$

תרגיל 4 פתרו: $x^2 - x - 110 = 0$

תרגיל 5 פתרו: $x^2 + 3x - 108 = 0$

תרגיל 6 פתרו: $-x^2 + 4x + 21 = 0$

תרגיל 7 פתרו: $2x^2 - 7x - 15 = 0$

תרגיל 8 פתרו: $6x^2 + x - 12 = 0$

תרגיל 9 פתרו: $(x + 2)(x - 6) = -x - 2$

פרק 5 – משוואות ריבועיות עם מכנים

21 שיעור 21 – משוואה עם x במכנה – תחום הגדרה

🎬 סרטון שיעור 21

תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגיל 1 פתרו: $x + \frac{6}{x} = 5$

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$ או $x = 3$

תרגיל 2 פתרו: $\frac{3}{x - 2} = x$

✅ **פתרון סופי:** $x = 3$ או $x = -1$

תרגיל 3 פתרו: $\frac{2}{x} + \frac{3}{x + 1} = 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$ או $x = -\frac{1}{2}$

תרגול נוסף

1 פתרו: $x - \frac{8}{x} = 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = -2$, $x = 4$

2 פתרו: $\frac{4}{x + 1} = x - 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = -2$, $x = 3$

3 פתרו: $\frac{3}{x} + \frac{2}{x - 1} = 2$

✅ **פתרון סופי:** $x = \frac{1}{2}$, $x = 3$

22 שיעור 22 – פסילת פתרונות שלא בתחום

🎬 סרטון שיעור 22

תרגילים שנפתרים בסרטון

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

תרגיל 1 פתרו: $\frac{x^2}{x-2}=\frac{4}{x-2}$

✅ **פתרון סופי: $x=-2$**

תרגיל 2 פתרו: $\frac{x}{x-2}-\frac{1}{x+2}=\frac{8}{x^2-4}$

✅ **פתרון סופי: $x=-3$**

תרגיל 3 פתרו: $\frac{x+3}{x-1}-\frac{4}{x^2-x}=\frac{3}{x}$

✅ **פתרון סופי: $x=-1$**

תרגול נוסף

1 פתרו: $\frac{x^2}{x+3}=\frac{9}{x+3}$

✅ **פתרון סופי: $x=3$**

2 פתרו: $\frac{x}{x-1}-\frac{2}{x+1}=\frac{4}{x^2-1}$

✅ **פתרון סופי: $x=2$**

3 פתרו: $\frac{x+1}{x-2}=\frac{6}{x^2-2x}+\frac{1}{x}$

✅ **פתרון סופי: $x=-2$**

23 שיעור 23 – תרגילים נוספים: משוואות ריבועיות עם מכנים (ללא סרטון)

📖 פתרון מלא – שיעור 23

התרגילים (ללא סרטון)

📖 **תרגילים ללא סרטון – הפתרון המלא מופיע בשיעור 23**

תרגיל 1 פתרו: $x+\frac{8}{x}=6$

תרגיל 2 פתרו: $\frac{12}{x-1}=x+3$

תרגיל 3 פתרו: $2x-1=\frac{3}{x}$

תרגיל 4 פתרו: $\frac{x}{x-2}+\frac{3}{x}=2$

תרגיל 5 פתרו: $\frac{x}{x+3}-\frac{3}{x-3}=\frac{18}{x^2-9}$

תרגיל 6 פתרו: $\frac{x+2}{x-3}-\frac{30}{x^2-9}=1$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 2

חקירת פונקציות

68 שיעורים בקורס · עמודים 15–57

בפרק הזה

חוברת קורס חקירת פונקצה (פולינום ומנה) – שאלון 471 (23 עמודים)	עמ' 15
תרגילים נוספים – נקודות חיתוך עם הצירים	עמ' 38
תרגילים נוספים – נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה	עמ' 40
תרגול נוסף – חקירת פונקציה	עמ' 42

ב"ה

חוברת הקורס – חקירת פונקציה

חשבון דיפרנציאלי · 4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

נגזרת – איך גוזרים

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

1 סרטון שיעור 1

גזור את הפונקציות הבאות:

א. $y = 2x$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 2$

ב. $y = 10x$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 10$

ג. $y = 5$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 0$

ד. $y = 12x + 10$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 12$

ה. $y = x^3$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 3x^2$

ו. $y = x^4$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 4x^3$

ז. $y = x^6 + 2x - 100$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 6x^5 + 2$

ח. $y = 2x^3$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 6x^2$

ט. $y = \frac{x^2}{2}$

✅ **פתרון סופי:** $y' = x$

י. $y = 2x^4 + 4x + 9$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 8x^3 + 4$

יא. $y = -x^7 + 6x + 10$

✅ **פתרון סופי:** $y' = -7x^6 + 6$

יב. $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^7}{5} + \frac{1}{2}x + 1$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 2x^2 - \frac{7x^6}{5} + \frac{1}{2}$

יג. $y = (x-3)(x-4)$

✅ **פתרון סופי:** $y' = 2x - 7$

משוואת משיק

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m, העובר בנקודה (x_1, y_1): $y - y_1 = m(x - x_1)$

2 סרטון שיעור 2

נתונה הפונקציה $y = x^2$

א. מצא את שיפוע המשיק ואת נקודת ההשקה בנקודה

1. $x = 2$

✅ **פתרון סופי:** $(2, 4)$, $m = 4$

2. $x = -1$

✅ **פתרון סופי:** $(-1, 1)$, $m = -2$

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x = 2$ ובנקודה $x = -1$

✅ **פתרון סופי:** $y = -2x - 1$, $y = 4x - 4$

3 סרטון שיעור 3

מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = 4x^3 + 4$ בנקודה $x = 2$.

✅ **פתרון סופי:** $y = 48x - 60$

5 סרטון שיעור 4

נתונה הפונקציה: $y = \frac{x^2}{2} - x + 4$ לגרף הפונקציה מעבירים משיק ששיפועו שווה 1.

1. מצא את נקודת ההשקה.

✅ **פתרון סופי:** $(2, 4)$

2. מצא את משוואת המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $y = x + 2$

6 סרטון שיעור 5

מצא את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + 8$ בנקודות החיתוך שלה עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $y = 2x - 8$, $y = -2x + 4$, $y = -6x + 8$

7 סרטון שיעור 6

נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + ax - 10$ בנקודה $x = 1$ העבירו משיק ששיפועו 3 מצא את a.

✅ **פתרון סופי:** $a = 0$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה וחקירת פולינום

8 סרטון שיעור 8

נתונה הפונקציה $y = x^2$ מצא לפונקציה את נקודת הקיצון וקבע את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $\min \ (0,0)$

9 סרטון שיעור 9

מצא את נקודות הקיצון לפונקציה $y = x^2 - 2x + 6$ וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min \ (1,5)$

10 סרטון שיעור 10

מצא את נקודות הקיצון לפונקציה $y = x^2 + 8x + 16$ וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min \ (-4,0)$

11 סרטון שיעור 11

מצא את נקודות הקיצון לפונקציה $y = -\frac{1}{4}x^4 + x$ וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\max \ (1\ ,\ 0.75)$

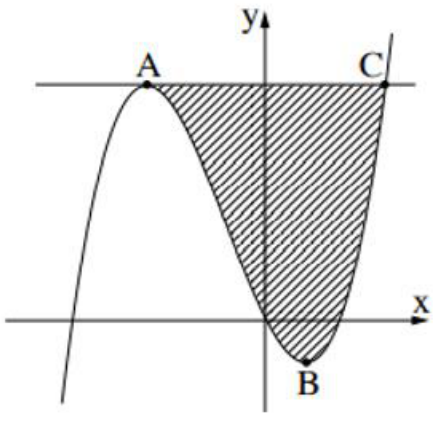
12 סרטון שיעור 12

מצא את נקודות הקיצון לפונקציה $y = (x-3)(x-3)$ וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min \ (3,0)$

13 סרטון שיעור 13

לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x$. הנקודות A ו־B שבציור הן נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.



א. מצא את שיעורי הנקודות A ו־B.

✅ **פתרון סופי:** $\min \ B\left(\frac{1}{3}\ ,\ -\frac{10}{27}\right) \quad \max \ A(-1\ ,\ 2)$

ב. דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקציה. מצא את משוואת המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $y = 2$

14 סרטון שיעור 14

נתונה הפונקציה $y = -x^2 + 6x + b$. b הוא פרמטר.

א.

(1) מצא את שיעור x של נקודת המקסימום של הפונקציה.

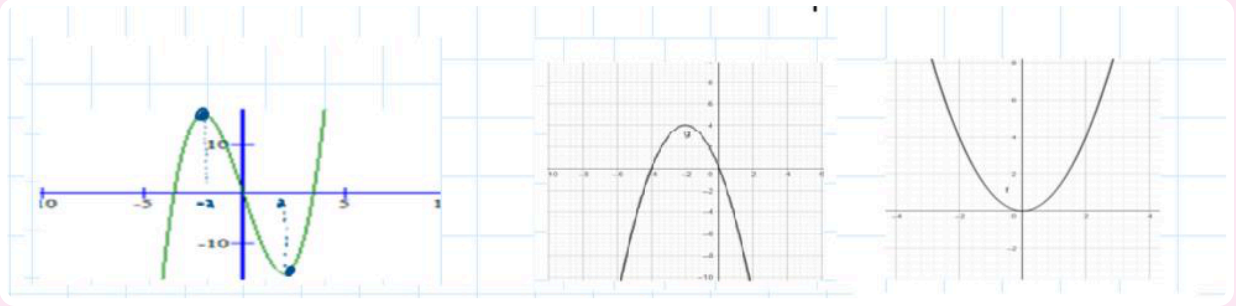
✅ **פתרון סופי:** $x = 3$

(2) נתון כי שיעור y של נקודת המקסימום של הפונקציה הוא 4. מצא את הערך של הפרמטר b .

✅ **פתרון סופי:** $b = -5$

15 סרטון שיעור 15

מצא תחומי עליה וירידה לפונקציות הבאות:



הגרף הימני (פרבולה עם מינימום)

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x > 0$

ירידה: $x < 0$

הגרף האמצעי (פרבולה עם מקסימום)

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x < -2$

ירידה: $x > -2$

הגרף השמאלי

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x < -2\ ,\ x > 2$

ירידה: $-2 < x < 2$

16 סרטון שיעור 16

א. מצא את נקודות הקיצון לפונקציה $y = x^2 + 8x + 16$ וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (-4, 0)$

ב. מצא תחומי עליה וירידה לפונקציה.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x > -4$

ירידה: $x < -4$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

17 סרטון שיעור 17

נתונה הפונקציה $y = x^3$

א. הראה שאין לפונקציה נקודות קיצון, אלא נקודת פיתול

✅ **פתרון סופי:** $y' = 3x^2 \geq 0$, **הנגזרת לא מחליפה סימן ← $(0,0)$ נקודת פיתול, אין קיצון**

ב. מצא תחומי עליה וירידה.

✅ **פתרון סופי: עלייה: לכל x**
ירידה: אין

18 סרטון שיעור 18

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים: $f(x) = x^2 - 4x + 4$

א. תחום הגדרה.

✅ **פתרון סופי: כל x**

ב. נקודות חיתוך עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(2,0)$, $(0,4)$

ג. נקודות קיצון.

✅ **פתרון סופי:** $(2,0)$ min

ד. תחומי עליה וירידה.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x > 2$
ירידה: $x < 2$

ה. שרטוט.

✅ **פתרון סופי: פרבולה שנוגעת בציר x ב־$(2,0)$**
וחותכת את ציר y ב־$(0,4)$

19 סרטון שיעור 19

$f(x) = x^3 - 12x$

א. מצא תחום הגדרה

✅ **פתרון סופי: כל x**

ב. מצא נקודות חיתוך עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:**
$(0,0)$, $(\sqrt{12},0)$, $(-\sqrt{12},0)$

ג. מצא נקודות קיצון וקבע את סוגן.

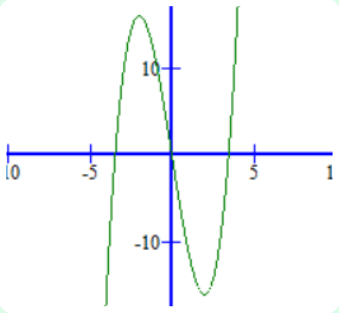
✅ **פתרון סופי:**
$(-2,16)$ max , $(2,-16)$ min

ד. מצא תחומי עליה וירידה.

✅ **פתרון סופי: עלייה:**
$x < -2$, $x > 2$
ירידה: $-2 < x < 2$

ה. שרטט את הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: ראו שרטוט**



20 סרטון שיעור 20

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים: $f(x)=x^4+7x^2+10$

א. תחום הגדרה.

✅ **פתרון סופי: כל x**

ב. נקודות חיתוך עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(0,10)$
אין חיתוך עם ציר x

ג. נקודות קיצון.

✅ **פתרון סופי:** $(0,10)$ $\min$

ד. תחומי עליה וירידה.

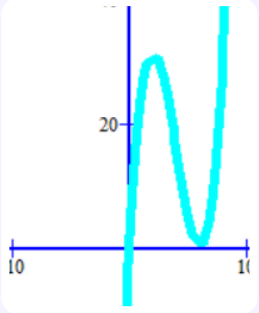
✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x>0$
ירידה: $x<0$

ה. שרטוט.

✅ **פתרון סופי: גרף בצורת "קערה" שכולו מעל ציר x, עם מינימום ב־$(0,10)$**

21 סרטון שיעור 21

לפונקציה $y=x^3-ax^2+36x$ יש נקודת קיצון ב־$x=6$



א. חשב את a.

✅ **פתרון סופי:** $a=12$

ב. חשב את נקודות הקיצון וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $(6,0)$ $\min$, $(2,32)$ $\max$

ג. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(6,0)$, $(0,0)$

ד. שרטט את הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: ראו שרטוט**

ה. עבור איזה ערכי k גרף הפונקציה $y=k$ חותך את הפונקציה הנתונה

1. ב־3 נקודות

✅ **פתרון סופי:** $0<k<32$

2. באף נקודה

✅ **פתרון סופי: אין ערך k כזה (ישר מאוזן תמיד חותך את הגרף לפחות פעם אחת)**

פונקציה זוגית ואי זוגית

22 סרטון שיעור 22

הוכח שהפונקציות הבאות זוגיות:

1. $y = x^2$

✅ **פתרון סופי:** $(-x)^2 = x^2$ ← **זוגית**

2. $f(x) = 2x^2$

✅ **פתרון סופי:** $f(-x) = 2(-x)^2 = 2x^2 = f(x)$ ← **זוגית**

3. $f(x) = x^4 + 2$

✅ **פתרון סופי:** $f(-x) = (-x)^4 + 2 = x^4 + 2 = f(x)$ ← **זוגית**

23 סרטון שיעור 23

הוכח שהפונקציות הבאות אי זוגיות:

1. $y = x$

✅ **פתרון סופי:** $f(-x) = -x = -f(x)$ ← **אי זוגית**

2. $y = \frac{1}{x}$

✅ **פתרון סופי:** $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$ ← **אי זוגית**

24 סרטון שיעור 24

הוכח שהפונקציה הבאה אי זוגית:

$f(x) = x^3 - 2x$

✅ **פתרון סופי:** $f(-x) = -x^3 + 2x = -(x^3 - 2x) = -f(x)$ ← **אי זוגית**

25 סרטון שיעור 25

האם הפונקציה הבאה זוגית או אי זוגית

$f(x) = 3x^4 + x^2$

✅ **פתרון סופי:** $f(-x) = 3x^4 + x^2 = f(x)$ ← **זוגית**

26 סרטון שיעור 26

האם הפונקציה הבאה זוגית או אי זוגית

$f(x) = \frac{1}{x} + x$

✅ **פתרון סופי:** $f(-x) = -\frac{1}{x} - x = -f(x)$ ← **אי זוגית**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

27 🎬 סרטון שיעור 27

הוכח מכפלה של שתי פונקציות אי זוגיות היא פונקציה זוגית.

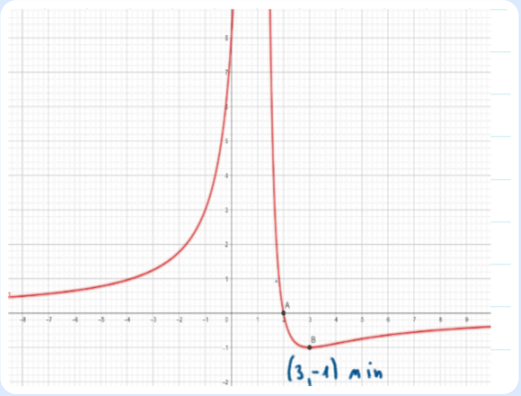
✅ **פתרון סופי:** $h(x)=f(x)\cdot g(x)$

$h(-x)=f(-x)\cdot g(-x)=(-f(x))\cdot(-g(x))=f(x)\cdot g(x)=h(x)$ ← **זוגית**

הזזות ושינויים של פונקציות

28-32 🎬 סרטון שיעורים 28-32

נתונה פונקציה $f(x)$ משורטטת בגרף נקודת המינימום שלה היא $(3,-1)$



א. רשום את נקודת הקיצון וסוג הנקודה של הפונקציות הבאות

1. $G(x)=f(x)+4$

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (3,3)$

2. $H(x)=-f(x)$

✅ **פתרון סופי:** $\max\ (3,1)$

3. $D(x)=2f(x)$

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (3,-2)$

4. $M(x)=|f(x)|$

✅ **פתרון סופי:** $\max\ (3,1)$ **, ונוצר מינימום חדש** $(2,0)$

5. $L(x)=f(x+2)$

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (1,-1)$

ב. שרטט אותם.

✅ **פתרון סופי:** G **– הזזה 4 יחידות למעלה**

H **– שיקוף בציר** x

D **– מתיחה פי 2 בכיוון ציר** y

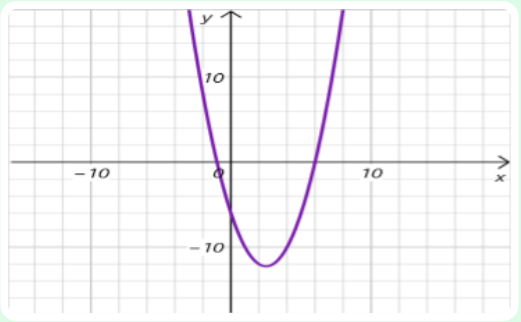
M **– החלק שמתחת לציר** x **מתהפך למעלה**

L **– הזזה 2 יחידות שמאלה**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

33

נתון השרטוט הפונקציה $f(x)$



א. 🎬 **סרטון שיעור 33** שרטט את הפונקציה $g(x)=\sqrt{f(x)}$

✅ **פתרון סופי: מוגדרת רק איפה ש־$f(x)\geq 0$, כלומר $x\leq -1$ או $x\geq 6$**

נקודות החיתוך $(6,0)$, $(-1,0)$ נשארות, ובין -1 ל־6 אין גרף

ב. 🎬 **סרטון שיעור 34** שרטט את הפונקציה $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

✅ **פתרון סופי: אסימפטוטות אנכיות: $x=6$, $x=-1$**

אסימפטוטה אופקית: $y=0$

המינימום של f הופך למקסימום (מתחת לציר x), באותו x

ג. 🎬 **סרטון שיעור 35** שרטט את הפונקציה $g(x)=[f(x)]^2$

✅ **פתרון סופי: כל הגרף מעל ציר x או עליו**

$(6,0)$, $(-1,0)$ הופכות לנקודות מינימום

המינימום של f הופך למקסימום

קשר בין הפונקציה לנגזרת

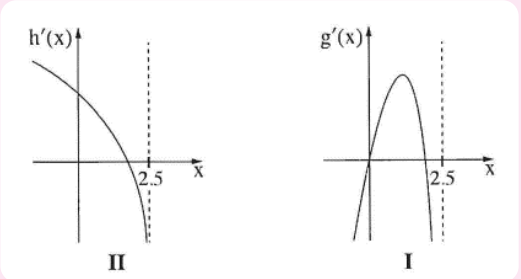
שלושה כללים

1. נקודות הקיצון של $f(x)$ הן נקודות האפס של $f'(x)$ (חיתוך עם ציר x)
2. תחומי הירידה של $f(x)$ הם התחומים שבהם הנגזרת שלילית $f'(x)<0$
3. תחומי העליה של $f(x)$ הם התחומים שבהם הנגזרת חיובית $f'(x)>0$

36

🎬 **סרטון שיעור 37**

לפניך הגרפים של הפונקציות $g'(x)$ ו־$h'(x)$, שהן פונקציות הנגזרת של הפונקציות $g(x)$ ו־$h(x)$ בהתאמה. פונקציות הנגזרת $g'(x)$ ו־$h'(x)$ מוגדרות בתחום $x<2.5$.



קבע על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות $g(x)$ ו־$h(x)$ בתחום $x<2.5$. נמק את תשובתך. (התייחס בתשובתך לחלק של הגרף המתואר בציור).

✅ **פתרון סופי: $g(x)$ – 2 נקודות קיצון (מינימום ב־$x=0$ ומקסימום)**

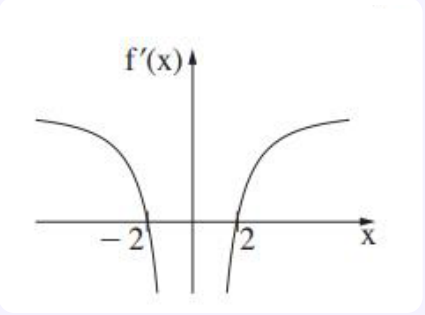
$h(x)$ – נקודת קיצון אחת (מקסימום)

37 סרטון שיעור 36

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$. בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת גם היא לכל $x \neq 0$, וחותכת את ציר ה־x בנקודות $(-2,0)$, $(2,0)$.

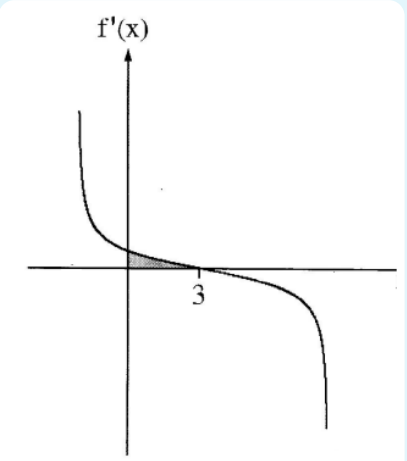
מצא את שיעורי ה־x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הגרף.

✅ **פתרון סופי:** $x=-2$ max , $x=2$ min



38 סרטון שיעור 38

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$



א. מצא את שיעורי ה־x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הגרף.

✅ **פתרון סופי:** $x=3$ max

ב. מצא את תחומי העלייה וירידה של $f(x)$

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x<3$

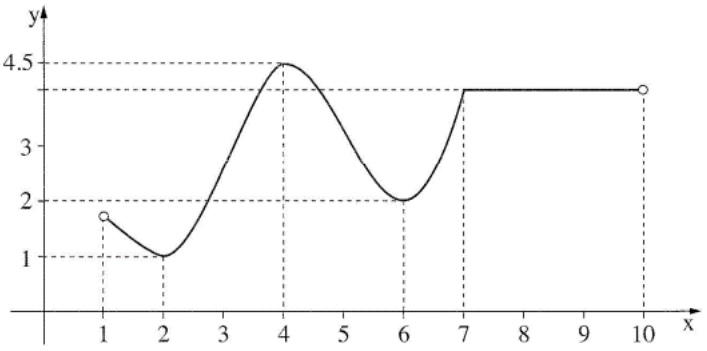
ירידה: $x>3$

ג. ערך ה־y של נקודת הקיצון שווה 5. שרטט את הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: מקסימום** $(3,5)$ **: הגרף עולה עד** $(3,5)$ **ומשם יורד**

39 סרטון שיעור 39

הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים א, ב, ג, ד.



א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ־7 מתקיים:

(1) $f'(x)<0$. נמק.

✅ **פתרון סופי:** $4<x<6$, $1<x<2$

(2) $f'(x) > 0$. נמק.

✅ **פתרון סופי:** $2 < x < 4$, $6 < x < 7$

(3) $f'(x) = 0$. נמק.

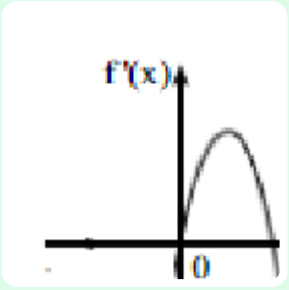
✅ **פתרון סופי:** $x = 6$, $x = 4$, $x = 2$ **, וגם** $7 < x < 10$ **(קטע אופקי)**

ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2 \le x \le 6$.

✅ **פתרון סופי: חותך את ציר** x **ב־**6 , 4 , 2 **: מעל הציר בין 2 ל־4, ומתחת לציר בין 4 ל־6**

40 סרטון שיעור 40

$f(x)$ היא פונקציה שתחום ההגדרה שלה הוא $-3 \le x \le 3$. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. הפונקציה $f'(x)$ פונקציה זוגית, החותכת את ציר x בנקודה $(2,0)$. השלם את השרטוט בצד השמאלי של הגרף.

✅ **פתרון סופי: שיקוף בציר** y **: חותך את ציר** x **ב־**$x = -2$ **, מעל הציר בין** -2 **ל־**0
ומתחת לציר בין -3 **ל־**-2

ב. רשום את ערכי ה־x שעבורם יש לפונקציה נקודות קיצון פנימיות, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $x = 2$ max , $x = -2$ min **(**$x = 0$ **– לא קיצון)**

ג. נתון ש־$f(x) > 0$ בתחום $-3 \le x \le 3$, ונתון $f(-2) = 1$ שרטט סקיצה של $f(x)$ בתחום הנ"ל.

✅ **פתרון סופי: יורדת מ־**$x = -3$ **עד המינימום** $(-2,1)$ **, עולה עד המקסימום ב־**$x = 2$
(ב־$x = 0$ **הגרף ממשיך לעלות), ויורדת עד** $x = 3$ **, כולה מעל ציר** x

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

חקירת פונקציית מנה

41 סרטון שיעור 41

א. מצא תחום הגדרה.

ב. מצא אסימפטוטות אנכיות.

1. $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{6}{x}+1$

✅ **פתרון סופי: ת"ה:** $x\neq 0$

אסימפטוטה אנכית: $x=0$

2. $f(x)=\frac{x-2}{2x+4}$

✅ **פתרון סופי: ת"ה:** $x\neq -2$

אסימפטוטה אנכית: $x=-2$

3. $f(x)=\frac{2-x}{(x-1)^2}$

✅ **פתרון סופי: ת"ה:** $x\neq 1$

אסימפטוטה אנכית: $x=1$

4. $f(x)=\frac{5}{(2x-4)^2}$

✅ **פתרון סופי: ת"ה:** $x\neq 2$

אסימפטוטה אנכית: $x=2$

42 סרטון שיעור 42

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2x^2+4}{x^2-a}$. $0<a$ הוא פרמטר. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית $x=1$.

מצא את a.

✅ **פתרון סופי:** $a=1$

43 סרטון שיעור 43

מצא תחום הגדרה, אסימפטוטה אנכית ונקודת אי רציפות (חור) לפונקציה $f(x)=\frac{x-2}{x^2-2x}$

✅ **פתרון סופי: ת"ה:** $x\neq 2\ ,\ x\neq 0$

אסימפטוטה אנכית: $x=0$

חור: $(2\ ,\ 0.5)$

44 🎬 סרטון שיעור 44

מצא תחום הגדרה, אסימפטוטה אנכית ונקודת אי רציפות (חור) לפונקציות:

1. $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

✅ **פתרון סופי: ת"ה:** $x\neq 2\ ,\ x\neq 1$

אס׳ אנכית: $x=1$

חור: $(2,4)$

2. $f(x)=\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-9}$

✅ **פתרון סופי: ת"ה:** $x\neq \pm 3$

אס׳ אנכית: $x=-3$

חור: $(3,0)$

מציאת אסימפטוטה אופקית

אסימפטוטה אופקית

א. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה גדול ממעריך החזקה הגבוה ביותר במונה, אז האסימפטוטה האופקית היא $y=0$.

ב. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה גדול ממעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה, אז אין אסימפטוטה אופקית.

ג. אם מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה שווה למעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה, אז האסימפטוטה היא $y=\dfrac{a}{b}$ כאשר a הוא המקדם של ה־x בעל מעריך החזקה הגבוה ביותר במונה, ו־b הוא המקדם של ה־x בעל מעריך החזקה הגבוה ביותר במכנה.

45-46 🎬 סרטון שיעור 45 , 46

מצא אסימפטוטות אופקיות

1. $f(x)=\dfrac{x-2}{2x+4}$

✅ **פתרון סופי:** $y=0.5$

2. $f(x)=\dfrac{2-x}{(x-1)^2}$

✅ **פתרון סופי:** $y=0$

3. $f(x)=\dfrac{1}{(x-3)^2}+4$

✅ **פתרון סופי:** $y=4$

4. $f(x)=1-\dfrac{1}{(x-5)^2}$

✅ **פתרון סופי:** $y=1$

47 🎬 סרטון שיעור 47

נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{4x}{(x-1)^2}+a$. a הוא פרמטר. נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y=-3$.

מהו ערך הפרמטר a?

✅ **פתרון סופי:** $a=-3$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

48 סרטון שיעור 48

נחשב את הנגזרת של $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

✅ **פתרון סופי:** $f'(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$

49 סרטון שיעור 49

$$f(x)=\frac{1}{1-x^2}$$

א. מצא תחום הגדרה

✅ **פתרון סופי:** $x\neq\pm1$

ב. מצא נקודות חיתוך עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(0,1)$

אין חיתוך עם ציר x

ג. מצא נקודות קיצון וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $(0,1)\ \min$

ד. מצא תחומי עליה וירידה.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $0<x<1\ ,\ x>1$

ירידה: $x<-1\ ,\ -1<x<0$

ה. שרטט את הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: אסימפטוטות:** $x=\pm1\ ,\ y=0$

בין -1 ל־1 "קערה" עם מינימום $(0,1)$

משמאל ל־-1 ומימין ל־1 הגרף מתחת לציר x

50 ראה סרטון שיעור 61

נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{3x^2}{x^2+x-2}$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq-2\ ,\ x\neq1$

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

✅ **פתרון סופי:** $y=3\ ,\ x=-2\ ,\ x=1$

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(0,0)$

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $(0,0)\ \max\ ,\ \left(4\ ,\ \dfrac{8}{3}\right)\ \min$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

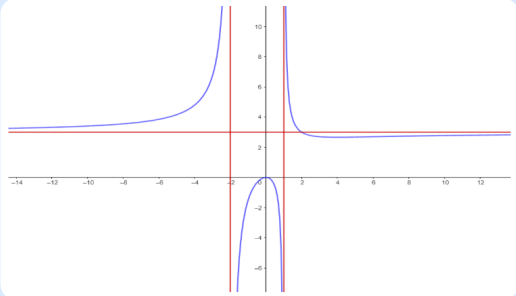
(5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x<-2\ ,\ -2<x<0\ ,\ x>4$

ירידה: $0<x<1\ ,\ 1<x<4$

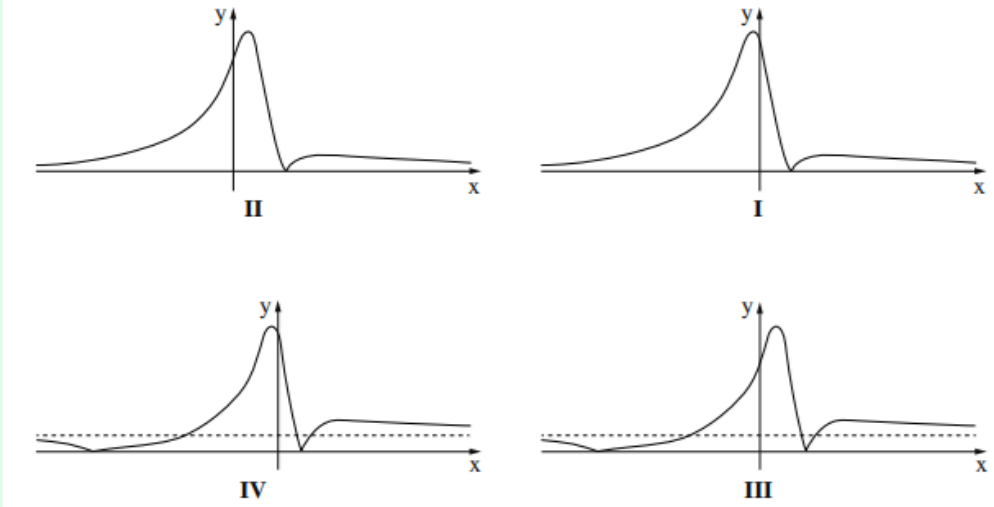
ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: ראו שרטוט**



51 סרטון שיעור 50

נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{72-18x}{x^2+9}-1$, המוגדרת לכל x .



א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה־x של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $y=-1$

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(-21,0)\ ,\ (3,0)\ ,\ (0,7)$

ג.

(1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (9,-2)\ ,\ \max\ (-1,8)$

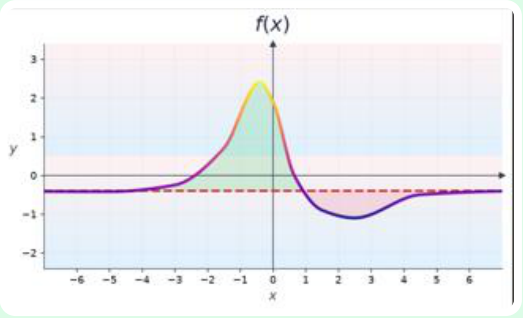
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x<-1\ ,\ x>9$

ירידה: $-1<x<9$

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: ראו שרטוט** 👇



נתונה הפונקציה $g(x)=|f(x)|$, המוגדרת לכל x .

ה.

(1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה־x של הפונקציה $g(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $y=1$

(2) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

✅ **פתרון סופי: גרף IV**

פונקציה מורכבת

52 🎬 סרטון שיעור 51

גזור את הפונקציות הבאות

$y=(2x+1)^4$

✅ **פתרון סופי:** $y'=8(2x+1)^3$

$y=(1-2x)^5$

✅ **פתרון סופי:** $y'=-10(1-2x)^4$

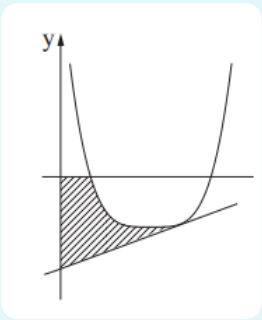
53 🎬 סרטון שיעור 52

נתונה הפונקציה $f(x)=(2x+4)^3$ מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x=1$.

✅ **פתרון סופי:** $y=216x$

54 🎬 סרטון שיעור 53

לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $f(x)=(x-3)^4-16$, המוגדרת לכל x .



א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ (3,-16)$

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־x .

✅ **פתרון סופי:** $(5,0)\ ,\ (1,0)$

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$.

ג. (1) מצא את משוואת המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $y=4x-31$

מציאת פרמטר

55 🎬 סרטון שיעור 54

נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{m-4x}{(x-1)^2}$, m הוא פרמטר. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 1$

ב. מצא את ערך הפרמטר m .

✅ **פתרון סופי:** $m=8$

56 🎬 סרטון שיעור 55

נתונה הפונקציה: $f(x)=\dfrac{-1}{x+2}+\dfrac{k}{x+6}$. k הוא פרמטר. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=-3$.

א. מצא את הפרמטר k .

✅ **פתרון סופי:** $k=9$

57 🎬 סרטון שיעור 56

נתונה הפונקצייה: $f(x)=\dfrac{2x-b}{x-4}+1$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 4$

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־y בנקודה $(0\ ,\ 2.5)$.

ב. מצאו את b .

✅ **פתרון סופי:** $b=6$

58 סרטון שיעור 57

נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-4x-a}$. a הוא פרמטר. נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ היא $x=-1$.

א. מצא את a.

✅ **פתרון סופי:** $a=5$

59 סרטון שיעור 58

נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{bx^2}{x^2-4x+3}$. b הוא פרמטר. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y=2$.

א.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 3\ ,\ x\neq 1$

(2) מהו ערכו של הפרמטר b?

✅ **פתרון סופי:** $b=2$

60 סרטון שיעור 59

נתונה הפונקציה: $f(x)=\dfrac{4}{4x^2-1}+b$, b הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq -\dfrac{1}{2}\ ,\ x\neq \dfrac{1}{2}$

ב.

(1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות b).

✅ **פתרון סופי:** $\max\ (0\ ,\ b-4)$

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $-\dfrac{1}{2}<x<0\ ,\ x<-\dfrac{1}{2}$

ירידה: $x>\dfrac{1}{2}\ ,\ 0<x<\dfrac{1}{2}$

נתון כי הישר $y=-2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את b.

✅ **פתרון סופי:** $b=2$

פתרון בגרויות

61 🎬 סרטון שיעור 60 · בגרות 2016 א

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{m-4x}{(x-1)^2}$, m הוא פרמטר. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 1$

ב. מצא את ערך הפרמטר m .

✅ **פתרון סופי:** $m=8$

הצב $m=8$, וענה על הסעיפים ג, ד ו־ה.

ג.

(1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

✅ **פתרון סופי:** $x=1\ ,\ y=0$

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(2,0)\ ,\ (0,8)$

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $(3,-1)\ \min$

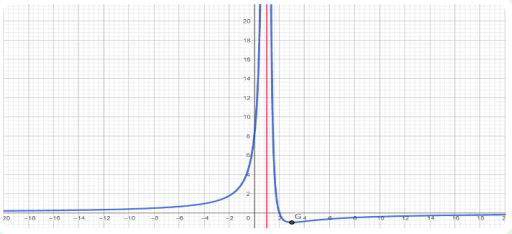
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x<1\ ,\ x>3$

ירידה: $1<x<3$

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: ראו שרטוט**



ה. היעזר בגרף שסרטטת, ומצא עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x)>0$ וגם $f'(x)>0$.

✅ **פתרון סופי:** $x<1$

62 🎬 סרטון שיעור 61 · בגרות 2019 א

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3x^2}{x^2+x-2}$.

א.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 1\ ,\ x\neq -2$

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

✅ **פתרון סופי:** $x=1\ ,\ x=-2\ ,\ y=3$

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(0,0)$

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

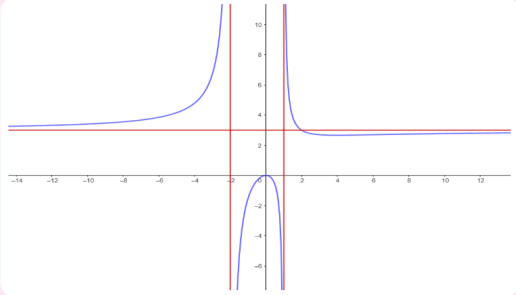
✅ **פתרון סופי:** $\min\ \left(4\ ,\ \frac{8}{3}\right)\ ,\ \max\ (0,0)$

(5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x<-2\ ,\ -2<x<0\ ,\ x>4$
ירידה: $0<x<1\ ,\ 1<x<4$

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: ראו שרטוט**



ג. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$? אם הוא חותך את האסימפטוטה, מצא את שיעורי נקודת החיתוך.

✅ **פתרון סופי: כן,** $(2,3)$

ד. נתון: לפונקציה $g(x)=f(x)+c$ (c הוא פרמטר) יש אסימפטוטה אופקית $y=5$. מצא את c. נמק.

✅ **פתרון סופי:** $c=2$

63 🎬 סרטון שיעור 62 · בגרות 2019 ב

נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{x^2+2x-3}$.

א.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 1\ ,\ x\neq -3$

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x=-3\ ,\ x=1\ ,\ y=1$

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min\ \left(3\ ,\ \frac{3}{4}\right)\ ,\ \max\ (0,0)$

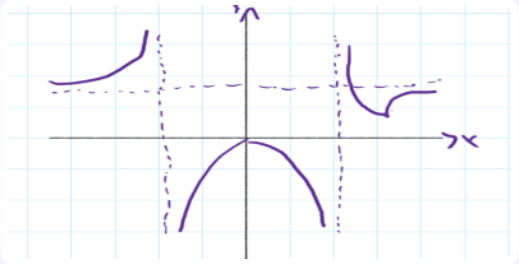
© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

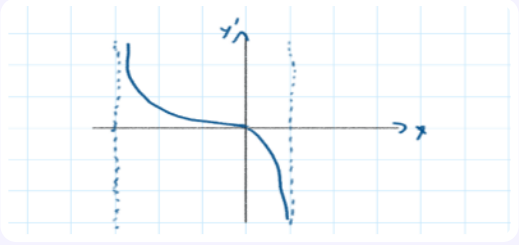
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: ראו שרטוט עליון**

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3 < x < 1$.

✅ **פתרון סופי: מעל ציר x בין -3 ל־0 , חותך את הציר ב־$x=0$**
מתחת לציר בין 0 ל־1
אסימפטוטות: $x=1$, $x=-3$ (שרטוט תחתון)





64 סרטון שיעור 63 · בגרות 2021 חורף

נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{bx^2}{x^2-4x+3}$. b הוא פרמטר. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y=2$.

א.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 3$, $x\neq 1$

(2) מהו ערכו של הפרמטר b ?

✅ **פתרון סופי:** $b=2$

הצב את הערך של b שמצאת, וענה על הסעיפים ב־ג.

ב.

(1) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x=3$, $x=1$

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

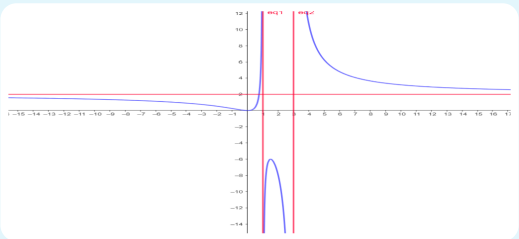
✅ **פתרון סופי:** $(0,0)$

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $(0,0)$ min , $(1.5\,,-6)$ max

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: ראו שרטוט**



65 סרטון שיעור 64 · בגרות 2015 חורף

נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{2}{x^2-x}$.

א.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 1\ ,\ x\neq 0$

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

✅ **פתרון סופי:** $x=0\ ,\ x=1\ ,\ y=0$

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\max\ \left(\frac{1}{2}\ ,\ -8\right)$

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** **בין 0 ל־1 "כיפה" מתחת לציר x עם מקסימום** $\left(\frac{1}{2},-8\right)$

משמאל ל־0 ומימין ל־1 הגרף מעל ציר x ומתקרב ל־$y=0$

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=f(x)-2$. הסתמך על סעיף א, וענה על התת־סעיפים שלפניך.

(1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$?

✅ **פתרון סופי:** $x=0\ ,\ x=1\ ,\ y=-2$

(2) מה הם השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?

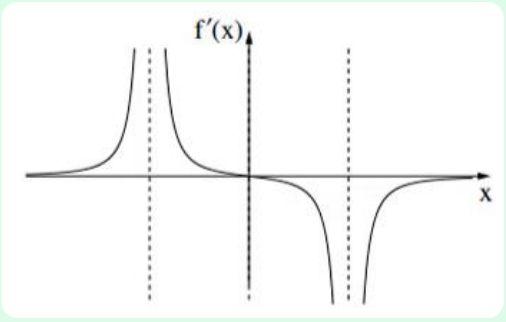
✅ **פתרון סופי:** $\max\ \left(\frac{1}{2}\ ,\ -10\right)$

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

✅ **פתרון סופי:** **הגרף של $f(x)$ מוזז 2 יחידות למטה**

66 סרטון שיעור 65 · בגרות 2024 חורף

הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \neq \pm 5$. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת באותו התחום.
גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה־x רק בנקודה $(0\ ,\ 0)$.



א. מצאו את שיעור ה־x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $x = 0$ $\max$

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $-5 < x < 0$, $x < -5$
ירידה: $0 < x < 5$, $x > 5$

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא $y = 2$.
אחד מן הביטויים I–III שלפניכם מייצג את הפונקציה $f(x)$.

I. $\dfrac{x^2}{x^2+25}+1$ II. $\dfrac{x^2}{x^2-25}+2$ III. $\dfrac{x^2}{x^2-25}+1$

ג. קבעו איזה מן הביטויים I–III מייצג את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

✅ **פתרון סופי: ביטוי III**

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(0,1)$, $(\sqrt{12.5}\ ,\ 0)$, $(-\sqrt{12.5}\ ,\ 0)$

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: אסימפטוטות:** $x = \pm 5$, $y = 2$
בין -5 ל־5 : מקסימום $(0,1)$ וחיתוך עם ציר x ב־$\pm\sqrt{12.5}$
משמאל ל־-5 ומימין ל־5 הגרף מעל $y = 2$

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישר $x = 3$.

✅ **פתרון סופי:** $S = \dfrac{9}{16}$

דף עבודה – נקודות חיתוך עם הצירים

שם: _____

- חיתוך עם ציר y: מציבים $x = 0$
- חיתוך עם ציר x: פותרים את המשוואה $f(x) = 0$. משוואה ריבועית פותרים במחשבון עם MODE 5 3
- אין מספר חופשי? מוציאים גורם משותף x
- מספר לא שלם מעגלים ל־2 ספרות אחרי הנקודה

1. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(א) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

(ב) $f(x) = x^2 - 16$

(ג) $f(x) = x^2 - x - 12$

(ד) $f(x) = x^3 - 4x$

(ה) $f(x) = x^2 - 4x$

(ו) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$

(ז) $f(x) = x^2 + 9$

(ח) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

(ט) $f(x) = x^3 - 9x$

(י) $f(x) = 2x^2 - 18$

2. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים. (תרגילים מתקדמים)

(א) $f(x) = 2x^2 - 7x + 3$

(ב) $f(x) = -2x^2 + x + 6$

(ג) $f(x) = x^2 - 3x - 5$

(ד) $f(x) = x^2 + 4x + 1$

(ה) $f(x) = x^3 - 40x$

(ו) $f(x) = x^4 - 16x^2$

(ז) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x$

(ח) $f(x) = x^4 - 16x$

(ט) $f(x) = x^4 + 16x$

(י) $f(x) = -x^2 + 4x - 6$

תשובות – נקודות חיתוך עם הצירים

תרגיל 1

סעיף	הפונקציה	חיתוך עם ציר y	חיתוך עם ציר x
1(א)	$f(x) = x^2 - 5x + 6$	$(0, 6)$	$(2, 0), (3, 0)$
1(ב)	$f(x) = x^2 - 16$	$(0, -16)$	$(-4, 0), (4, 0)$
1(ג)	$f(x) = x^2 - x - 12$	$(0, -12)$	$(-3, 0), (4, 0)$
1(ד)	$f(x) = x^3 - 4x$	$(0, 0)$	$(-2, 0), (0, 0), (2, 0)$
1(ה)	$f(x) = x^2 - 4x$	$(0, 0)$	$(0, 0), (4, 0)$
1(ו)	$f(x) = -x^2 + 2x + 8$	$(0, 8)$	$(-2, 0), (4, 0)$
1(ז)	$f(x) = x^2 + 9$	$(0, 9)$	אין נקודות חיתוך עם ציר x
1(ח)	$f(x) = x^2 - 6x + 9$	$(0, 9)$	$(3, 0)$ – הגרף משיק לציר x
1(ט)	$f(x) = x^3 - 9x$	$(0, 0)$	$(-3, 0), (0, 0), (3, 0)$
1(י)	$f(x) = 2x^2 - 18$	$(0, -18)$	$(-3, 0), (3, 0)$

תרגיל 2

סעיף	הפונקציה	חיתוך עם ציר y	חיתוך עם ציר x
2(א)	$f(x) = 2x^2 - 7x + 3$	$(0, 3)$	$(0.5, 0), (3, 0)$
2(ב)	$f(x) = -2x^2 + x + 6$	$(0, 6)$	$(-1.5, 0), (2, 0)$
2(ג)	$f(x) = x^2 - 3x - 5$	$(0, -5)$	$(-1.19, 0), (4.19, 0)$
2(ד)	$f(x) = x^2 + 4x + 1$	$(0, 1)$	$(-3.73, 0), (-0.27, 0)$
2(ה)	$f(x) = x^3 - 40x$	$(0, 0)$	$(-6.32, 0), (0, 0), (6.32, 0)$
2(ו)	$f(x) = x^4 - 16x^2$	$(0, 0)$	$(-4, 0), (0, 0), (4, 0)$ בנקודה $(0, 0)$ הגרף משיק לציר x
2(ז)	$f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x$	$(0, 0)$	$(-4, 0), (0, 0), (2, 0)$
2(ח)	$f(x) = x^4 - 16x$	$(0, 0)$	$(0, 0), (2.52, 0)$
2(ט)	$f(x) = x^4 + 16x$	$(0, 0)$	$(-2.52, 0), (0, 0)$
2(י)	$f(x) = -x^2 + 4x - 6$	$(0, -6)$	אין נקודות חיתוך עם ציר x

ערכים עשרוניים מעוגלים ל־2 ספרות אחרי הנקודה.

דף עבודה – נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה

שם: _____

- נקודות קיצון: גוזרים, פותרים $f'(x)=0$, ומציבים את ה־x בפונקציה כדי למצוא את y.
- סוג הנקודה ועלייה וירידה: מסמנים את ערכי ה־x על קו, ומציבים בנגזרת מספר מכל תחום.
  $f'(x)>0$ ← הפונקציה עולה ↗ $f'(x)<0$ ← הפונקציה יורדת ↘
- משוואה ריבועית פותרים במחשבון עם `MODE 5 3` . מספר לא שלם מעגלים ל־2 ספרות אחרי הנקודה.

כך מסמנים על הקו:



1. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן. מצאו את תחומי העלייה והירידה.

(א) $f(x)=x^2-8x+3$ (ב) $f(x)=-2x^2+12x-5$ (ג) $f(x)=x^3-27x$

(ד) $f(x)=x^3-6x^2+5$ (ה) $f(x)=-x^3+3x^2+9x-2$ (ו) $f(x)=x^4-4x^3$

2. חקירת פולינום. לכל פונקציה מצאו:

(1) תחום הגדרה (2) נקודות חיתוך עם הצירים (3) נקודות קיצון וסוגן (4) תחומי עלייה וירידה (5) סרטטו את גרף הפונקציה

(א) $f(x)=2x^3-6x^2$ (ב) $f(x)=-x^3+6x^2$ (ג) $f(x)=x^4-8x^2$

(ד) $f(x)=2x^3+3x^2-12x$ (ה) $f(x)=x^4-10x^2+9$

פתרון סופי

סעיף	נקודות קיצון	עלייה	ירידה
1(א)	(4 , −13) מינימום	$x>4$	$x<4$
1(ב)	(3 , 13) מקסימום	$x<3$	$x>3$
1(ג)	(−3 , 54) מקסימום, (3 , −54) מינימום	$x<-3, x>3$	$-3<x<3$
1(ד)	(0 , 5) מקסימום, (4 , −27) מינימום	$x<0, x>4$	$0<x<4$
1(ה)	(−1 , −7) מינימום, (3 , 25) מקסימום	$-1<x<3$	$x<-1, x>3$
1(ו)	(3 , −27) מינימום	$x>3$	$x<3$

סעיף	חיתוך עם ציר x	ציר y	נקודות קיצון	עלייה	ירידה
2(א)	(0 , 0) , (3 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0) מקסימום, (2 , −8) מינימום	$x<0, x>2$	$0<x<2$
2(ב)	(0 , 0) , (6 , 0)	(0 , 0)	(0 , 0) מינימום, (4 , 32) מקסימום	$0<x<4$	$x<0, x>4$
2(ג)	(0 , 0) , (2.83 , 0) , (−2.83 , 0)	(0 , 0)	(−2 , −16) מינימום, (0 , 0) מקסימום, (2 , −16) מינימום	$-2<x<0, x>2$	$x<-2, 0<x<2$
2(ד)	(0 , 0) , (1.81 , 0) , (−3.31 , 0)	(0 , 0)	(−2 , 20) מקסימום, (1 , −7) מינימום	$-2<x<1, x>1$	$x<-2, -2<x<1$
2(ה)	(0 , −1) , (1 , 0) , (−3 , 0) , (3 , 0)	(0 , 9)	(−2.24 , −16) מינימום, (0 , 9) מקסימום, (2.24 , −16) מינימום	$-\sqrt{5}<x<0, x>\sqrt{5}$	$x<-\sqrt{5}, 0<x<\sqrt{5}$

בכל החקירות: תחום הגדרה – כל x. הסרטוטים – בדף הפתרון המלא.

פתרון מלא – נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה

1(א) $f(x)=x^2-8x+3$

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=2x-8 \quad 2x-8=0 \leftarrow 2x=8 \leftarrow x=4$

מציבים בפונקציה: $f(4)=4^2-8\cdot4+3=16-32+3=-13$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(3)=2\cdot3-8=-2<0 \quad f'(5)=2\cdot5-8=2>0$

מינימום

f'	−		+
f	↘	4	↗

(4 , −13) מינימום
עלייה: $x>4$
ירידה: $x<4$

1(ב) $f(x)=-2x^2+12x-5$

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=-4x+12 \quad -4x+12=0 \leftarrow -4x=-12 \leftarrow x=3$

מציבים בפונקציה: $f(3)=-2\cdot3^2+12\cdot3-5=-18+36-5=13$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(2)=-4\cdot2+12=4>0 \quad f'(4)=-4\cdot4+12=-4<0$

מקסימום

f'	+		−
f	↗	3	↘

(3 , 13) מקסימום
עלייה: $x<3$
ירידה: $x>3$

1(ג) $f(x)=x^3-27x$

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=3x^2-27 \quad 3x^2-27=0 \leftarrow 3x^2=27 \leftarrow x^2=9$
$\leftarrow x=3$ או $x=-3$

מציבים בפונקציה: $f(-3)=(-3)^3-27\cdot(-3)=-27+81=54$
$f(3)=3^3-27\cdot3=27-81=-54$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-4)=3\cdot(-4)^2-27=21>0$
$f'(0)=3\cdot0^2-27=-27<0 \quad f'(4)=3\cdot4^2-27=21>0$

מינימום מקסימום מינימום

f'	+		−		+
f	↗	−3	↘	3	↗

(−3 , 54) מקסימום
(3 , −54) מינימום
עלייה: $x>3$, $x<-3$
ירידה: $-3<x<3$

1(ד) $f(x)=x^3-6x^2+5$

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=3x^2-12x \quad 3x^2-12x=0 \leftarrow 3x(x-4)=0 \leftarrow x=0$ או $x=4$

מציבים בפונקציה: $f(0)=0^3-6\cdot0^2+5=5 \quad f(4)=4^3-6\cdot4^2+5=64-96+5=-27$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-1)=3\cdot(-1)^2-12\cdot(-1)=15>0$
$f'(1)=3\cdot1^2-12\cdot1=-9<0 \quad f'(5)=3\cdot5^2-12\cdot5=15>0$

מינימום מקסימום מינימום

f'	+		−		+
f	↗	0	↘	4	↗

(0 , 5) מקסימום
(4 , −27) מינימום
עלייה: $x>4$, $x<0$
ירידה: $0<x<4$

1(ה) $f(x)=-x^3+3x^2+9x-2$

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=-3x^2+6x+9 \quad -3x^2+6x+9=0$
← במחשבן MODE 5 3: $x=3$ או $x=-1$

מציבים בפונקציה: $f(-1)=-(-1)^3+3\cdot(-1)^2+9\cdot(-1)-2=1+3-9-2=-7$
$f(3)=-3^3+3\cdot3^2+9\cdot3-2=-27+27+27-2=25$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-2)=-3\cdot(-2)^2+6\cdot(-2)+9=-15<0$
$f'(0)=-3\cdot0^2+6\cdot0+9=9>0 \quad f'(4)=-3\cdot4^2+6\cdot4+9=-15<0$

מקסימום מינימום מקסימום

f'	−		+		−
f	↘	−1	↗	3	↘

(−1 , −7) מינימום
(3 , 25) מקסימום
עלייה: $-1<x<3$
ירידה: $x<-1$, $x>3$

1(ו) $f(x)=x^4-4x^3$

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=4x^3-12x^2 \quad 4x^3-12x^2=0 \leftarrow 4x^2(x-3)=0$
$\leftarrow x=0$ או $x=3$

מציבים בפונקציה: $f(0)=0^4-4\cdot0^3=0 \quad f(3)=3^4-4\cdot3^3=81-108=-27$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-1)=4\cdot(-1)^3-12\cdot(-1)^2=-16<0$
$f'(1)=4\cdot1^3-12\cdot1^2=-8<0 \quad f'(4)=4\cdot4^3-12\cdot4^2=64>0$

מינימום אין קיצון מינימום

f'	−		−		+
f	↘	0	↘	3	↗

(3 , −27) מינימום
עלייה: $x>3$
ירידה: $x<3$

ב־$x=0$ הנגזרת לא מחליפה סימן ← אין קיצון.

2(א) $f(x)=2x^3-6x^2$

תחום הגדרה: כל x

חיתוך עם ציר y: $f(0)=2\cdot0^3-6\cdot0^2=0 \leftarrow (0\ ,\ 0)$

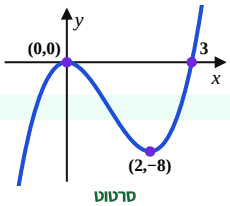
חיתוך עם ציר x: $f(x)=0 \quad 2x^3-6x^2=0$
$\leftarrow 2x^2(x-3)=0 \leftarrow x=0$ או $x=3$

(0 , 0) , (3 , 0)

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=6x^2-12x \quad 6x^2-12x=0$
$\leftarrow 6x(x-2)=0 \leftarrow x=0$ או $x=2$

מציבים בפונקציה: $f(0)=2\cdot0^3-6\cdot0^2=0$
$f(2)=2\cdot2^3-6\cdot2^2=16-24=-8$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-1)=6\cdot(-1)^2-12\cdot(-1)=18>0$
$f'(1)=6\cdot1^2-12\cdot1=-6<0 \quad f'(3)=6\cdot3^2-12\cdot3=18>0$



סרטוט

מינימום מקסימום מינימום

f'	+		−		+
f	↗	0	↘	2	↗

(0 , 0) מקסימום
(2 , −8) מינימום
עלייה: $x>2$, $x<0$
ירידה: $0<x<2$

2(ב) $f(x)=-x^3+6x^2$

תחום הגדרה: כל x

חיתוך עם ציר y: $f(0)=-0^3+6\cdot0^2=0 \leftarrow (0\ ,\ 0)$

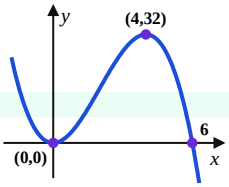
חיתוך עם ציר x: $f(x)=0 \quad -x^3+6x^2=0$
$\leftarrow -x^2(x-6)=0 \leftarrow x=0$ או $x=6$

(0 , 0) , (6 , 0)

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=-3x^2+12x \quad -3x^2+12x=0$
$\leftarrow -3x(x-4)=0 \leftarrow x=0$ או $x=4$

מציבים בפונקציה: $f(0)=-0^3+6\cdot0^2=0$
$f(4)=-4^3+6\cdot4^2=-64+96=32$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-1)=-3\cdot(-1)^2+12\cdot(-1)=-15<0$
$f'(1)=-3\cdot1^2+12\cdot1=9>0 \quad f'(5)=-3\cdot5^2+12\cdot5=-15<0$



סרטוט

מקסימום מינימום מקסימום

f'	−		+		−
f	↘	0	↗	4	↘

(0 , 0) מינימום
(4 , 32) מקסימום
עלייה: $0<x<4$
ירידה: $x>4$, $x<0$

2(ג) $f(x)=x^4-8x^2$

תחום הגדרה: כל x

חיתוך עם ציר y: $f(0)=0^4-8\cdot0^2=0 \leftarrow (0\ ,\ 0)$

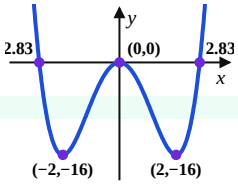
חיתוך עם ציר x: $f(x)=0 \quad x^4-8x^2=0 \leftarrow x^2(x^2-8)=0$
$\leftarrow x=0$ או $x^2=8 \leftarrow x=\sqrt{8}\approx2.83$ או $x=-\sqrt{8}\approx-2.83$

(0 , 0) , (2.83 , 0) , (−2.83 , 0)

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=4x^3-16x \quad 4x^3-16x=0$
$\leftarrow 4x(x^2-4)=0 \leftarrow x=0$ או $x^2=4 \leftarrow x=2$ או $x=-2$

מציבים בפונקציה:
$f(-2)=(-2)^4-8\cdot(-2)^2=16-32=-16$
$f(0)=0^4-8\cdot0^2=0 \quad f(2)=2^4-8\cdot2^2=16-32=-16$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-3)=4\cdot(-3)^3-16\cdot(-3)=-60<0$
$f'(-1)=4\cdot(-1)^3-16\cdot(-1)=12>0 \quad f'(1)=4\cdot1^3-16\cdot1=-12<0$
$f'(3)=4\cdot3^3-16\cdot3=60>0$



סרטוט

מינימום מקסימום מינימום מקסימום מינימום

f'	−		+		−		+
f	↘	−2	↗	0	↘	2	↗

(−2 , −16) מינימום
(0 , 0) מקסימום
(2 , −16) מינימום
עלייה: $x>2$, $-2<x<0$
ירידה: $x<-2$, $0<x<2$

2(ד) $f(x)=2x^3+3x^2-12x$

תחום הגדרה: כל x

חיתוך עם ציר y: $f(0)=2\cdot0^3+3\cdot0^2-12\cdot0=0 \leftarrow (0\ ,\ 0)$

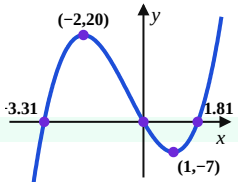
חיתוך עם ציר x: $f(x)=0 \quad 2x^3+3x^2-12x=0$
$\leftarrow x(2x^2+3x-12)=0 \leftarrow x=0$ או $2x^2+3x-12=0$
← במחשבן MODE 5 3: $x\approx1.81$ או $x\approx-3.31$

(0 , 0) , (1.81 , 0) , (−3.31 , 0)

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=6x^2+6x-12$
$6x^2+6x-12=0$
← במחשבן MODE 5 3: $x=1$ או $x=-2$

מציבים בפונקציה: $f(-2)=2\cdot(-2)^3+3\cdot(-2)^2-12\cdot(-2)=-16+12+24=20$
$f(1)=2\cdot1^3+3\cdot1^2-12\cdot1=2+3-12=-7$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-3)=6\cdot(-3)^2+6\cdot(-3)-12=24>0$
$f'(0)=6\cdot0^2+6\cdot0-12=-12<0 \quad f'(2)=6\cdot2^2+6\cdot2-12=24>0$



סרטוט

מקסימום מינימום מקסימום

f'	+		−		+
f	↗	−2	↘	1	↗

(−2 , 20) מקסימום
(1 , −7) מינימום
עלייה: $x>1$, $x<-2$
ירידה: $-2<x<1$

2(ה) $f(x)=x^4-10x^2+9$

תחום הגדרה: כל x

חיתוך עם ציר y: $f(0)=0^4-10\cdot0^2+9=9 \leftarrow (0\ ,\ 9)$

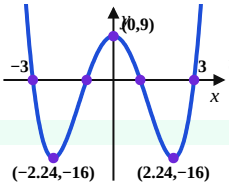
חיתוך עם ציר x: $f(x)=0 \quad x^4-10x^2+9=0 \leftarrow$ נציב $t=x^2$
$t^2-10t+9=0 \leftarrow$ במחשבן MODE 5 3: $t=9$ או $t=1$
$\leftarrow x^2=9 \leftarrow x=3$ או $x=-3$ או $x^2=1 \leftarrow x=1$ או $x=-1$

(0 , 9) , (3 , 0) , (−3 , 0) , (1 , 0) , (−1 , 0)

גזרים ומשווים ל־0: $f'(x)=4x^3-20x \quad 4x^3-20x=0$
$\leftarrow 4x(x^2-5)=0 \leftarrow x=0$ או $x^2=5$
$\leftarrow x=-\sqrt{5}\approx-2.24$ או $x=\sqrt{5}\approx2.24$

מציבים בפונקציה:
$f(-\sqrt{5})=(-\sqrt{5})^4-10\cdot(-\sqrt{5})^2+9=25-50+9=-16$
$f(0)=0^4-10\cdot0^2+9=9 \quad f(\sqrt{5})=(\sqrt{5})^4-10\cdot(\sqrt{5})^2+9=25-50+9=-16$

מציבים בנגזרת מספר מכל תחום: $f'(-3)=4\cdot(-3)^3-20\cdot(-3)=-48<0$
$f'(-1)=4\cdot(-1)^3-20\cdot(-1)=16>0 \quad f'(1)=4\cdot1^3-20\cdot1=-16<0$
$f'(3)=4\cdot3^3-20\cdot3=48>0$



סרטוט

מינימום מקסימום מינימום מקסימום מינימום

f'	−		+		−		+
f	↘	$-\sqrt{5}$	↗	0	↘	$\sqrt{5}$	↗

$(-\sqrt{5}\ ,\ -16)$ מינימום
(0 , 9) מקסימום
$(\sqrt{5}\ ,\ -16)$ מינימום
עלייה: $x>\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}<x<0$
ירידה: $x<-\sqrt{5}$, $0<x<\sqrt{5}$

✏️ תרגול נוסף – חקירת פונקציה

כאן 7 תרגילי חקירה מלאים, מהקל אל הקשה: פולינומים ופונקציות מנה. נסו לפתור כל תרגיל לבד, ורק אחר כך בדקו את הפתרון שלב אחרי שלב 👇

📋 שלבי החקירה

1. תחום הגדרה (ובמנה: אסימפטוטות) **2.** חיתוך עם הצירים **3.** נקודות קיצון בטבלה **4.** עלייה וירידה **5.** סרטוט **6.** שאלות מהגרף (משיק, פרמטר, מספר פתרונות)

🔷 תרגיל 1

תרגיל 1: נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. ענו על הסעיפים:

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. לאילו ערכי k למשוואה $f(x) = k$ יש שלושה פתרונות?

✍️ פתרון תרגיל 1

סעיף א: תחום הגדרה.

זו פונקציה פולינום (אין שבר עם x במכנה), ולכן אפשר להציב כל x.

תשובה: כל x

סעיף ב: נקודות חיתוך עם הצירים.

עם ציר y מציבים $x = 0$:

$$f(0) = 0^3 - 6\cdot 0^2 + 9\cdot 0 = 0 \quad \leftarrow \quad (0\ ,\ 0)$$

עם ציר x מציבים $y = 0$:

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$

מוציאים x גורם משותף:

$$x(x^2 - 6x + 9) = 0$$

בסוגריים יש ריבוע מלא:

$$x(x - 3)^2 = 0$$

$x = 0$ או $x = 3$

תשובה: $(0\ ,\ 0)$, $(3\ ,\ 0)$

סעיף ג: נקודות קיצון וסוגן.

נגזרת של חזקה:

$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

ונגזרת של מספר לבד היא 0

גוזרים:

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

משווים ל־0 ומחלקים ב־3:

$3x^2 - 12x + 9 = 0 \ / :3$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 1)(x - 3) = 0$

$x = 1$ או $x = 3$

מציבים בפונקציה כדי למצוא y:

$f(1) = 1 - 6 + 9 = 4 \leftarrow (1 \ , \ 4)$

$f(3) = 27 - 54 + 27 = 0 \leftarrow (3 \ , \ 0)$

מציבים בנגזרת מספרים לפני, בין ואחרי:

$f'(0) = 9 > 0$

$f'(2) = 12 - 24 + 9 = -3 < 0$

$f'(4) = 48 - 48 + 9 = 9 > 0$

x	0	1	2	3	4
f'(x)	+	0	−	0	+
f(x)	↗	max	↘	min	↗

תשובה: $(1 \ , \ 4)$ מקסימום, $(3 \ , \ 0)$ מינימום

סעיף ד: תחומי עלייה וירידה.

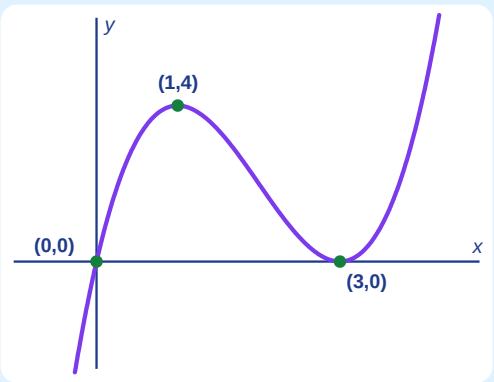
לפי הטבלה מסעיף ג:

תשובה: עלייה: $x < 1$, $x > 3$

ירידה: $1 < x < 3$

סעיף ה: סרטוט.

מסמנים את נקודות החיתוך והקיצון, ומחברים לפי הטבלה: עולה עד $(1 \ , \ 4)$, יורדת עד $(3 \ , \ 0)$ ושוב עולה.



סעיף ו: מספר פתרונות של $f(x) = k$.

הפתרונות של $f(x) = k$ הם נקודות החיתוך של הגרף עם הישר האופקי $y = k$.

מזיזים את הישר למעלה ולמטה על הסרטוט:

בין המינימום $y = 0$ למקסימום $y = 4$ הישר חותך את הגרף 3 פעמים.

ב־$k = 0$ או $k = 4$ הישר עובר בנקודת קיצון, ויש רק 2 נקודות.

תשובה: $0 < k < 4$

🔷 תרגיל 2

תרגיל 2: נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$. ענו על הסעיפים:

א. הראו שהפונקציה זוגית.

ב. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. לאילו ערכי k למשוואה $f(x) = k$ יש בדיוק ארבעה פתרונות? ובאיזה k יש בדיוק שלושה פתרונות?

✍️ פתרון תרגיל 2

סעיף א: זוגיות.

📐 פונקציה זוגית:

$f(-x) = f(x)$

הגרף סימטרי לציר y

מציבים $-x$ במקום x:

$$f(-x) = (-x)^4 - 8(-x)^2 + 16$$

חזקה זוגית של מספר שלילי היא חיובית:

$$f(-x) = x^4 - 8x^2 + 16$$

$$= f(x)$$

תשובה: הפונקציה **זוגית**

סעיף ב: נקודות חיתוך עם הצירים.

עם ציר y: $f(0) = 0 - 0 + 16 = 16 \leftarrow (0\ ,\ 16)$

עם ציר x: $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

יש רק חזקות זוגיות, אז מציבים $x^2 = t$:

$$t^2 - 8t + 16 = 0$$

$(t-4)^2=0$

$t=4$

חוזרים ל־x:

$x^2=4$

$x=2$ או $x=-2$

תשובה: $(-2\ ,\ 0)$, $(2\ ,\ 0)$, $(0\ ,\ 16)$

סעיף ג: נקודות קיצון וסוגן.

📐 **נגזרת של חזקה:**

$(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$

ונגזרת של מספר לבד היא 0

$f'(x)=4x^3-16x=0$

מוציאים 4x גורם משותף:

$4x(x^2-4)=0$

$x=0$ או $x^2=4 \leftarrow x=\pm 2$

מציבים בפונקציה:

$f(0)=16$

$f(2)=16-32+16=0$

$f(-2)=16-32+16=0$

בודקים את סימן הנגזרת:

$f'(-3)=-108+48=-60<0$

$f'(-1)=-4+16=12>0$

$f'(1)=4-16=-12<0$

$f'(3)=108-48=60>0$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f'(x)	−	0	+	0	−	0	+
f(x)	↘	min	↗	max	↘	min	↗

תשובה: $(0\ ,\ 16)$ מקסימום

$(-2\ ,\ 0)$, $(2\ ,\ 0)$ מינימום

סעיף ד: תחומי עלייה וירידה.

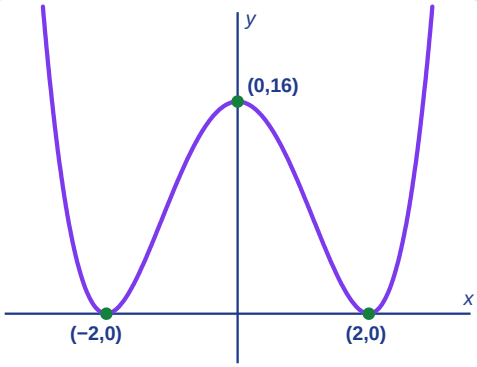
לפי הטבלה מסעיף ג:

תשובה: עלייה: $-2<x<0$, $x>2$

ירידה: $x<-2$, $0<x<2$

סעיף ה: סרטוט.

הגרף סימטרי לציר y (פונקציה זוגית), ונראה כמו שתי קערות צמודות:



סעיף ו: מספר פתרונות.

סופרים כמה פעמים הישר האופקי $y = k$ חותך את הגרף.

בין המינימום $y = 0$ למקסימום $y = 16$: הישר חותך 4 פעמים.

ב־$k = 16$: הישר עובר בנקודת המקסימום $(0\ ,\ 16)$, וחותך עוד פעם אחת מכל צד: 3 נקודות.

תשובה: ארבעה פתרונות: $0 < k < 16$

שלושה פתרונות: $k = 16$

🔷 תרגיל 3

תרגיל 3: נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3$. ענו על הסעיפים:

א. מצאו את תחום ההגדרה ואת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.

✍️ פתרון תרגיל 3

סעיף א: תחום הגדרה וחיתוך עם הצירים.

פולינום ← תחום הגדרה: כל x.

עם ציר y: $f(0) = 0 \leftarrow (0\ ,\ 0)$

עם ציר x:

$x^4 - 4x^3 = 0$

$x^3(x - 4) = 0$

$x = 0$ או $x = 4$

תשובה: כל x ; $(0\ ,\ 0)$, $(4\ ,\ 0)$

סעיף ב: נקודות קיצון וסוגן.

נגזרת של חזקה:

$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

ונגזרת של מספר לבד היא 0

$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 = 0$

$4x^2(x - 3) = 0$

$x = 0$ או $x = 3$

$f(0) = 0 \leftarrow (0 , 0)$

$f(3) = 81 - 108 = -27 \leftarrow (3 , -27)$

בודקים את סימן הנגזרת:

$f'(-1) = -4 - 12 = -16 < 0$

$f'(1) = 4 - 12 = -8 < 0$

$f'(4) = 256 - 192 = 64 > 0$

x	-1	0	1	3	4
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	↘	↘	min	↗

שימו לב: ב־$x = 0$ הנגזרת מתאפסת, אבל הפונקציה יורדת לפני וגם אחרי. אין שינוי כיוון, ולכן $(0 , 0)$ **אינה** נקודת קיצון.

תשובה: $(3 , -27)$ מינימום (והיא נקודת הקיצון היחידה)

סעיף ג: תחומי עלייה וירידה.

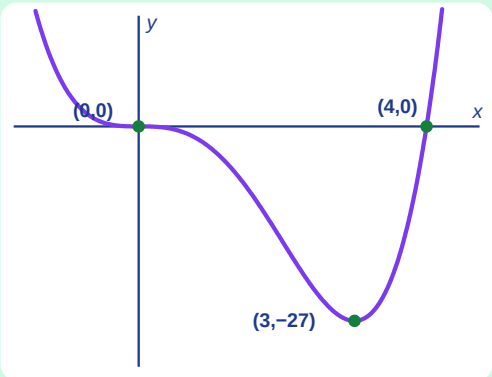
לפי הטבלה: יורדת עד 3 (גם לפני 0 וגם אחרי), ועולה אחרי 3.

תשובה: ירידה: $x < 3$

עלייה: $x > 3$

סעיף ד: סרטוט.

ב־$(0 , 0)$ הגרף "משתטח" לרגע וממשיך לרדת:



סעיף ה: משוואת המשיק ב־$x = 1$.

מוצאים את נקודת ההשקה:

$f(1) = 1 - 4 = -3 \leftarrow (1 , -3)$

📐 **שיפוע המשיק:**

השיפוע של המשיק בנקודה שווה לנגזרת בנקודה: $m = f'(x_1)$

$$m = f'(1) = 4 - 12 = -8$$

📐 **משוואת ישר לפי נקודה ושיפוע:**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-3) = -8(x - 1)$$

$$y + 3 = -8x + 8$$

$$y = -8x + 5$$

תשובה: $y = -8x + 5$

🔷 תרגיל 4

תרגיל 4: נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + 2$, a הוא פרמטר. ידוע שלפונקציה יש נקודת קיצון ב־$x = 3$.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו את הערך שמצאתם, וענו על הסעיפים הבאים.

ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה.

ד. מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר y.

ה. מצאו את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה המקבילים לישר $y = -9x$.

✍️ פתרון תרגיל 4

סעיף א: מציאת a.

📐 **נגזרת של חזקה:**

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

ונגזרת של מספר לבד היא 0

גוזרים (a הוא מספר):

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 9$$

בנקודת קיצון הנגזרת שווה 0:

$$f'(3) = 0$$

$$3 \cdot 3^2 + 2a \cdot 3 - 9 = 0$$

$$27 + 6a - 9 = 0$$

$$6a = -18$$

$$a = -3$$

הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$

תשובה: $a = -3$

סעיף ב: נקודות קיצון וסוגן.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0$$

מחלקים ב־3:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$x = 3$ או $x = -1$

$$f(-1) = -1 - 3 + 9 + 2 = 7$$

$$f(3) = 27 - 27 - 27 + 2$$

$$= -25$$

$$f'(-2) = 12 + 12 - 9$$

$$= 15 > 0$$

$$f'(0) = -9 < 0$$

$$f'(4) = 48 - 24 - 9 = 15 > 0$$

x	-2	-1	0	3	4
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	max	↘	min	↗

תשובה: $(-1\ ,\ 7)$ מקסימום, $(3\ ,\ -25)$ מינימום

סעיף ג: תחומי עלייה וירידה.

לפי הטבלה מסעיף ב:

תשובה: עלייה: $x < -1$, $x > 3$

ירידה: $-1 < x < 3$

סעיף ד: חיתוך עם ציר y.

מציבים $x = 0$:

$$f(0) = 0 - 0 - 0 + 2 = 2$$

תשובה: $(0\ ,\ 2)$

סעיף ה: משיקים המקבילים ל־$y = -9x$.

📐 ישרים מקבילים:

לישרים מקבילים יש אותו שיפוע.

השיפוע של $y = -9x$ הוא -9, ולכן מחפשים איפה הנגזרת שווה -9:

$$f'(x) = -9$$

$$3x^2 - 6x - 9 = -9$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$3x(x-2)=0$

$x=0$ או $x=2$

נקודות ההשקה:

$f(0)=2 \leftarrow (0\ ,\ 2)$

$f(2)=8-12-18+2=-20 \leftarrow (2\ ,\ -20)$

📐 **משוואת ישר לפי נקודה ושיפוע:**

$y-y_1=m(x-x_1)$

משיק ראשון: $y-2=-9(x-0) \leftarrow y=-9x+2$

משיק שני: $y+20=-9(x-2)$

$y+20=-9x+18 \leftarrow y=-9x-2$

תשובה: $y=-9x+2$, $y=-9x-2$

🔷 תרגיל 5

תרגיל 5: נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$. ענו על הסעיפים:

א. מצאו את תחום ההגדרה ואת האסימפטוטה האנכית.

ב. האם יש לפונקציה אסימפטוטה אופקית? נמקו.

ג. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים.

ד. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.

ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ז. לאילו ערכי k הישר $y=k$ **לא** חותך את גרף הפונקציה?

✍️ פתרון תרגיל 5

סעיף א: תחום הגדרה ואסימפטוטה אנכית.

המכנה לא יכול להיות 0:

$x-1\neq 0 \leftarrow x\neq 1$

ב־$x=1$ המונה הוא $1^2=1\neq 0$, ולכן זו אסימפטוטה אנכית (ולא חור).

תשובה: תחום: $x\neq 1$; אסימפטוטה אנכית: $x=1$

סעיף ב: אסימפטוטה אופקית.

📐 **אסימפטוטה אופקית לפי החזקות:**

חזקה גבוהה במכנה גדולה יותר ← $y=0$

חזקה גבוהה במונה גדולה יותר ← אין

חזקות שוות ← $y=\frac{a}{b}$ (מנת המקדמים)

החזקה הגבוהה במונה: 2. במכנה: 1.

החזקה במונה גדולה יותר.

תשובה: אין אסימפטוטה אופקית

סעיף ג: חיתוך עם הצירים.

עם ציר y: $f(0) = \frac{0}{0-1} = 0$

עם ציר x: שבר שווה 0 כשהמונה שווה 0:

$x^2 = 0 \leftarrow x = 0$

תשובה: $(0\ ,\ 0)$ (נקודה אחת על שני הצירים)

סעיף ד: נקודות קיצון וסוגן.

נגזרת מנה:

$$y = \frac{f}{g}$$

$$y' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$$

המונה: x^2, נגזרתו $2x$. המכנה: $x - 1$, נגזרתו 1.

$$f'(x) = \frac{2x(x-1) - 1 \cdot x^2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

משווים את המונה ל־0:

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$x = 0$ או $x = 2$

$$f(0) = 0 \leftarrow (0\ ,\ 0)$$

$$f(2) = \frac{4}{1} = 4 \leftarrow (2\ ,\ 4)$$

המכנה בריבוע תמיד חיובי, אז הסימן נקבע לפי המונה $x^2 - 2x$. בטבלה שמים גם את האסימפטוטה $x = 1$:

$x = -1 : 1 + 2 = 3 > 0$

$x = 0.5 : 0.25 - 1 < 0$

$x = 1.5 : 2.25 - 3 < 0$

$x = 3 : 9 - 6 = 3 > 0$

x	-1	0	0.5	1	1.5	2	3
$f'(x)$	+	0	−	×	−	0	+
$f(x)$	↗	max	↘	×	↘	min	↗

× = אסימפטוטה אנכית, שם הפונקציה לא מוגדרת.

תשובה: $(0\ ,\ 0)$ מקסימום, $(2\ ,\ 4)$ מינימום

סעיף ה: תחומי עלייה וירידה.

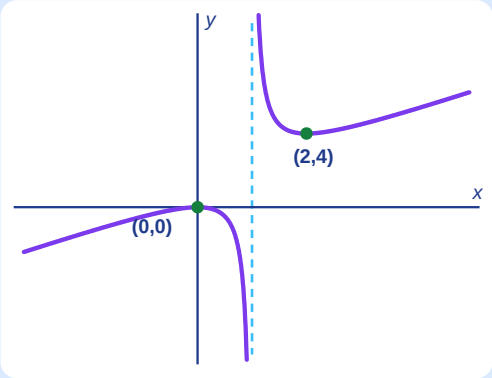
לפי הטבלה, בלי הנקודה $x = 1$:

תשובה: עלייה: $x < 0$, $x > 2$

ירידה: $0 < x < 2$, $1 < x < 2$

סעיף ו: סרטוט.

משרטטים את האסימפטוטה $x = 1$ בקו מקווקו. משמאל לה: ענף עם מקסימום $(0 , 0)$. מימין לה: ענף עם מינימום $(2 , 4)$.



סעיף ז: מתי הישר $y = k$ לא חותך את הגרף.

הענף השמאלי נמצא כולו מתחת או על $y = 0$ (המקסימום שלו).

הענף הימני נמצא כולו מעל או על $y = 4$ (המינימום שלו).

ישר אופקי שעובר בין 0 ל־4 לא פוגש אף ענף.

תשובה: $0 < k < 4$

🔷 תרגיל 6

תרגיל 6: נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1}$. ענו על הסעיפים:

א. מצאו את תחום ההגדרה ואת האסימפטוטות האנכיות.

ב. מצאו את האסימפטוטה האופקית.

ג. האם הפונקציה זוגית? נמקו.

ד. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים.

ה. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.

ו. מצאו את תחומי העלייה והירידה.

ז. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ח. לאילו ערכי k הישר $y = k$ **לא** חותך את גרף הפונקציה?

✍️ פתרון תרגיל 6

סעיף א: תחום הגדרה ואסימפטוטות אנכיות.

$$x^2 - 1 \neq 0$$

$x^2 \neq 1 \leftarrow x \neq 1, x \neq -1$

בשתי הנקודות המונה הוא $1 + 3 = 4 \neq 0$, ולכן אלה אסימפטוטות אנכיות.

תשובה: תחום: $x \neq \pm 1$

אסימפטוטות אנכיות: $x = 1, x = -1$

סעיף ב: אסימפטוטה אופקית.

📐 **אסימפטוטה אופקית לפי החזקות:**

חזקה גבוהה במכנה גדולה יותר ← $y = 0$

חזקה גבוהה במונה גדולה יותר ← אין

חזקות שוות ← $y = \frac{a}{b}$ (מנת המקדמים)

החזקה הגבוהה במונה: 2. במכנה: 2. שוות.

המקדמים של x^2: במונה 1, במכנה 1.

$$y = \frac{1}{1} = 1$$

תשובה: $y = 1$

סעיף ג: זוגיות.

📐 **פונקציה זוגית:**

$f(-x) = f(x)$

הגרף סימטרי לציר y

$$f(-x) = \frac{(-x)^2 + 3}{(-x)^2 - 1} = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1} = f(x)$$

תשובה: הפונקציה **זוגית**

סעיף ד: חיתוך עם הצירים.

עם ציר y: $f(0) = \frac{0 + 3}{0 - 1} = -3$

עם ציר x: $x^2 + 3 = 0 \leftarrow x^2 = -3$

ריבוע לא יכול להיות שלילי ← אין פתרון.

תשובה: $(0 , -3)$, ואין חיתוך עם ציר x

סעיף ה: נקודות קיצון וסוגן.

📐 **נגזרת מנה:**

$$y = \frac{f}{g}$$

$$y' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$$

המונה: $x^2 + 3$, נגזרתו $2x$. המכנה: $x^2 - 1$, נגזרתו $2x$.

$$f'(x) = \frac{2x(x^2-1) - 2x(x^2+3)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^3 - 2x - 2x^3 - 6x}{(x^2-1)^2} = \frac{-8x}{(x^2-1)^2}$$

$-8x = 0 \rightarrow x = 0$

$f(0) = -3 \rightarrow (0\ ,\ -3)$

הסימן נקבע לפי $-8x$ (המכנה חיובי):

$x = -2 : 16 > 0$

$x = -0.5 : 4 > 0$

$x = 0.5 : -4 < 0$

$x = 2 : -16 < 0$

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
$f'(x)$	$+$	×	$+$	0	$-$	×	$-$
$f(x)$	↗	×	↗	max	↘	×	↘

תשובה: $(0\ ,\ -3)$ מקסימום

סעיף ו: תחומי עלייה וירידה.

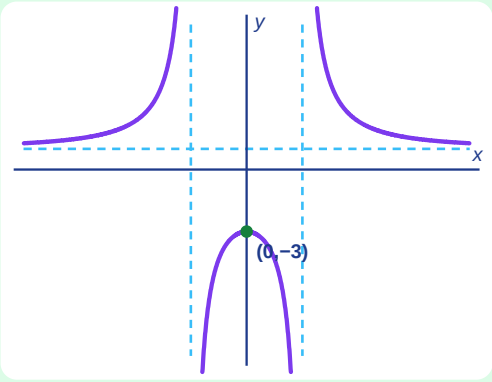
לפי הטבלה:

תשובה: עלייה: $x < -1$, $-1 < x < 0$

ירידה: $0 < x < 1$, $x > 1$

סעיף ז: סרטוט.

משרטטים את $x = \pm 1$ ואת $y = 1$ בקו מקווקו. באמצע: "קערה הפוכה" שהשיא שלה $(0\ ,\ -3)$. בצדדים: ענפים מעל $y = 1$ שמתקרבים אליו.



סעיף ח: מתי הישר $y = k$ לא חותך את הגרף.

בין האסימפטוטות הגרף מגיע לכל היותר ל־-3 (המקסימום).

בצדדים הגרף מעל $y = 1$. האם הוא נוגע ב־$y = 1$? בודקים:

$$\frac{x^2+3}{x^2-1} = 1$$

$x^2 + 3 = x^2 - 1$

$3 = -1$ ← אין פתרון, הגרף לא מגיע ל־1.

לכן גם $k = 1$ לא חותך, אבל $k = -3$ כן (נוגע במקסימום).

תשובה: $-3 < k \leq 1$

🔷 תרגיל 7

תרגיל 7: נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + a}{x + 1}$, a הוא פרמטר. ידוע שלפונקציה יש נקודת קיצון ב־$x = 1$.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו את הערך שמצאתם, וענו על הסעיפים הבאים.

ב. מצאו את תחום ההגדרה ואת האסימפטוטות של הפונקציה.

ג. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים.

ד. מצאו את נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.

ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ז. מצאו את משוואת המשיק לגרף בנקודת החיתוך שלו עם ציר y.

ח. לאילו ערכי k למשוואה $f(x) = k$ **אין** פתרון?

✍️ פתרון תרגיל 7

סעיף א: מציאת a.

📐 נגזרת מנה:

$$y = \frac{f}{g}$$

$$y' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$$

המונה: $x^2 + a$, נגזרתו $2x$. המכנה: $x + 1$, נגזרתו 1.

$$f'(x) = \frac{2x(x + 1) - 1 \cdot (x^2 + a)}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 + 2x - x^2 - a}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 2x - a}{(x + 1)^2}$$

בנקודת קיצון $f'(1) = 0$, כלומר המונה שווה 0:

$1^2 + 2 \cdot 1 - a = 0$

$3 - a = 0$ ← $a = 3$

הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

תשובה: $a = 3$

סעיף ב: תחום הגדרה ואסימפטוטות.

$x + 1 \neq 0$ ← $x \neq -1$

המונה ב־$x = -1$: $1 + 3 = 4 \neq 0$ ← אסימפטוטה אנכית.

📐 **אסימפטוטה אופקית לפי החזקות:**

חזקה גבוהה במכנה גדולה יותר ← $y = 0$

חזקה גבוהה במונה גדולה יותר ← אין

חזקות שוות ← $y = \frac{a}{b}$ (מנת המקדמים)

החזקה הגבוהה במונה 2, במכנה 1 ← אין אסימפטוטה אופקית.

תשובה: תחום: $x \neq -1$; אסימפטוטה אנכית $x = -1$; אין אופקית

סעיף ג: חיתוך עם הצירים.

עם ציר y: $f(0) = \frac{3}{1} = 3$

עם ציר x: $x^2 + 3 = 0$ ← אין פתרון.

תשובה: $(0\ ,\ 3)$, ואין חיתוך עם ציר x

סעיף ד: נקודות קיצון וסוגן.

מסעיף א: $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x + 3)(x - 1) = 0$

$x = -3$ או $x = 1$

$f(-3) = \frac{9 + 3}{-3 + 1} = \frac{12}{-2} = -6$

$f(1) = \frac{1 + 3}{1 + 1} = \frac{4}{2} = 2$

הסימן לפי המונה $x^2 + 2x - 3$:

$x = -4 : 16 - 8 - 3 = 5 > 0$

$x = -2 : 4 - 4 - 3 = -3 < 0$

$x = 0 : -3 < 0$

$x = 2 : 4 + 4 - 3 = 5 > 0$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2
f'(x)	+	0	−	×	−	0	+
f(x)	↗	max	↘	×	↘	min	↗

תשובה: $(-6\ ,\ -3)$ מקסימום , $(2\ ,\ 1)$ מינימום

סעיף ה: תחומי עלייה וירידה.

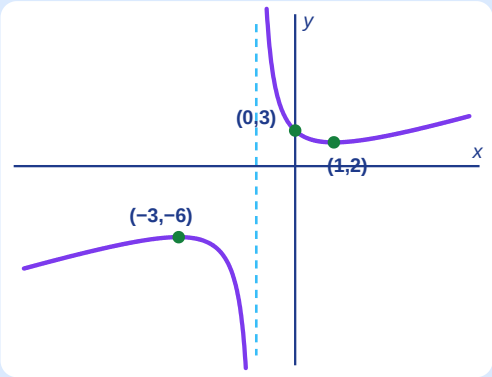
לפי הטבלה:

תשובה: עלייה: $x < -3$, $x > 1$

ירידה: $-3 < x < -1$, $-1 < x < 1$

סעיף ו: סרטוט.

שימו לב: המקסימום $(-6\ ,\ -3)$ נמוך מהמינימום $(2\ ,\ 1)$. זה בסדר, כי הם על ענפים שונים של הגרף.



סעיף ז: משוואת המשיק בנקודה $(0\ ,\ 3)$.

📐 **שיפוע המשיק:**

השיפוע של המשיק בנקודה שווה לנגזרת בנקודה: $m = f'(x_1)$

$$m = f'(0) = \frac{0 + 0 - 3}{(0 + 1)^2} = -3$$

📐 **משוואת ישר לפי נקודה ושיפוע:**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = -3(x - 0)$$

$$y = -3x + 3$$

תשובה: $y = -3x + 3$

סעיף ח: מתי אין פתרון ל־$f(x) = k$.

הענף השמאלי מגיע לכל היותר ל־-6 (המקסימום שלו).

הענף הימני לא יורד מתחת ל־2 (המינימום שלו).

ישר אופקי בין -6 ל־2 לא פוגש את הגרף.

תשובה: $-6 < k < 2$

💡 לזכור

נקודה שבה הנגזרת שווה 0 היא רק **חשודה** לקיצון: בודקים בטבלה שהנגזרת מחליפה סימן. בפונקציית מנה שמים בטבלה גם את האסימפטוטות האנכיות. ושאלה על $f(x) = k$ פותרים מהסרטוט, עם ישר אופקי שזזים איתו למעלה ולמטה.

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 3

חקירת שורש

25 שיעורים בקורס · עמודים 59–70

בפרק הזה

חוברת הקורס חקירת שורש -שאלון 471 -4 יחידות (9 עמודים) עמ' 59
שיעור 25 – פתרון בגרות 2024 חורף-חקירת שורש (לינארי ללא חזקה בשורש) עמ' 68

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – חקירת שורש

בגרות מתמטיקה · 4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

ב"ה

פרק 1: תחום הגדרה פונקציית שורש

1 סרטון שיעור 1

מצא תחום הגדרה לפונקציות הבאות:

$y = \sqrt{x}$

✅ **פתרון סופי:** $x \geq 0$

$y = \sqrt{x-3}$

✅ **פתרון סופי:** $x \geq 3$

2 סרטון שיעור 2

מצא תחום הגדרה לפונקציות הבאות:

$y = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$

✅ **פתרון סופי:** $x \geq 0$

$y = \frac{1}{\sqrt{x-5}}$

✅ **פתרון סופי:** $x > 5$

3 סרטון שיעור 3

מצא תחום הגדרה לפונקציות הבאות:

$y = \sqrt{x^2+5x}$

✅ **פתרון סופי:** $x \geq 0 \ , \ x \leq -5$

$y = \frac{11}{\sqrt{x^2+6x+9}}$

✅ **פתרון סופי:** $x \neq -3$

4 סרטון שיעור 4

מצא תחום הגדרה לפונקציות הבאות:

$y = \sqrt{-x^2-5x}$

✅ **פתרון סופי:** $0 \leq x \leq -5$

5 סרטון שיעור 5

מצא תחום הגדרה לפונקציות הבאות:

$y = \sqrt{x^2-9}$

✅ **פתרון סופי:** $x \geq 3 \ , \ x \leq -3$

פרק 2: משוואות עם שורשים

6 סרטון שיעור 6

פתור את המשוואות:

$2\sqrt{x}-6=0$

✅ **פתרון סופי:** $x=9$

$\sqrt{x}=-3$

✅ **פתרון סופי:** אין פתרון

7 סרטון שיעור 7

פתור את המשוואות:

$x-4\sqrt{x}=0$

✅ **פתרון סופי:** $x=0\ ,\ x=16$

8 סרטון שיעור 8

פתור את המשוואות:

$\sqrt{2x+7}=x-4$

✅ **פתרון סופי:** $x=9$ (הפתרון $x=1$ נפסל בבדיקה)

9 סרטון שיעור 9

פתור את המשוואות:

$\sqrt{x^2-5x+12}=2\sqrt{6-x}$

✅ **פתרון סופי:** $x=-3\ ,\ x=4$

פרק 3: חקירת פונקציית שורש

10 סרטון שיעור 10

גזור את הפונקציות הבאות:

$3\sqrt{x}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3}{2\sqrt{x}}$

$\frac{1}{2}\sqrt{x}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{4\sqrt{x}}$

$2x-\sqrt{x}$

✅ **פתרון סופי:** $2-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$6x^2+5\sqrt{x}$

✅ **פתרון סופי:** $12x+\frac{5}{2\sqrt{x}}$

$\frac{\sqrt{x}}{3}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{6\sqrt{x}}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

11 סרטון שיעור 11

גזור את הפונקציות הבאות:

$2\sqrt{2x+1}$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{2}{\sqrt{2x+1}}$

$x\sqrt{x}$

✅ **פתרון סופי:** $\sqrt{x}+\frac{x}{2\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\sqrt{x}$

$x\sqrt{x+1}$

✅ **פתרון סופי:** $\sqrt{x+1}+\frac{x}{2\sqrt{x+1}}=\frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}}$

12 סרטון שיעור 12

מצא את נקודת החיתוך עם ציר y לפונקציה $y=-\frac{1}{6}x+\sqrt{x}$

✅ **פתרון סופי:** $(0\ ,\ 0)$

13 סרטון שיעור 13

נתונה הפונקציה $f(x)=2x-6\sqrt{x}+7$.

מצא ת"ה ונקודות קיצון.

✅ **פתרון סופי:**

ת"ה: $x\geq 0$

נקודת קיצון: $\min\ (2.25\ ,\ 2.5)$

נקודת קצה: $\max\ (0\ ,\ 7)$

14 סרטון שיעור 14

נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{1}{6}x+\sqrt{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\geq 0$

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $\max\ (9\ ,\ 1.5)$

15 סרטון שיעור 15

נתונה הפונקציה $f(x)=3\sqrt{x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

✅ **פתרון סופי:** $x\geq 0$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

ב. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$.

(1) מצא את שיפוע המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3}{4}$

(2) מצא את משוואת המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $y=\frac{3}{4}x+3$

פרק 4: פתרון בגרויות 3 יחידות

16 🎬 סרטון שיעור 16

נתונה הפונקציה $f(x)=3\sqrt{x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

✅ **פתרון סופי:** $x\geq 0$

ב. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$.

(1) מצא את שיפוע המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3}{4}$

(2) מצא את משוואת המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $y=\frac{3}{4}x+3$

17 🎬 סרטון שיעור 17

נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{1}{6}x+\sqrt{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\geq 0$

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $\max(9\ ,\ 1.5)$

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־y.

✅ **פתרון סופי:** $(0\ ,\ 0)$

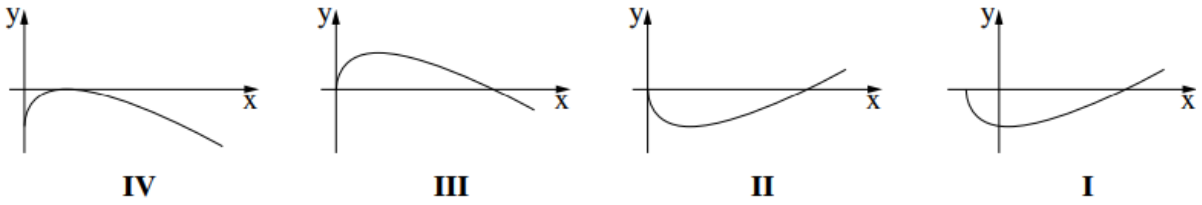
ד. איזה גרף מארבעת הגרפים (I-IV) שבסוף השאלה הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.

✅ **פתרון סופי:** גרף III

ה. כמה נקודות חיתוך יש לישר $y=-3$ ולגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

✅ **פתרון סופי:** נקודת חיתוך אחת

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il



18 סרטון שיעור 18

נתונה הפונקציה $f(x)=2x-6\sqrt{x}+7$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

✅ **פתרון סופי:** $x\geq 0$

ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

✅ **פתרון סופי:** $\min\,(2.25\ ,\ 2.5)$

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

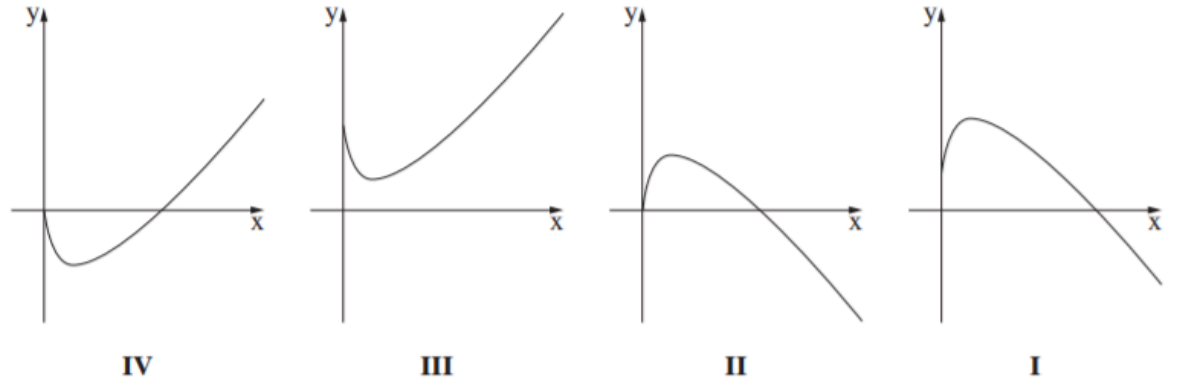
✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x>2.25$ **· ירידה:** $0<x<2.25$

ד. איזה מבין הגרפים IV , III , II , I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

✅ **פתרון סופי: גרף III**

ה. מצא את שיעורי הנקודה על גרף הפונקציה $f(x)$ שבעבורה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא 1 .

✅ **פתרון סופי:** $(9\ ,\ 7)$



© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

פרק 5: פתרון שאלות בגרות - 4 יחידות – 471

19 סרטון שיעור 19

נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{-x^2+6x+7}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי:** $-1\le x\le 7$

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי: מקסימום מוחלט:** $(3\ ,\ 4)$ · **מינימום מוחלט:** $(7\ ,\ 0)\ ,\ (-1\ ,\ 0)$

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

✅ **פתרון סופי: קשת מעל ציר x שמתחילה ב־$(-1\ ,\ 0)$, עולה עד $(3\ ,\ 4)$ ויורדת עד $(7\ ,\ 0)$**

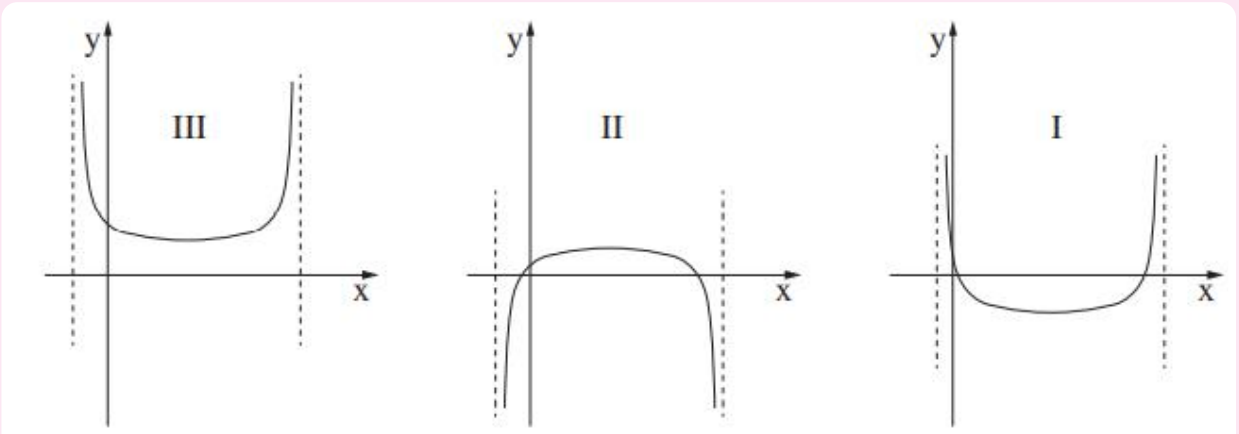
ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $-1<x<7$

(2) מבין הגרפים I , II , III שלפניך, איזה גרף מייצג סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.

✅ **פתרון סופי: גרף III**



20 סרטון שיעור 20

נתונה הפונקציה $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $-2\le x\le 2$

ב.

(1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(-2\ ,\ 0)\ ,\ (2\ ,\ 0)\ ,\ (0\ ,\ 0)$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min\left(-\sqrt{2}\,,\,-2\right)\,,\ \max\left(\sqrt{2}\,,\,2\right)$

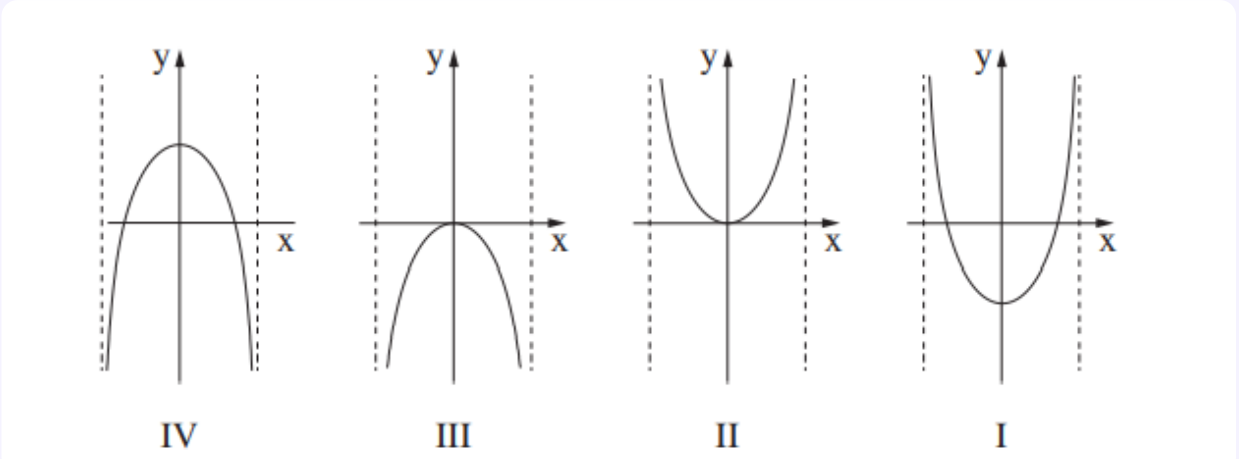
נקודות קצה: $\max\left(-2\,,\,0\right)\,,\ \min\left(2\,,\,0\right)$

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: יורדת מ־**$(-2\,,\,0)$ **למינימום, עולה דרך** $(0\,,\,0)$ **למקסימום ויורדת ל־**$(2\,,\,0)$

ד. איזה מן הגרפים הנתונים בסוף השאלה (I-IV) הוא הגרף של הפונקציה $f'(x)$? נמק.

✅ **פתרון סופי: גרף IV**



21 סרטון שיעור 21

נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{49-x^2}$.

א.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $-7\le x\le 7$

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min\left(7\,,\,0\right)\,,\ \min\left(-7\,,\,0\right)\,,\ \max\left(0\,,\,7\right)$

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: קשת מעל ציר** x **מ־**$(-7\,,\,0)$ **דרך** $(0\,,\,7)$ **עד** $(7\,,\,0)$

ב.

(1) מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכות לציר ה־x .

✅ **פתרון סופי:** $x=-7\ ,\ x=7$

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

✅ **פתרון סופי: חיובית:** $-7<x<0$ **· שלילית:** $0<x<7$

(3) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$. תוכל להיעזר בסעיפים קודמים.

✅ **פתרון סופי: יורדת כל הזמן: יוצאת מלמעלה ליד** $x=-7$ **, עוברת דרך** $(0\,,\,0)$ **ויורדת למטה ליד** $x=7$

22 סרטון שיעור 22

נתונה הפונקציה $f(x)=-2x\cdot\sqrt{-x^2+8}$.

א.

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

✅ **פתרון סופי:** $-2\sqrt{2}\le x\le 2\sqrt{2}$

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־y .

✅ **פתרון סופי:** $(0\,,\,0)$

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\max(-2\,,\,8)\ ,\ \min(2\,,\,-8)$

נקודות קצה: $\min(-2\sqrt{2}\,,\,0)\ ,\ \max(2\sqrt{2}\,,\,0)$

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עולה מ־**$(-2\sqrt{2}\,,\,0)$ **למקסימום** $(-2\,,\,8)$ **, יורדת דרך** $(0\,,\,0)$ **למינימום** $(2\,,\,-8)$ **ועולה ל־** $(2\sqrt{2}\,,\,0)$

ג. עבור אילו ערכי k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בדיוק בשתי נקודות?

✅ **פתרון סופי:** $0<k<8\ ,\ -8<k<0$

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

✅ **פתרון סופי: שיקוף בציר x – מינימום ב־**$(-2\,,\,-8)$ **ומקסימום ב־**$(2\,,\,8)$

23 סרטון שיעור 23

נתונה הפונקציה: $f(x)=x\cdot\sqrt{x+18}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\ge -18$

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(-18\,,\,0)\ ,\ (0\,,\,0)$

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\max(-18\,,\,0)\ ,\ \min(-12\,,\,-12\sqrt{6})$ **(קצה)**

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: יורדת מ־**$(-18\,,\,0)$ **עד המינימום** $(-12\,,\,-12\sqrt{6})$ **, ואז עולה דרך** $(0\,,\,0)$ **כלפי מעלה**

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=-2\cdot f(x)$.

(1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $\min(-18\,,\,0)\ ,\ \max(-12\,,\,24\sqrt{6})$

(2) נסמן ב־A ו־B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו־$g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים.
חשב את שטח המשולש ABO .

✅ **פתרון סופי:** $S = 216\sqrt{6} \approx 529.09$

24 🎬 סרטון שיעור 24

נתונה הפונקציה $f(x) = ax \cdot \sqrt{12 - x}$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x \leq 12$

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־x .

✅ **פתרון סופי:** $(12\ ,\ 0)\ ,\ (0\ ,\ 0)$

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם צריך, הבע באמצעות a).

✅ **פתרון סופי:** $\min(12\ ,\ 0)\ ,\ \max(8\ ,\ 16a)$ **(קצה)**

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עולה מלמטה דרך** $(0\ ,\ 0)$ **עד המקסימום** $(8\ ,\ 16a)$ **, ויורדת עד** $(12\ ,\ 0)$ **ונעצרת**

ה. הפונקציה $g(x) = f(x) - 32$ משיקה לציר ה־x .

(1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

✅ **פתרון סופי: הגרף של** $f(x)$ **מוזז 32 למטה, ונוגע בציר** x **בנקודה** $(8\ ,\ 0)$

(2) מצא את a .

✅ **פתרון סופי:** $a = 2$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

✏️ תרגילים שנפתרים בסרטון

בסרטון פתרנו את שאלת **חקירת פונקציית השורש** מבגרות 481 חורף 2024: תחום הגדרה, חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון עם **נגזרת של מכפלה** (כולל קיצון קצה), סקיצה, ומציאת c כש־$g(x) = f(x) - c$ משיקה לישר $y = 20$ 👇

📝 השאלה: בגרות 481 חורף 2024, $f(x) = x^2\sqrt{-2x + 10}$

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר חיובי. הפונקציות $f(x)$ ו־$g(x)$ מוגדרות באותו תחום. גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y = 20$.

ה. מצאו את הערך של c.

✏️ פתרון

🟡 סעיף א: תחום הגדרה של $x^2\sqrt{-2x + 10}$

סעיף א: מצאו את תחום ההגדרה של $f(x)$.

מה שבתוך השורש צריך להיות גדול שווה 0:

$$-2x + 10 \geq 0$$

מעבירים אגפים:

$$10 \geq 2x$$ ← מחלקים ב־2

תשובה: ת"ה: $x \leq 5$

🔵 סעיף ב: נקודות החיתוך עם הצירים

סעיף ב: מצאו את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.

עם ציר y ($x = 0$, והוא בתחום ההגדרה):

$$f(0) = 0^2 \cdot \sqrt{10} = 0$$ ← $(0 , 0)$

עם ציר x ($y = 0$):

$$0 = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$$

$x = 0$ או $\sqrt{-2x + 10} = 0$ ← מעלים בריבוע

$$-2x + 10 = 0$$

$$10 = 2x$$

$$x = 5$$

בדיקה: $-2 \cdot 5 + 10 = -10 + 10 = 0$ ✓ (ו־5 בתחום ההגדרה)

תשובה: $(0 , 0)$, $(5 , 0)$

🟢 סעיף ג: נקודות הקיצון של $x^2\sqrt{-2x+10}$ (נגזרת של מכפלה)

סעיף ג: מצאו את כל נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.

מכפלה: $f = x^2$, $g = \sqrt{-2x+10}$ ← $(f\cdot g)' = f'\cdot g + g'\cdot f$

נגזרת של שורש: $\sqrt{f(x)}' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

גוזרים ומשווים ל־0:

$$f'(x) = 2x\sqrt{-2x+10} + \frac{-2\cdot x^2}{2\sqrt{-2x+10}} = 0$$

מצמצמים את ה־2 ומעבירים אגף:

$$\frac{2x\sqrt{-2x+10}}{1} = \frac{x^2}{\sqrt{-2x+10}}$$

כפל בהצלבה (שורש כפול שורש = מה שבתוכו):

$$x^2 = 2x(-2x+10)$$

$$x^2 = -4x^2 + 20x$$

$$0 = -5x^2 + 20x$$ ← מחלקים ב־(-5)

$$0 = x^2 - 4x$$

$$x(x-4) = 0$$

$x = 0$ או $x = 4$ – שתיהן בתחום $x \le 5$

מציבים בנגזרת לפני שהעברנו אגפים, ב־$x = -1$, $x = 1$, $x = 4.5$:

x	-1	0	1	4	4.5	5
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	
f	↘	min	↗	max	↘	min

ה־y של 0 כבר ידוע מסעיף ב: $(0\ ,\ 0)$.

$$f(4) = 16\sqrt{-2\cdot 4+10}$$

$$= 16\sqrt{-8+10} = 16\sqrt{2}$$

נקודת קצה: $x = 5$ (ה־y הוא 0). הפונקציה יורדת אליה ← מינימום.

תשובה: $\min(0\ ,\ 0)$

$\max(4\ ,\ 16\sqrt{2})$

$\min(5\ ,\ 0)$ (קצה)

🟣 סעיף ד: סקיצה של גרף $f(x) = x^2\sqrt{-2x+10}$

סעיף ד: סרטטו סקיצה של גרף $f(x)$.

משמאל הגרף יורד עד המינימום $(0\ ,\ 0)$, עולה עד המקסימום $(4\ ,\ 16\sqrt{2})$ (בערך 22.63), ויורד עד נקודת הקצה $(5\ ,\ 0)$. אחרי 5 אין גרף.

תשובה: יורד ל־$(0\ ,\ 0)$, עולה ל־$(4\ ,\ 16\sqrt{2})$ ונגמר ב־$(5\ ,\ 0)$

🟡 סעיף ה: $g(x) = f(x) - c$ משיקה לישר $y = 20$

סעיף ה: מצאו את הערך של c.

$g(x) = f(x) - c$: אותו גרף, מוזז c יחידות למטה.

$16\sqrt{2} \approx 22.63$, כלומר המקסימום של f נמצא מעל הישר $y = 20$.

כדי ש־g תשיק לישר $y = 20$, נקודת הקיצון צריכה לרדת בדיוק עד הישר:

$$16\sqrt{2} - c = 20$$

תשובה: $c = 16\sqrt{2} - 20 \approx 2.63$

💡 לזכור

הזזה $f(x) - c$ מורידה את כל הגרף ב־c. "משיקה לישר אופקי" = נקודת הקיצון יושבת בדיוק על הישר, ולכן $c = y_{max} - 20$.

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

📌 סיכום כל הטרנספורמציות — לחצו כאן

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 4

בעיות קיצון

15 שיעורים בקורס · עמודים 72–88

בפרק הזה

חוברת קורס בעיות קיצון שאלון 471-4 יחידות (7 עמודים)	עמ' 72
דף עבודה – בעיות קיצון	עמ' 79
פתרונות מלאים – בעיות קיצון	עמ' 83

ב"ה

חוברת הקורס – בעיות קיצון

4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

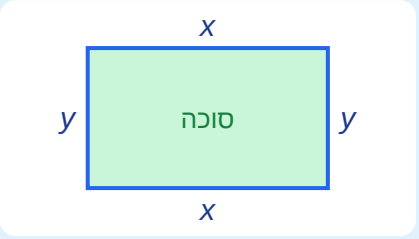
מתמטריק
ללמוד ולהצליח

כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק ראשון – בעיות קיצון גאומטריות

1 שיעור 1

סרטון שיעור 1



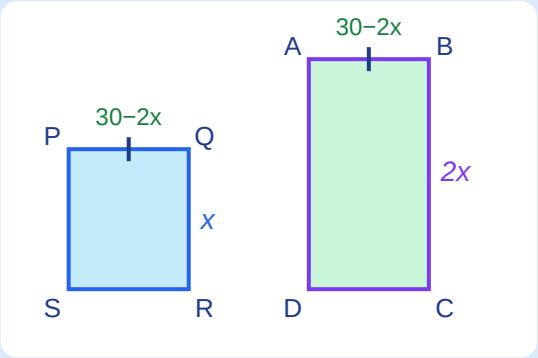
מצא את השטח המקסימלי של סוכה שהיקפה 16 מטר. איזה מרובע קיבלתם?

✅ **פתרון סופי: סוכה** 4×4 **– ריבוע, שטח מקסימלי** $S = 16$ **מ"ר**

2 שיעור 2

סרטון שיעור 2

נתונים שני מלבנים ABCD ו־PQRS (ראה ציור). נתון: $AB + BC = 30$ ס"מ, $AB = PQ$, $QR = x$, $BC = 2x$.



א. (1) הבע באמצעות x את אורך הצלע AB.

✅ **פתרון סופי:** $AB = 30 - 2x$ **ס"מ**

א. (2) הבע באמצעות x את סכום שטחי המלבנים.

✅ **פתרון סופי:** $S = -6x^2 + 90x$ **סמ"ר**

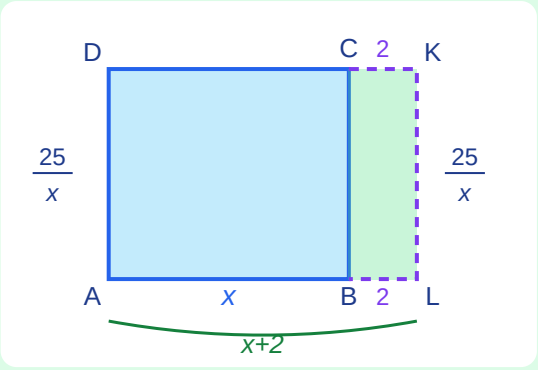
ב. מה צריך להיות x כדי שסכום שטחי המלבנים יהיה מקסימלי?

✅ **פתרון סופי:** $x = 7.5$ **ס"מ**

שיעור 3

סרטון שיעור 3

ABCD הוא מלבן ששטחו 25. נסמן את אורך הצלע AB ב־x. האריכו כל אחת מן הצלעות AB ו־DC ב־2, כך שהתקבל מלבן חדש ALKD, כמתואר בציור.



א. הבע באמצעות x את אורך הצלע AD.

✅ **פתרון סופי:** $AD = \frac{25}{x}$

ב. (1) הבע באמצעות x את היקף המלבן ALKD.

✅ **פתרון סופי:** $P = \frac{50}{x} + 2x + 4$

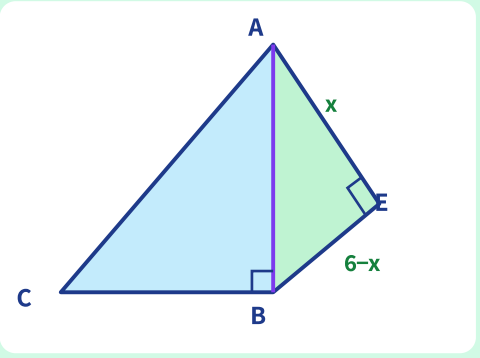
ב. (2) מצא את אורך הצלע AB שבעבורו היקף המלבן ALKD הוא מינימלי.

✅ **פתרון סופי:** $AB = x = 5$

שיעור 4

סרטון שיעור 4

ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($\sphericalangle ABC = 90°$). על הצלע AB בנו משולש ישר זווית AEB כך ש־AB הוא היתר של המשולש AEB, כמתואר בציור. נתון כי סכום אורכי הניצבים של המשולש AEB הוא 6 ס"מ. נסמן את אורך הצלע AE ב־x.



א. הבע באמצעות x את שטח המשולש ABC.

✅ **פתרון סופי:** $S_{\triangle ABC} = x^2 - 6x + 18$

ב. עבור איזה ערך של x שטח המרובע AEBC הוא מינימלי?

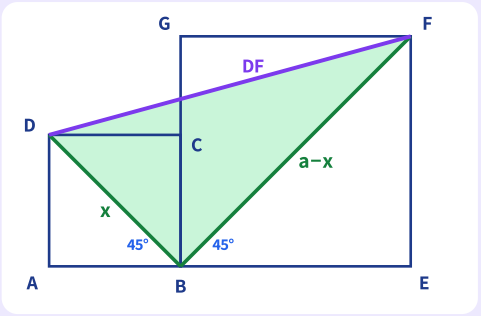
✅ **פתרון סופי:** $x = 3$ ס"מ

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

שיעור 5

סרטון שיעור 5

ABCD ו־BEFG הם שני ריבועים. הצלע BC מונחת על הצלע BG. נתון: $DB+BF=a$, $a>0$ (a הוא פרמטר).



א. מצא את אורך האלכסון DB שעבורו אורך הקטע DF הוא מינימלי. הבע באמצעות a.

✅ **פתרון סופי:** $DB=\frac{a}{2}$

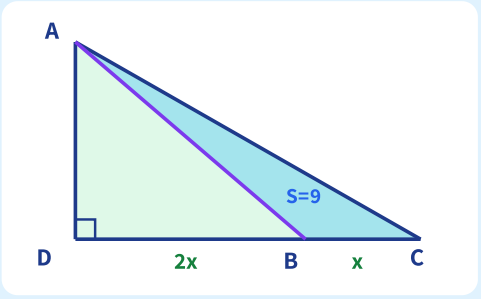
ב. עבור אורך DB שמצאת בסעיף א, מהו היחס $\frac{AB}{BE}$?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{AB}{BE}=1$

שיעור 6

סרטון שיעור 6

נתון משולש ישר זווית ADC ($\sphericalangle ADC=90^\circ$). מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש־$DB=2BC$. נתון: שטח המשולש ABC הוא 9. נסמן: $BC=x$.



א. הבע באמצעות x את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.

✅ **פתרון סופי:** $AD=\frac{18}{x}$

ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2 הוא מינימלי. נמק.

✅ **פתרון סופי:** $x=3$ **(מינימום)**

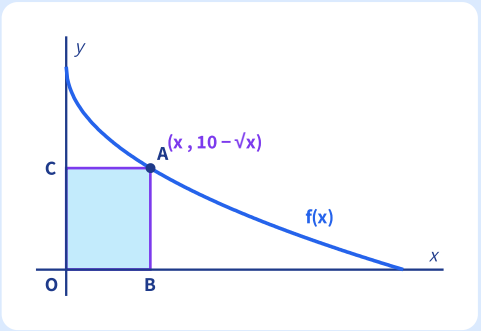
© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

פרק שני – בעיות קיצון עם גרפים

שיעור 7

סרטון שיעור 7

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x)=10-\sqrt{x}$, $x>0$. מן הנקודה A מורידים אנכים לצירים, החותכים אותם בנקודות B ו־C, כמתואר בציור. O היא ראשית הצירים.



א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן ABOC הוא מינימלי?

✅ **פתרון סופי:** $A\left(\frac{1}{4}\ ,\ 9\frac{1}{2}\right)$

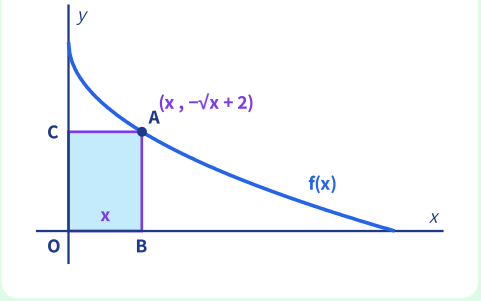
ב. מהו ההיקף המינימלי של המלבן ABOC?

✅ **פתרון סופי:** $p=19\frac{1}{2}$

שיעור 8

סרטון שיעור 8

בציור שלפניך נתון גרף הפונקציה $f(x)=-\sqrt{x}+2$ ברביע הראשון. מנקודה A שעל גרף הפונקציה מעבירים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC.



א. הבע את היקף המלבן באמצעות שיעור ה־x של הנקודה A.

✅ **פתרון סופי:** $p=2x+2(-\sqrt{x}+2)$

ב. (1) מה צריך להיות הערך של x כדי שהיקף המלבן ABOC יהיה מינימלי?

✅ **פתרון סופי:** $x=\frac{1}{4}$

ב. (2) מצא את ההיקף המינימלי של המלבן.

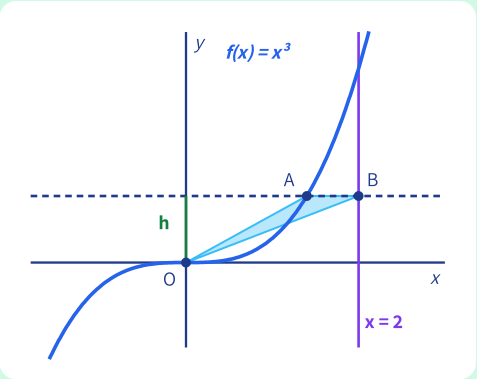
✅ **פתרון סופי:** $p=3\frac{1}{2}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

9 שיעור 9

סרטון שיעור 9

בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)=x^3$ והישר $x=2$. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה, ונתון $0<x_A<2$. מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־x, החותך את הישר $x=2$ בנקודה B. O היא ראשית הצירים.



א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

✅ **פתרון סופי:** $A(1.5\ ,\ 3.375)$

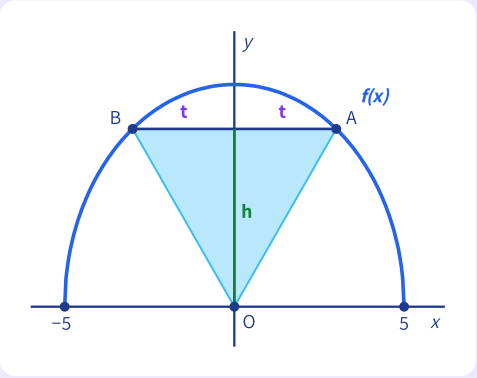
ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A שמצאת בסעיף א.

✅ **פתרון סופי:** $S=\frac{27}{32}$

10 שיעור 10

סרטון שיעור 10

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{25-x^2}$ המוגדרת בתחום $-5\le x\le 5$. הנקודה A נמצאת על הגרף ברביע הראשון. דרך A העבירו ישר המקביל לציר ה־x, החותך את הגרף בנקודה B שברביע השני. O היא ראשית הצירים. נסמן את שיעור ה־x של A ב־t.



א. (1) הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B.

✅ **פתרון סופי:** $B\left(-t\ ,\ \sqrt{25-t^2}\right)$

א. (2) הבע באמצעות t את שטח המשולש ABO.

✅ **פתרון סופי:** $S=t\cdot\sqrt{25-t^2}$

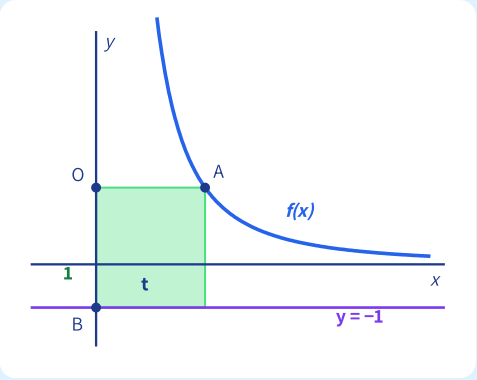
ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

✅ **פתרון סופי:** $t=\sqrt{12.5}$

11 שיעור 11

סרטון שיעור 11

לפניך גרף הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x^2}$, המוגדרת לכל $x>0$. הנקודה A נמצאת על הגרף ברביע הראשון. מן הנקודה A הורידו אנכים לציר ה־y ולישר $y=-1$ כך שנוצר מלבן עם ציר ה־y ועם הישר $y=-1$, כמתואר בציור.



א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא מינימלי?

✅ **פתרון סופי:** $A(2\ ,\ 1)$

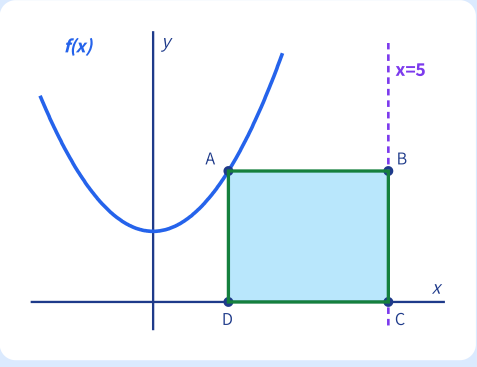
ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא 3? נמק.

✅ **פתרון סופי: לא קיימת – השטח המינימלי הוא 4 , ו־3 קטן ממנו**

12 שיעור 12

סרטון שיעור 12

נתונה הפונקציה $f(x)=x^2+3$ ונתון הישר $x=5$. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון משמאל לישר. מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה־x וחותך את הישר הנתון בנקודה B. הנקודות C ו־D נמצאות על ציר ה־x כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט). נסמן ב־t את שיעור ה־x של הנקודה A.



א. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

✅ **פתרון סופי:** $t=3$ (max)

ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

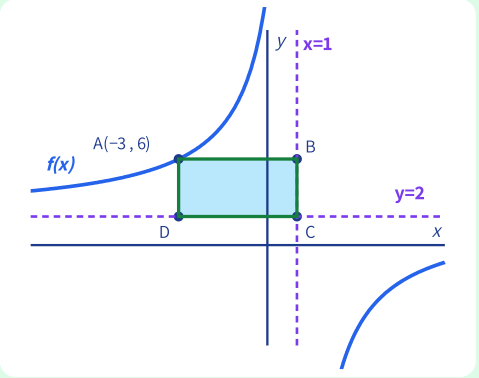
✅ **פתרון סופי: לא – השטח המקסימלי הוא 24**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

13 שיעור 13

סרטון שיעור 13

לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{16}{1-x}+2$, המוגדרת לכל $x\neq 1$.



א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

✅ **פתרון סופי:** $y=2\,,x=1$

ב. מנקודה A הנמצאת על הגרף ברביע השני העבירו אנכים לאסימפטוטות, כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

✅ **פתרון סופי:** $A(-3\,,\,6)$

ג. חשבו את שטח המלבן בעבור הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

✅ **פתרון סופי:** $S=16$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף

בעיות קיצון

מספרים · שטחים · מרחקים · משיקים

בעיות קיצון
שאלון 471

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

📌 תזכורת

- מבטאים את הגודל שרוצים להגדיל או להקטין כפונקציה של משתנה אחד בלבד (בעזרת הנתון הנוסף).
- קובעים את התחום של המשתנה.
- גוזרים, משווים לאפס, ובודקים בטבלה (או בנגזרת השנייה) שמדובר במקסימום / מינימום.
- בסוף עונים בדיוק על מה שנשאל: המספרים, הממדים או הערך הגדול / הקטן ביותר.

חלק א – שאלות בסיסיות

1 שאלה 1 בסיסי

סכום של שני מספרים חיוביים הוא 12. מחפשים את המספרים שעבורם המכפלה של המספר הראשון בריבוע של המספר השני היא הגדולה ביותר.

א. נסמנו את המספר השני ב־x. הביעו את המכפלה באמצעות x.

ב. מצאו את שני המספרים.

ג. מהי המכפלה הגדולה ביותר?

2 שאלה 2 בסיסי

ליד קיר ארוך רוצים לגדר שטח בצורת מלבן. צד אחד של המלבן הוא הקיר, ולשלושת הצדדים האחרים יש 120 מטר גדר.

א. נסמן ב־x את אורך כל אחד משני הצדדים המאונכים לקיר. הביעו את שטח המלבן באמצעות x.

ב. מצאו את ממדי המלבן ששטחו הגדול ביותר.

ג. מהו השטח הגדול ביותר?

3 שאלה 3 בסיסי

שטח של מלבן הוא 16 סמ״ר.

א. נסמן ב־x את אורך צלע אחת. הביעו את היקף המלבן באמצעות x.

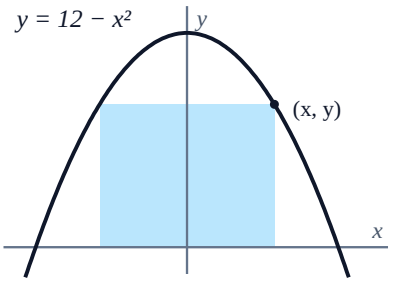
ב. מצאו את ממדי המלבן שהיקפו הקטן ביותר.

ג. מהו ההיקף הקטן ביותר?

חלק ב – שאלות ברמה בינונית

4 שאלה 4 בינוני

מלבן חסום בין גרף הפונקציה $y = 12 - x^2$ לבין ציר x. שני קודקודים של המלבן על ציר x, ושני קודקודים על הגרף (ראו סרטוט).



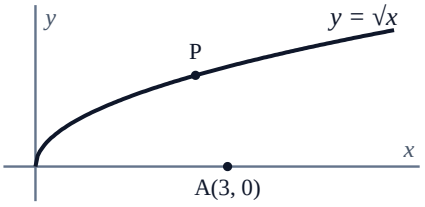
א. נסמן ב־x את שיעור ה־x של הקודקוד הימני העליון ($x > 0$). הביעו את שטח המלבן.

ב. מצאו את x שעבורו שטח המלבן הגדול ביותר.

ג. מהו השטח הגדול ביותר?

5 שאלה 5 בינוני

נתונה הנקודה $A(3, 0)$. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $y = \sqrt{x}$.



א. נסמן $P(x\ ,\ \sqrt{x})$. הביעו את ריבוע המרחק AP^2 באמצעות x.

ב. מצאו את הנקודה P שהכי קרובה לנקודה A.

ג. מהו המרחק הקטן ביותר?

6 שאלה 6 בינוני

מפח בצורת ריבוע שצלעו 30 ס״מ חותכים בכל פינה ריבוע שצלעו x ס״מ, ומקפלים את השוליים לקופסה פתוחה.

א. הביעו את נפח הקופסה באמצעות x.

ב. מצאו את x שעבורו נפח הקופסה הגדול ביותר.

ג. מהו הנפח הגדול ביותר?

חלק ג – שאלות ברמת בגרות

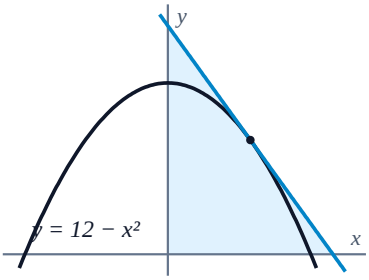
7 שאלה 7 מתקדם

בנקודה שבה $x = t$ $(0 < t < \sqrt{12})$ העבירו משיק לגרף הפונקציה $y = 12 - x^2$. המשיק יוצר עם הצירים משולש ברביע הראשון.

א. מצאו את משוואת המשיק באמצעות t.

ב. הביעו את שטח המשולש באמצעות t.

ג. מצאו את t שעבורו שטח המשולש הקטן ביותר, ואת השטח הזה.



8 שאלה 8 מתקדם

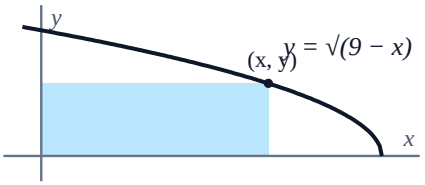
מלבן נמצא ברביע הראשון: שתי צלעות שלו על הצירים, והקודקוד הרביעי על גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{9 - x}$.

א. הביעו את שטח המלבן באמצעות x.

ב. מצאו את x שעבורו שטח המלבן הגדול ביותר.

ג. מהו השטח הגדול ביותר?

ד. מהו היקף המלבן הזה?



מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · בעיות קיצון

תשובות סופיות

מספרים · שטחים · מרחקים · משיקים

בעיות קיצון
שאלון 471

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. הדרך המלאה – בקובץ "פתרונות מלאים".

שאלה 1

א. $P(x) = (12 - x)x^2$

ב. 4 ו־8

ג. 256

שאלה 2

א. $S(x) = x(120 - 2x)$

ב. 30 מ׳ ו־60 מ׳

ג. 1800 מ״ר

שאלה 3

א. $P(x) = 2x + \frac{32}{x}$

ב. 4 ו־4 (ריבוע)

ג. 16

שאלה 4

א. $S(x) = 2x(12 - x^2)$

ב. $x = 2$

ג. 32

שאלה 5

א. $d^2 = (x - 3)^2 + x$

ב. $(2.5 , 1.58) \approx P(2.5 , \sqrt{2.5})$

ג. $\frac{\sqrt{11}}{2} \approx 1.66$

שאלה 6

א. $V(x) = x(30 - 2x)^2$

ב. $x = 5$

ג. 2000 סמ״ק

שאלה 7

א. $y = -2tx + t^2 + 12$

ב. $S(t) = \frac{(t^2 + 12)^2}{4t}$

ג. $t = 2 , S = 32$

שאלה 8

א. $S(x) = x\sqrt{9 - x}$

ב. $x = 6$

ג. $6\sqrt{3} \approx 10.39$

ד. $12 + 2\sqrt{3} \approx 15.46$

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · בעיות קיצון

פתרונות מלאים

מספרים · שטחים · מרחקים · משיקים

בעיות קיצון
שאלון 471

הפתרון המלא של כל שאלה בדף העבודה, שלב אחרי שלב. התשובה הסופית של כל סעיף מסומנת באדום.

1 שאלה 1 בסיסי

סכום של שני מספרים חיוביים הוא 12. מחפשים את המספרים שעבורם המכפלה של המספר הראשון בריבוע של המספר השני היא הגדולה ביותר.

א. נסמנו את המספר השני ב־x. הביעו את המכפלה באמצעות x.

ב. מצאו את שני המספרים.

ג. מהי המכפלה הגדולה ביותר?

סעיף א

המספר הראשון: $12-x$, $0<x<12$

$$P(x)=(12-x)x^2=12x^2-x^3$$

תשובה: $\boldsymbol{P(x)=(12-x)x^2}$

סעיף ב

$$P'(x)=24x-3x^2=3x(8-x)$$

$$P'(x)=0 \Rightarrow x=8$$

לפני 8 הנגזרת חיובית ואחרי 8 שלילית – מקסימום.

$$12-8=4$$

תשובה: 4 ו־8

סעיף ג

$$P(8)=4\cdot 64=256$$

תשובה: 256

2 שאלה 2 בסיסי

ליד קיר ארוך רוצים לגדר שטח בצורת מלבן. צד אחד של המלבן הוא הקיר, ולשלושת הצדדים האחרים יש 120 מטר גדר.

א. נסמן ב־x את אורך כל אחד משני הצדדים המאונכים לקיר. הביעו את שטח המלבן באמצעות x.

ב. מצאו את ממדי המלבן ששטחו הגדול ביותר.

ג. מהו השטח הגדול ביותר?

סעיף א

הצד המקביל לקיר: $120-2x$, $0<x<60$

$$S(x)=x(120-2x)=120x-2x^2$$

תשובה: $S(x)=x(120-2x)$

סעיף ב

$$S'(x)=120-4x=0$$

$$x=30$$

מקסימום (פרבולה הפוכה).

$$120-2\cdot 30=60$$

תשובה: 30 מ׳ ו־60 מ׳

סעיף ג

$$S(30)=30\cdot 60=1800$$

תשובה: 1800 מ״ר

3 שאלה 3 בסיסי

שטח של מלבן הוא 16 סמ״ר.

א. נסמן ב־x את אורך צלע אחת. הביעו את היקף המלבן באמצעות x.

ב. מצאו את ממדי המלבן שהיקפו הקטן ביותר.

ג. מהו ההיקף הקטן ביותר?

סעיף א

הצלע השנייה: $\frac{16}{x}$

$$P(x)=2(x+\frac{16}{x})=2x+\frac{32}{x}$$

תשובה: $P(x)=2x+\frac{32}{x}$

סעיף ב

$$P'(x)=2-\frac{32}{x^2}=0$$

$$x^2=16\Rightarrow x=4$$

לפני 4 הנגזרת שלילית ואחרי 4 חיובית – מינימום.

תשובה: 4 ו־4 (ריבוע)

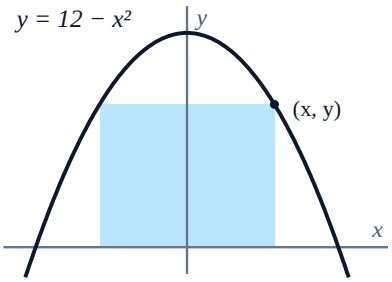
סעיף ג

$$P(4)=8+8=16$$

תשובה: 16

4 שאלה 4 בינוני

מלבן חסום בין גרף הפונקציה $y = 12 - x^2$ לבין ציר x. שני קודקודים של המלבן על ציר x, ושני קודקודים על הגרף (ראו סרטוט).



א. נסמן ב־x את שיעור ה־x של הקודקוד הימני העליון ($x > 0$). הביעו את שטח המלבן.

ב. מצאו את x שעבורו שטח המלבן הגדול ביותר.

ג. מהו השטח הגדול ביותר?

סעיף א

רוחב: $2x$, גובה: $12 - x^2$

$$S(x) = 24x - 2x^3 \;,\; 0 < x < \sqrt{12}$$

תשובה: $S(x) = 2x(12 - x^2)$

סעיף ב

$$S'(x) = 24 - 6x^2 = 0$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$S''(x) = -12x < 0$$

מקסימום.

תשובה: $x = 2$

סעיף ג

$$S(2) = 4 \cdot 8 = 32$$

תשובה: 32

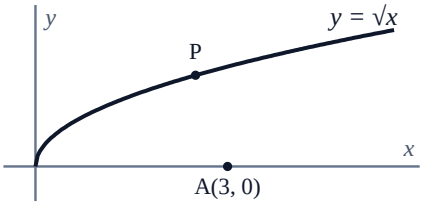
5 שאלה 5 בינוני

נתונה הנקודה $A(3,\ 0)$. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $y=\sqrt{x}$.

א. נסמן $P(x\ ,\ \sqrt{x})$. הביעו את ריבוע המרחק AP^2 באמצעות x.

ב. מצאו את הנקודה P שהכי קרובה לנקודה A.

ג. מהו המרחק הקטן ביותר?



סעיף א

$$AP^2=(x-3)^2+(\sqrt{x})^2=x^2-5x+9$$

תשובה: $d^2=(x-3)^2+x$

סעיף ב

מספיק להקטין את d^2:

$$(d^2)'=2x-5=0$$

$$x=2.5$$

מינימום (פרבולה ישרה).

תשובה: $P(2.5\ ,\ \sqrt{2.5})\approx(2.5\ ,\ 1.58)$

סעיף ג

$$d^2=6.25-12.5+9=2.75$$

$$d=\sqrt{2.75}=\frac{\sqrt{11}}{2}$$

תשובה: $\frac{\sqrt{11}}{2}\approx 1.66$

6 שאלה 6 בינוני

מפח בצורת ריבוע שצלעו 30 ס"מ חותכים בכל פינה ריבוע שצלעו x ס"מ, ומקפלים את השוליים לקופסה פתוחה.

א. הביעו את נפח הקופסה באמצעות x.

ב. מצאו את x שעבורו נפח הקופסה הגדול ביותר.

ג. מהו הנפח הגדול ביותר?

סעיף א

בסיס: ריבוע שצלעו $30-2x$, גובה: x, $0<x<15$

$$V(x)=x(30-2x)^2$$

תשובה: $V(x)=x(30-2x)^2$

סעיף ב

$$V'(x)=(30-2x)^2-4x(30-2x)$$

$$V'(x)=(30-2x)(30-6x)=0$$

$$x=5\ (x=15\ \text{לא בתחום})$$

לפני 5 הנגזרת חיובית ואחרי 5 שלילית – מקסימום.

תשובה: $x=5$

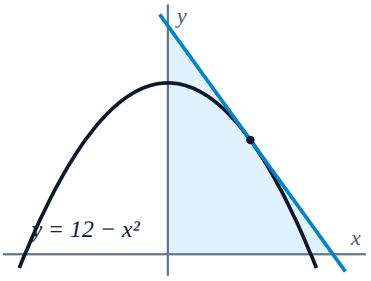
סעיף ג

$$V(5)=5\cdot 20^2=2000$$

תשובה: 2000 סמ"ק

7 שאלה 7 מתקדם

בנקודה שבה $x = t$ $(0 < t < \sqrt{12})$ העבירו משיק לגרף הפונקציה $y = 12 - x^2$. המשיק יוצר עם הצירים משולש ברביע הראשון.



א. מצאו את משוואת המשיק באמצעות t.

ב. הביעו את שטח המשולש באמצעות t.

ג. מצאו את t שעבורו שטח המשולש הקטן ביותר, ואת השטח הזה.

סעיף א

$$y' = -2x \ , \ m = -2t$$

$$y - (12 - t^2) = -2t(x - t)$$

$$y = -2tx + t^2 + 12$$

תשובה: $y = -2tx + t^2 + 12$

סעיף ב

חיתוך עם ציר y: $t^2 + 12$

חיתוך עם ציר x: $\frac{t^2 + 12}{2t}$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^2 + 12}{2t} \cdot (t^2 + 12) = \frac{(t^2 + 12)^2}{4t}$$

תשובה: $S(t) = \frac{(t^2 + 12)^2}{4t}$

סעיף ג

$$S'(t) = \frac{2(t^2 + 12) \cdot 2t \cdot 4t - 4(t^2 + 12)^2}{16t^2}$$

$$S'(t) = \frac{(t^2 + 12)(3t^2 - 12)}{4t^2} = 0$$

$$t^2 = 4 \Rightarrow t = 2$$

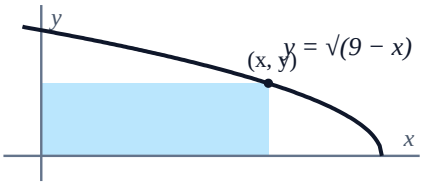
לפני 2 הנגזרת שלילית ואחרי 2 חיובית – מינימום.

$$S(2) = \frac{16^2}{8} = 32$$

תשובה: $t = 2 \ , \ S = 32$

8 שאלה 8 מתקדם

מלבן נמצא ברביע הראשון: שתי צלעות שלו על הצירים, והקודקוד הרביעי על גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{9-x}$.



א. הביעו את שטח המלבן באמצעות x.

ב. מצאו את x שעבורו שטח המלבן הגדול ביותר.

ג. מהו השטח הגדול ביותר?

ד. מהו היקף המלבן הזה?

סעיף א

$$S(x)=x\sqrt{9-x}\ ,\ 0<x<9$$

תשובה: $S(x)=x\sqrt{9-x}$

סעיף ב

$$S'(x)=\sqrt{9-x}-\frac{x}{2\sqrt{9-x}}$$

$$S'(x)=\frac{2(9-x)-x}{2\sqrt{9-x}}=\frac{18-3x}{2\sqrt{9-x}}$$

$$18-3x=0\Rightarrow x=6$$

לפני 6 הנגזרת חיובית ואחרי 6 שלילית – מקסימום.

תשובה: $x=6$

סעיף ג

$$S(6)=6\sqrt{3}$$

תשובה: $6\sqrt{3}\approx 10.39$

סעיף ד

$$P=2(6+\sqrt{3})=12+2\sqrt{3}$$

תשובה: $12+2\sqrt{3}\approx 15.46$

כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 5

אינטגרלים

28 שיעורים בקורס · עמודים 90–113

בפרק הזה

חוברת הקורס אינטגרלים-471 -4 יחידות (11 עמודים)	עמ' 90
שיעור 22- שטח עם הזזה	עמ' 101
דף עבודה – אינטגרלים	עמ' 103
פתרונות מלאים – אינטגרלים	עמ' 107

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

ב"ה

חוברת הקורס – אינטגרלים

4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

פרק 1 - אינטגרל פולינום, מציאת פונקציה קדומה

שיעור 1

סרטון שיעור 1

חשב את האינטגרלים הבאים:

(1) $\int 3\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $3x + c$

(2) $\int x\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x^2}{2} + c$

(3) $\int x^2\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x^3}{3} + c$

(4) $\int x^3 + 8\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x^4}{4} + 8x + c$

(5) $\int -5x^2 + 2x + 3\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{-5x^3}{3} + x^2 + 3x + c$

(6) $\int 2x^3\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x^4}{2} + c$

(7) $\int \frac{x^3}{3}\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x^4}{12} + c$

(8) $\int \frac{x^2}{2} - 4x\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x^3}{6} - 2x^2 + c$

(9) $\int \frac{x^3 + 3}{3}\,dx$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{x^4}{12} + x + c$

שיעור 2

סרטון שיעור 2

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 2x + 4$. הפונקציה $f(x)$ עוברת בנקודה $(1, 5)$. מצא את הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $f(x) = x^2 + 4x$

שיעור 3

סרטון שיעור 3

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 4x + 4$. הפונקציה $f(x)$ עוברת בנקודה $(1, 10)$. מצא את הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$

שיעור 4

סרטון שיעור 4

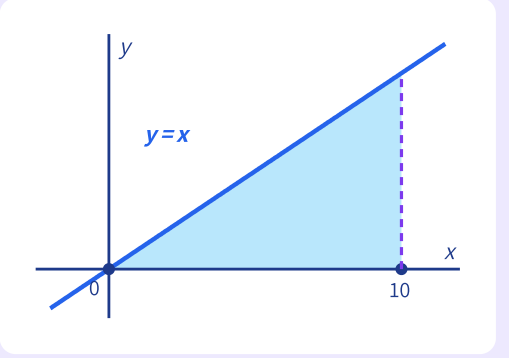
הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x)=6x+4$. בנקודה שבה $y=8$ שיפוע הפונקציה הוא 10. מצא את הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $f(x)=3x^2+4x+1$

פרק 2 - אינטגרלים שטחים

שיעור 5

סרטון שיעור 5

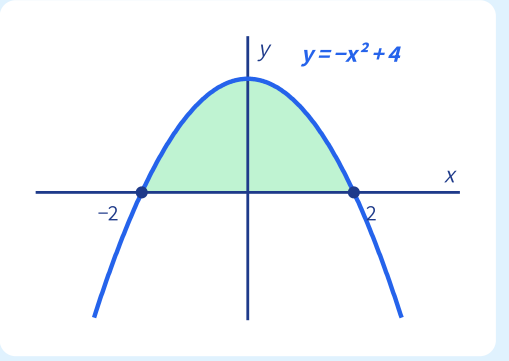


מצא את השטח בין הישר $y=x$ לציר x, בין $x=0$ ל-$x=10$.

✅ **פתרון סופי:** $S=50$

שיעור 6

סרטון שיעור 6



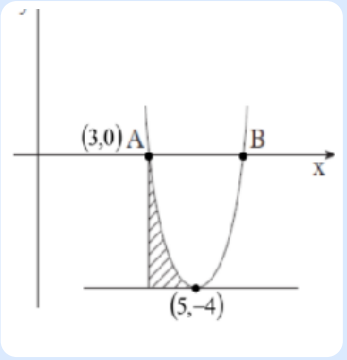
מצא את השטח בין הפרבולה $y=-x^2+4$ לציר x.

✅ **פתרון סופי:** $S=\frac{32}{3}=10\frac{2}{3}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

שיעור 7

סרטון שיעור 7

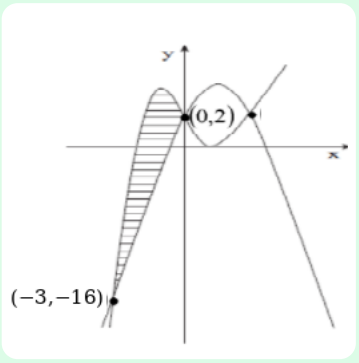


הפרבולה $y = x^2 - 10x + 21$ חותכת את ציר ה־x בנקודות A ו־B. בנקודה A העבירו אנך לציר ה־x, ובנקודת המינימום של הפרבולה העבירו משיק לפרבולה (ראה ציור). מצא את השטח המקווקו.

✅ **פתרון סופי:** $S = 2\frac{2}{3}$

שיעור 8

סרטון שיעור 8



נתונות שתי פונקציות: $y = -x^2 + 3x + 2$, $y = x^3 - 3x + 2$ (ראה ציור). מצא את השטח המקווקו.

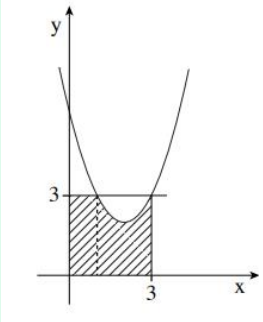
✅ **פתרון סופי:** $S = 15\frac{3}{4}$

פרק 3 - אינטגרלים פונקציית פולינום

שיעור 9

סרטון שיעור 9

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 4x + 6$. מעבירים ישר $y = 3$ (ראה ציור).



א. מצא את נקודות החיתוך של הישר $y = 3$ עם גרף הפונקציה הנתונה.

✅ **פתרון סופי:** $(1,3)$, $(3,3)$

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=3$, על ידי הישר $y=3$ ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציור).

✅ **פתרון סופי:** $S=7\frac{2}{3}$

10 שיעור 10

🎬 סרטון שיעור 10

נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x)=3x^2-6$: $f'(x)$. הישר $y=6x-14$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A. הנקודה A נמצאת ברביע הרביעי.

א. (1) מהו שיפוע המשיק בנקודה A?

✅ **פתרון סופי:** $m=6$

(2) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה A.

✅ **פתרון סופי:** $A(2,-2)$

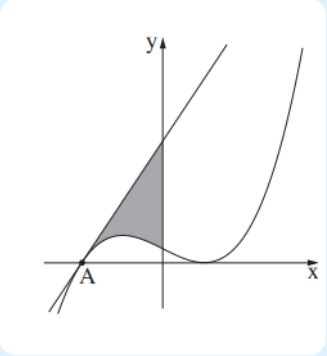
ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $f(x)=x^3-6x+2$

11 שיעור 11

🎬 סרטון שיעור 11

בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)=x^3-3x+2$. $A(-2,0)$ היא נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$.



א. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A.

✅ **פתרון סופי:** $y=9x+18$

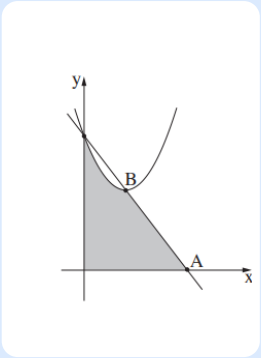
ב. מצא את השטח ברביע השני, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה־y ועל ידי הישר שאת משוואתו מצאת בסעיף א (השטח האפור בסרטוט).

✅ **פתרון סופי:** $S=12$

12 שיעור 12

סרטון שיעור 12

נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-4x+10$ ונתון הישר שמשוואתו היא $y=-2x+10$. הישר חותך את ציר ה־x בנקודה A (ראה ציור).



א. מצא את שיעורי הנקודה A.

✅ **פתרון סופי:** $A(5,0)$

ב. הישר וגרף הפונקציה $f(x)$ נחתכים על ציר ה־y ובנקודה נוספת, B. מצא את שיעורי הנקודה B.

✅ **פתרון סופי:** $B(2,6)$

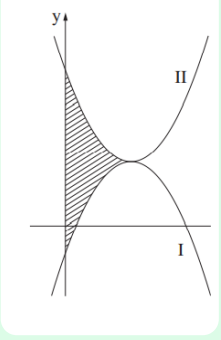
ג. חשב את השטח האפור בציור: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר ועל ידי הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $S=23\frac{2}{3}$

13 שיעור 13

סרטון שיעור 13

בציור שלפניך מתוארים הגרפים I ,II של הפונקציות: $f(x)=2x^2-6x+8$, $g(x)=-2x^2+6x-1$.



א. איזה מן הגרפים I ,II, הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$, ואיזה מהם הוא הגרף של הפונקציה $g(x)$? נמק.

✅ **פתרון סופי: גרף II הוא $f(x)$, גרף I הוא $g(x)$ (ב־$f(x)$ המקדם של x^2 חיובי – לפרבולה יש מינימום)**

ב. הוכח כי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ היא גם נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

✅ **פתרון סופי: לשתיהן נקודת קיצון** $(1\frac{1}{2}\ ,\ 3.5)$

ג. מצא את השטח המקווקו בציור: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה־y.

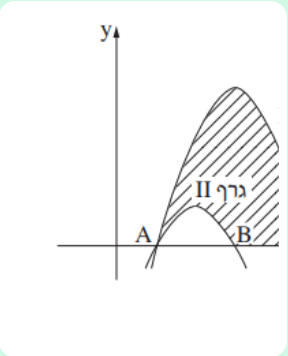
✅ **פתרון סופי:** $S=4.5$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

14 שיעור 14

סרטון שיעור 14

בציור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=-x^2+8x-12$, $g(x)=-x^2+12x-20$. שני הגרפים חותכים את ציר ה־x בנקודה A. גרף I חותך את ציר ה־x גם בנקודה C. גרף II חותך את ציר ה־x גם בנקודה B.



א. מצא את שיעורי הנקודות A, B ו־C.

✅ **פתרון סופי:** $A(2,0)$, $B(6,0)$, $C(10,0)$

ב. איזה מן הגרפים I, II, הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$ ואיזה מהם הוא הגרף של הפונקציה $g(x)$? נמק.

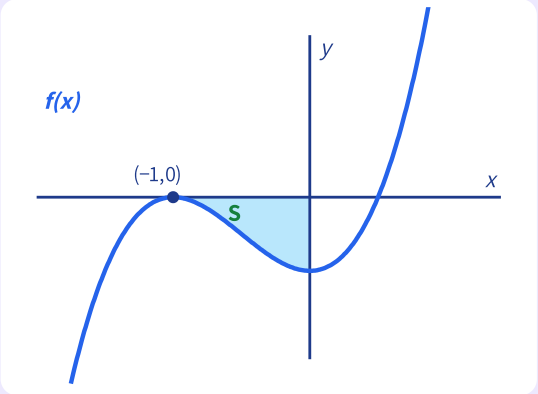
✅ **פתרון סופי: גרף I הוא $g(x)$ (חותך את ציר x ב־10) , גרף II הוא $f(x)$ (חותך ב־6)**

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי גרף II ועל ידי ציר ה־x (השטח המקווקו בציור).

✅ **פתרון סופי:** $S=74\frac{2}{3}$

15 שיעור 15

סרטון שיעור 15



השטח המתואר בשרטוט שווה S. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-4$. בטא ע"י S את השטח הנמצא ברביע השלישי ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־x, על ידי ציר ה־y ועל ידי האנך לציר ה־x העובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה.

✅ **פתרון סופי:** $S+4$

פרק 4 - אינטגרל פונקציה מורכבת, פונקציית מנה

16 שיעור 16

סרטון שיעור 16

חשב את האינטגרלים הבאים:

(1) $\int (x+4)^4\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{(x+4)^5}{5}+c$

(2) $\int (2x+4)^3\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{(2x+4)^4}{8}+c$

(3) $\int (3x-5)^5\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{(3x-5)^6}{18}+c$

(4) $\int (6-x)^4\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $-\frac{(6-x)^5}{5}+c$

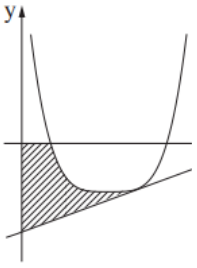
(5) $\int 2(2x-3)^3\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $\frac{(2x-3)^4}{4}+c$

17 שיעור 17

סרטון שיעור 17

לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $f(x)=(x-3)^4-16$, המוגדרת לכל x.



א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $(3,-16)$ **מינימום**

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־x.

✅ **פתרון סופי:** $(1,0)\,,(5,0)$

ג. (1) העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$. מצא את משוואת המשיק.

✅ **פתרון סופי:** $y=4x-31$

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה־x ועל ידי ציר ה־y (השטח המסומן בסרטוט).

✅ **פתרון סופי:** $S=29+21\frac{3}{5}=50\frac{3}{5}$

18 שיעור 18

סרטון שיעור 18

חשב את האינטגרלים הבאים:

(1) $\int \frac{1}{x^3}\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $-\frac{1}{2x^2}+c$

(2) $\int \frac{1}{x^4}\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $-\frac{1}{3x^3}+c$

(3) $\int \frac{2}{x^4}\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $-\frac{2}{3x^3}+c$

(4) $\int \frac{1}{2x^5}\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $-\frac{1}{8x^4}+c$

(5) $\int \frac{1}{(x+4)^3}\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $-\frac{1}{2(x+4)^2}+c$

(6) $\int \frac{1}{(2x+3)^4}\,(dx)$

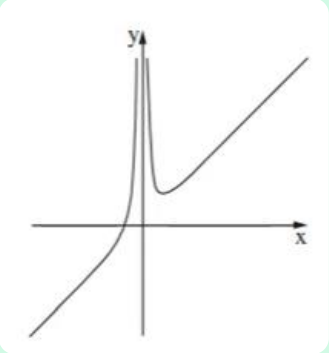
✅ **פתרון סופי:** $-\frac{1}{6(2x+3)^3}+c$

(7) $\int \frac{2}{(2x+2)^3}\,(dx)$

✅ **פתרון סופי:** $-\frac{1}{2(2x+2)^2}+c$

19 שיעור 19

סרטון שיעור 19



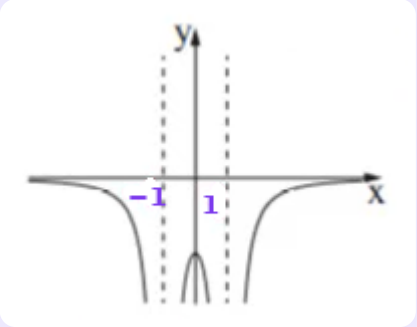
נתונה הפונקציה: $f(x)=x+\frac{4}{x^2}$. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=1$, על ידי הישר $x=2$ ועל ידי ציר ה־x.

✅ **פתרון סופי:** $S=3.5$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

20 שיעור 20

🎬 סרטון שיעור 20



נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3x}{x^2-1}+2$. $a>3$ הוא פרמטר. השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישרים $x=3$ ו־$x=a$ ועל ידי ציר ה־x שווה ל־0.5. מצא את a.

✅ **פתרון סופי:** $a=5$

21 שיעור 21

🎬 סרטון שיעור 21

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{(x-3)^2}+4$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי:** $x\neq 3$

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

✅ **פתרון סופי:** $x=3$, $y=4$

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: עלייה:** $x<3$, **ירידה:** $x>3$

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

✅ **פתרון סופי: הגרף כולו מעל האסימפטוטה** $y=4$, **עולה עד** $x=3$ **ויורד אחריו. חיתוך עם ציר y:** $(0\ ,\ 4\frac{1}{9})$

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישרים $x=4$ ו־$x=5$.

✅ **פתרון סופי:** $S=4.5$

ג. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-4$. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישרים $x=4$ ו־$x=5$? נמק.

✅ **פתרון סופי:** $S=4.5-4\cdot 1=\frac{1}{2}$ **(הגרף ירד 4 יחידות, והמלבן ברוחב 1 ובגובה 4 יורד מהשטח)**

22 שיעור 22

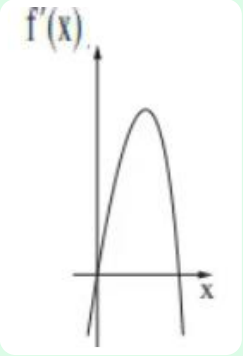
🎬 סרטון שיעור 22

ראה תרגיל 15

✅ **פתרון סופי:** $S+4$

23 שיעור 23

סרטון שיעור 23

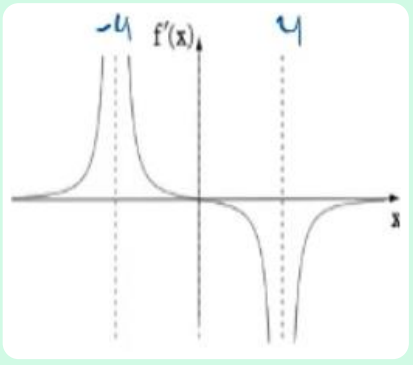


נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\cdot\sqrt{-\frac{1}{2}x+5}$. נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $f'(x)\cdot a$, שווה ל־224. a הוא פרמטר שלילי. מצאו את הערך של a.

✅ **פתרון סופי:** $a=-2\frac{1}{2}$

24 שיעור 24

סרטון שיעור 24



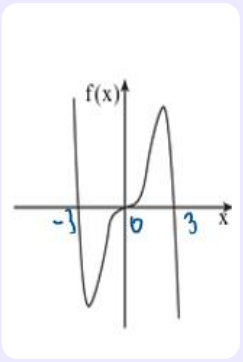
$f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-16}+1$. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x\neq\pm4$. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת באותו התחום. גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה־x רק בנקודה $(0,0)$. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־x ועל ידי הישר $x=2$.

✅ **פתרון סופי:** $S=\frac{1}{3}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

25 שיעור 25

סרטון שיעור 25



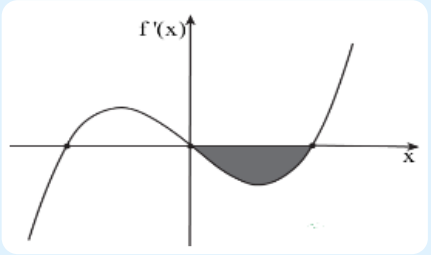
נתון $f(x)$ פונקציה אי זוגית. נסמן ב־S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=-3$ ועל ידי ציר ה־x בתחום $-3\le x\le 0$. נסמן ב־S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר ה־x בתחום $0\le x\le 3$. האם מתקיים: $S_1+S_2=\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$? נמקו את קביעתכם.

✅ **פתרון סופי: לא.** $S_1=S_2$ **ולכן** $S_1+S_2>0$**, ואילו** $\int_{-3}^{3} f(x)\,dx=0$ **(החלק מתחת לציר x נותן אינטגרל שלילי)**

26 שיעור 26

סרטון שיעור 26

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x. בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות $x=2\,,\,x=0\,,\,x=-2$ בלבד.



א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי ה־x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.

✅ **פתרון סופי:** $x=-2$ **מינימום,** $x=0$ **מקסימום,** $x=2$ **מינימום**

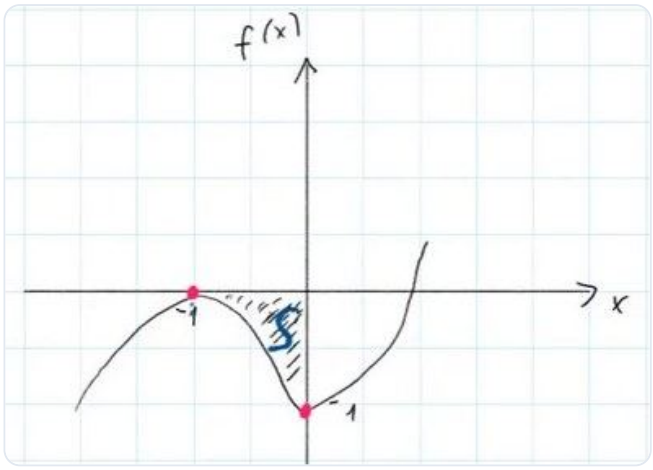
ב. S הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה־x. נתון $S=8$, $f(2)=3\frac{1}{2}$. מצאו את $f(0)$.

✅ **פתרון סופי:** $f(0)=11\frac{1}{2}$

✏️ תרגילים שנפתרים בסרטון

בסרטון פתרנו סעיף חשיבה של שטח עם הזזה, בשתי דרכים. קודם השאלה המלאה, ואחריה הפתרון 👇

📝 השאלה (סעיף חשיבה)



השטח המתואר בשרטוט שווה **S** .

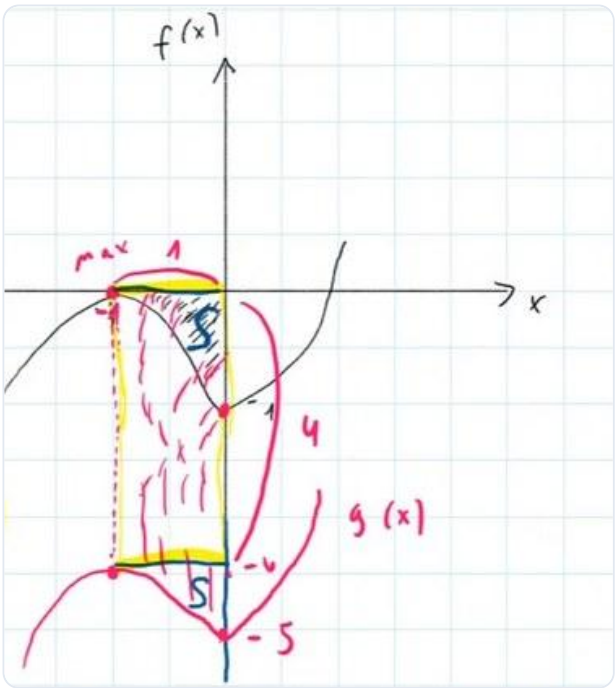
נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 4$.

בטא ע"י **S** את השטח הנמצא ברביע השלישי ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־**x**, על ידי ציר ה־**y** ועל ידי האנך לציר ה־**x** העובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה.

✏️ פתרון

🔷 דרך ראשונה

דרך ראשונה: לפי השרטוט



קודם כל משרטטים את $g(x)$. היא מורכבת מ־$f(x)$, אבל **4−** אומר שכל הערכים של ה־y יורדים ב־4 למטה. הערכים של ה־x לא זזים.

למשל הערך **1−** יורד ל־**5−** , ונקודת המקסימום, שנמצאת על ציר ה־x ($y = 0$), יורדת ל־**4−** .

השטח שצריך למצוא: ברביע השלישי, בין הגרף של $g(x)$, ציר ה־x, ציר ה־y והאנך שיורד מנקודת המקסימום.

השטח הקודם, S , נשאר אותו דבר, כי זו בדיוק אותה הפונקציה, רק ירדה ב־4 כלפי מטה. מה שנוסף זה מלבן:

רוחב המלבן 1 (עד -1), וגובהו 4 (ירדנו ב־4 למטה).

שטח המלבן:

$$1 \cdot 4 = 4$$

השטח החדש:

$$S + 4$$

🔷 דרך שנייה

דרך שנייה: בצורה מתמטית

מחשבים אינטגרל בין -1 ל־0 של $g(x)$, ובמקום $g(x)$ כותבים $f(x) - 4$:

$$\int_{-1}^{0} g(x)dx$$

$$\int_{-1}^{0} (f(x) - 4)dx$$

פותחים את האינטגרל:

$$\int_{-1}^{0} f(x)dx - \int_{-1}^{0} 4dx$$

האינטגרל של $f(x)$ נתון בתחילת השאלה, והוא שווה S . האינטגרל של 4 הוא $4x$:

$$S - (4x)\Big|_{-1}^{0}$$

מציבים פעם אחת 0 , פחות הצבה של -1 :

$$S - (4 \cdot 0 - (4 \cdot -1))$$

$$S - (0 - 4)$$

$$S - (-4)$$

תשובה: $S + 4$

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף

אינטגרלים

פונקציה קדומה · אינטגרל מסוים · שטחים

אינטגרלים
שאלון 471

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

📌 תזכורת

- $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
- $\int \frac{a}{x^2}\,dx = -\frac{a}{x} + C$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = 2\sqrt{x} + C$
- אינטגרל מסוים: $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$
- שטח בין שני גרפים: $\int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$ – הגרף העליון פחות התחתון. שטח מתחת לציר x – לוקחים בערך מוחלט.

חלק א – שאלות בסיסיות

1 שאלה 1 בסיסי

מצאו פונקציה קדומה לכל אחת מהפונקציות הבאות:

א. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$

ב. $f(x) = \frac{6}{x^3}$

ג. $f(x) = \sqrt{x}$

ד. $f(x) = (2x - 1)^2$

2 שאלה 2 בסיסי

הנגזרת של הפונקציה f היא $f'(x) = 6x^2 - 2x$. גרף הפונקציה f עובר בנקודה $(1, 4)$.

א. מצאו את $f(x)$.

ב. מצאו את נקודת החיתוך של גרף f עם ציר y.

ג. מצאו את משוואת המשיק לגרף f בנקודה שבה $x = 1$.

3 שאלה 3 בסיסי

חשבו את האינטגרלים:

א. $\int_0^2 (3x^2 - 2x)\,dx$

ב. $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$

ג. $\int_1^2 \frac{2}{x^2}\,dx$

חלק ב – שאלות ברמה בינונית

4 שאלה 4 בינוני

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 4x$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x.

ב. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה וציר x.

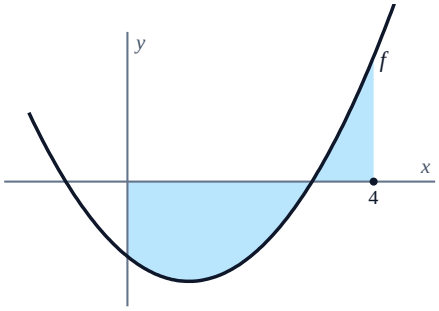
ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, ציר x והישר $x = 1$.

5 שאלה 5 בינוני

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x.

ב. חשבו את סכום השטחים המוגבלים על ידי גרף הפונקציה, ציר x, ציר y והישר $x = 4$.

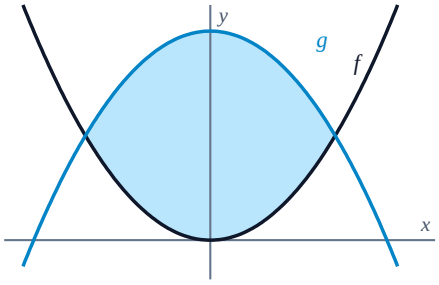


6 שאלה 6 בינוני

נתונות הפונקציות $f(x) = x^2$ ו־$g(x) = -x^2 + 8$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים.

ב. חשבו את השטח המוגבל בין שני הגרפים.



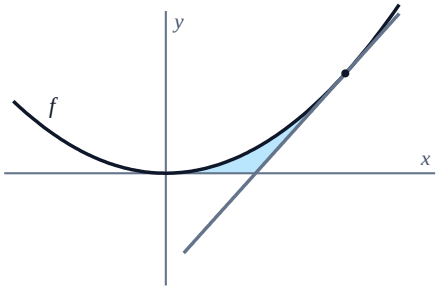
7 שאלה 7 בינוני

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2$. דרך הנקודה שבה $x = 2$ העבירו משיק לגרף הפונקציה.

א. מצאו את משוואת המשיק.

ב. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר y.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר x.



חלק ג – שאלות ברמת בגרות

8 שאלה 8 מתקדם

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{8}{x^2}$ בתחום $x>0$.

א. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, ציר x והישרים $x=1$ ו־$x=a$ $(a>1)$ שווה ל־6. מצאו את a.

ב. הישר $x=k$ מחלק את השטח מסעיף א לשני חלקים שווים. מצאו את k.

ג. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=2$.

9 שאלה 9 מתקדם

נתונות הפונקציות $f(x)=\sqrt{x}$ ו־$g(x)=\frac{x}{2}$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים.

ב. חשבו את השטח המוגבל בין שני הגרפים.

ג. מצאו את משוואת המשיק לגרף f בנקודה שבה $x=4$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף f, המשיק מסעיף ג וציר x.

10 שאלה 10 מתקדם

נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-ax$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x.

ב. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה וציר x שווה ל־36. מצאו את a.

ג. עבור $a=6$ חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה לבין הישר $y=x$.

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · אינטגרלים

תשובות סופיות

פונקציה קדומה · אינטגרל מסוים · שטחים

אינטגרלים
שאלון 471

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. הדרך המלאה – בקובץ "פתרונות מלאים".

שאלה 1

א. $F(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + C$

ב. $F(x) = -\frac{3}{x^2} + C$

ג. $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$

ד. $F(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$

שאלה 2

א. $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3$

ב. $(0,\ 3)$

ג. $y = 4x$

שאלה 3

א. 4

ב. 2

ג. 1

שאלה 4

א. $(0,\ 0)\ ,\ (4,\ 0)$

ב. $\frac{32}{3} \approx 10.67$

ג. $\frac{5}{3} \approx 1.67$

שאלה 5

א. $(-1,\ 0)\ ,\ (3,\ 0)$

ב. $\frac{34}{3} \approx 11.33$

שאלה 6

א. $(-2,\ 4)\ ,\ (2,\ 4)$

ב. $\frac{64}{3} \approx 21.33$

שאלה 7

א. $y = 4x - 4$

ב. $\frac{8}{3} \approx 2.67$

ג. $\frac{2}{3} \approx 0.67$

שאלה 8

א. $a = 4$

ב. $k = \frac{8}{5} = 1.6$

ג. $y = -2x + 6$

שאלה 9

א. $(0,\ 0)\ ,\ (4,\ 2)$

ב. $\frac{4}{3} \approx 1.33$

ג. $y = \frac{x}{4} + 1$

ד. $\frac{8}{3} \approx 2.67$

שאלה 10

א. $(0,\ 0)\ ,\ (a,\ 0)$

ב. $a = 6$

ג. $\frac{343}{6} \approx 57.17$

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · אינטגרלים

פתרונות מלאים

פונקציה קדומה · אינטגרל מסוים · שטחים

אינטגרלים
שאלון 471

הפתרון המלא של כל שאלה בדף העבודה, שלב אחרי שלב. התשובה הסופית של כל סעיף מסומנת באדום.

1 שאלה 1 בסיסי

מצאו פונקציה קדומה לכל אחת מהפונקציות הבאות:

א. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$

ב. $f(x) = \frac{6}{x^3}$

ג. $f(x) = \sqrt{x}$

ד. $f(x) = (2x-1)^2$

סעיף א

מוצאים פונקציה קדומה לכל איבר בנפרד:

$$\int 3x^2\,dx = x^3$$

$$\int (-4x)\,dx = -2x^2$$

$$\int 5\,dx = 5x$$

תשובה: $F(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + C$

סעיף ב

כותבים בעזרת חזקה שלילית:

$$f(x) = 6x^{-3}$$

$$F(x) = 6 \cdot \frac{x^{-2}}{-2} = -3x^{-2}$$

$$F(x) = -\frac{3}{x^2} + C$$

תשובה: $F(x) = -\frac{3}{x^2} + C$

סעיף ג

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$F(x) = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$$

$$F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$$

תשובה: $F(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$

סעיף ד

פותחים סוגריים:

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 1$$

$$F(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$$

תשובה: $F(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$

2 שאלה 2 בסיסי

הנגזרת של הפונקציה f היא $f'(x) = 6x^2 - 2x$. גרף הפונקציה f עובר בנקודה $(1, 4)$.

א. מצאו את $f(x)$.

ב. מצאו את נקודת החיתוך של גרף f עם ציר y.

ג. מצאו את משוואת המשיק לגרף f בנקודה שבה $x = 1$.

סעיף א

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + C$$

מציבים את הנקודה $(1, 4)$:

$$2 - 1 + C = 4$$

$$C = 3$$

תשובה: $f(x) = 2x^3 - x^2 + 3$

סעיף ב

מציבים $x = 0$:

$$f(0) = 3$$

תשובה: $(0, 3)$

סעיף ג

שיפוע המשיק:

$$f'(1) = 6 - 2 = 4$$

$$y - 4 = 4(x - 1)$$

$$y = 4x$$

תשובה: $y = 4x$

3 שאלה 3 בסיסי

חשבו את האינטגרלים:

א. $\int_0^2 (3x^2 - 2x)\,dx$

ב. $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$

ג. $\int_1^2 \frac{2}{x^2}\,dx$

סעיף א

$$\int_0^2 (3x^2 - 2x)\,dx = [x^3 - x^2]_0^2$$

$$= (8 - 4) - 0 = 4$$

תשובה: 4

סעיף ב

$$= [2\sqrt{x}]_1^4$$

$$= 2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 2$$

תשובה: 2

סעיף ג

$$= [-\frac{2}{x}]_1^2$$

$$= -1 - (-2) = 1$$

תשובה: 1

4 שאלה 4 בינוני

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 4x$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x.

ב. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה וציר x.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, ציר x והישר $x = 1$.

סעיף א

$$-x^2 + 4x = 0$$
$$-x(x-4) = 0$$
$$x = 0 \ , \ x = 4$$

תשובה: $(4, 0)$, $(0, 0)$

סעיף ב

הגרף מעל ציר x בין 0 ל־4:

$$S = \int_0^4 (-x^2 + 4x)\,dx$$
$$= [-\frac{x^3}{3} + 2x^2]\Big|_0^4$$
$$= -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3}$$

תשובה: $\frac{32}{3} \approx 10.67$

סעיף ג

$$S = \int_0^1 (-x^2 + 4x)\,dx$$
$$= -\frac{1}{3} + 2 = \frac{5}{3}$$

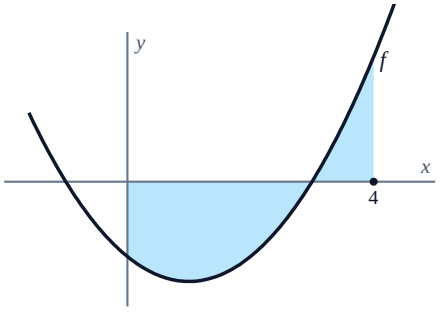
תשובה: $\frac{5}{3} \approx 1.67$

5 שאלה 5 בינוני

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x.

ב. חשבו את סכום השטחים המוגבלים על ידי גרף הפונקציה, ציר x, ציר y והישר $x = 4$.



סעיף א

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$(x - 3)(x + 1) = 0$$
$$x = 3 \ , \ x = -1$$

תשובה: $(3, 0)$, $(-1, 0)$

סעיף ב

פונקציה קדומה:

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$$

בין 0 ל־3 הגרף מתחת לציר x:

$$\int_0^3 f(x)\,dx = F(3) - F(0) = -9$$
$$S_1 = 9$$

בין 3 ל־4 הגרף מעל ציר x:

$$S_2 = F(4) - F(3) = -\frac{20}{3} + 9 = \frac{7}{3}$$
$$S = 9 + \frac{7}{3} = \frac{34}{3}$$

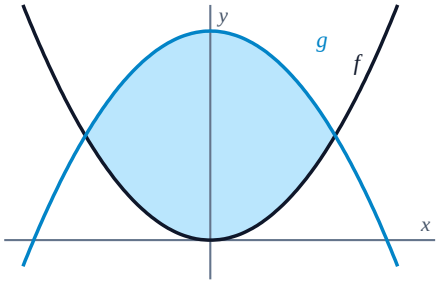
תשובה: $\frac{34}{3} \approx 11.33$

6 שאלה 6 בינוני

נתונות הפונקציות $f(x) = x^2$ ו־$g(x) = -x^2 + 8$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים.

ב. חשבו את השטח המוגבל בין שני הגרפים.



סעיף א

$$x^2 = -x^2 + 8$$
$$2x^2 = 8$$
$$x = \pm 2$$
$$y = 4$$

תשובה: $(2, 4)$, $(-2, 4)$

סעיף ב

בין -2 ל־2 הגרף של g מעל הגרף של f:

$$S = \int_{-2}^{2} (-x^2 + 8 - x^2)\,dx = \int_{-2}^{2} (8 - 2x^2)\,dx$$
$$= [8x - \frac{2x^3}{3}]\Big|_{-2}^{2}$$
$$= (16 - \frac{16}{3}) - (-16 + \frac{16}{3})$$
$$= \frac{64}{3}$$

תשובה: $\frac{64}{3} \approx 21.33$

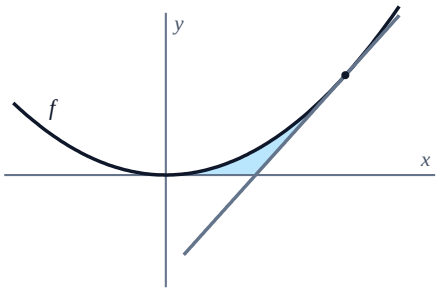
7 שאלה 7 בינוני

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2$. דרך הנקודה שבה $x = 2$ העבירו משיק לגרף הפונקציה.

א. מצאו את משוואת המשיק.

ב. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר y.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר x.



סעיף א

$$f'(x) = 2x \;,\; f'(2) = 4 \;,\; f(2) = 4$$
$$y - 4 = 4(x - 2)$$
$$y = 4x - 4$$

תשובה: $y = 4x - 4$

סעיף ב

הפרבולה מעל המשיק, בין $x = 0$ ל־$x = 2$:

$$S = \int_0^2 (x^2 - 4x + 4)\,dx$$
$$= \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x\right]\Big|_0^2$$
$$= \frac{8}{3} - 8 + 8 = \frac{8}{3}$$

תשובה: $\frac{8}{3} \approx 2.67$

סעיף ג

המשיק חותך את ציר x ב־$x = 1$.

השטח מתחת לפרבולה מ־0 עד 2 פחות המשולש שמתחת למשיק מ־1 עד 2:

$$\int_0^2 x^2\,dx = \frac{8}{3}$$
$$\text{משולש} = S2 = \frac{1 \cdot 4}{2}$$
$$S = \frac{8}{3} - 2 = \frac{2}{3}$$

תשובה: $\frac{2}{3} \approx 0.67$

8 שאלה 8 מתקדם

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{8}{x^2}$ בתחום $x > 0$.

א. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, ציר x והישרים $x = 1$ ו־$x = a$ $(a > 1)$ שווה ל־6. מצאו את a.

ב. הישר $x = k$ מחלק את השטח מסעיף א לשני חלקים שווים. מצאו את k.

ג. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$.

סעיף א

$$\int_1^a \frac{8}{x^2}\,dx = [-\frac{8}{x}]\Big|_1^a = 8 - \frac{8}{a}$$

$$8 - \frac{8}{a} = 6$$

$$\frac{8}{a} = 2$$

$$a = 4$$

תשובה: $a = 4$

סעיף ב

כל חלק שווה ל־3:

$$8 - \frac{8}{k} = 3$$

$$\frac{8}{k} = 5$$

$$k = 1.6$$

תשובה: $k = \frac{8}{5} = 1.6$

סעיף ג

$$f'(x) = -\frac{16}{x^3}$$

$$f'(2) = -2\ ,\ f(2) = 2$$

$$y - 2 = -2(x - 2)$$

$$y = -2x + 6$$

תשובה: $y = -2x + 6$

9 שאלה 9 מתקדם

נתונות הפונקציות $f(x) = \sqrt{x}$ ו־$g(x) = \frac{x}{2}$.

א. מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים.

ב. חשבו את השטח המוגבל בין שני הגרפים.

ג. מצאו את משוואת המשיק לגרף f בנקודה שבה $x = 4$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף f, המשיק מסעיף ג וציר x.

סעיף א

$$\sqrt{x} = \frac{x}{2}$$

$$x = \frac{x^2}{4}$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x = 0\ ,\ x = 4$$

תשובה: $(0, 0)\ ,\ (4, 2)$

סעיף ב

$$S = \int_0^4 (\sqrt{x} - \frac{x}{2})\,dx$$

$$= [\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{x^2}{4}]\Big|_0^4$$

$$= \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3}$$

תשובה: $\frac{4}{3} \approx 1.33$

סעיף ג

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(4) = \frac{1}{4} \text{ , } f(4) = 2$$

$$y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4)$$

$$y = \frac{x}{4} + 1$$

תשובה: $y = \frac{x}{4} + 1$

סעיף ד

המשיק חותך את ציר x ב־$x = -4$.

השטח = משולש מתחת למשיק (מ־-4 עד 4) פחות השטח מתחת ל־f (מ־0 עד 4):

$$S8 = \frac{8 \cdot 2}{2} = \text{משולש}$$

$$\int_0^4 \sqrt{x}\, dx = \frac{16}{3}$$

$$S = 8 - \frac{16}{3} = \frac{8}{3}$$

תשובה: $\frac{8}{3} \approx 2.67$

שאלה 10 מתקדם

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - ax$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הביעו באמצעות a את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x.

ב. השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה וציר x שווה ל־36. מצאו את a.

ג. עבור $a = 6$ חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה לבין הישר $y = x$.

סעיף א

$$x(x - a) = 0$$

$$x = 0 \text{ , } x = a$$

תשובה: $(a, 0)$, $(0, 0)$

סעיף ב

בין 0 ל־a הגרף מתחת לציר x:

$$\int_0^a (x^2 - ax)\, dx = [\frac{x^3}{3} - \frac{ax^2}{2}]_0^a = -\frac{a^3}{6}$$

$$\frac{a^3}{6} = 36$$

$$a^3 = 216$$

$$a = 6$$

תשובה: $a = 6$

סעיף ג

נקודות חיתוך:

$$x^2 - 6x = x$$

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x = 0 \text{ , } x = 7$$

הישר מעל הפרבולה:

$$S = \int_0^7 (x - x^2 + 6x)\, dx = \int_0^7 (7x - x^2)\, dx$$

$$= [\frac{7x^2}{2} - \frac{x^3}{3}]_0^7 = \frac{343}{2} - \frac{343}{3} = \frac{343}{6}$$

תשובה: $\frac{343}{6} \approx 57.17$

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 6

גאומטריה

32 שיעורים בקורס · עמודים 115–219

בפרק הזה

חוברת הקורס – גאומטריה שאלון 471 (93 עמודים)	עמ' 115
דף עבודה – גאומטריה	עמ' 208
פתרונות מלאים – גאומטריה	עמ' 213

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – גאומטריה, שאלון 471

דף ההסבר של כל שיעור, כל התרגילים והשאלות מהקורס, ותשובות סופיות לכל סעיף

פרק 1 – זוויות וישרים מקבילים
פרק 2 – משולשים
פרק 3 – חפיפת משולשים
פרק 4 – קווים מיוחדים במשולש
פרק 5 – מרובעים
פרק 6 – פיתגורס ודמיון משולשים
פרק 7 – מעגל
פרק 8 – גאומטריה אנליטית
פרק 9 – טריגונומטריה במשולש ישר זווית
פרק 10 – תרגילים משולבים: אנליטית וטריגו
פרק 11 – שאלות בגרות 471 אמיתיות

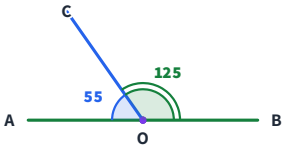
פרק 1 – זוויות וישרים מקבילים

שיעור 1 זוויות צמודות וזוויות קדקודיות

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

זוויות צמודות



שתי זוויות נקראות **צמודות** אם:

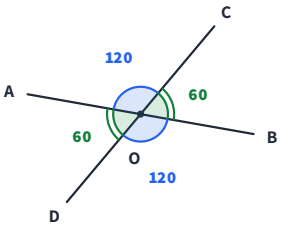
- יש להן **קדקוד משותף** (הנקודה O)
- יש להן **שוק משותפת** (הקרן OC)
- השוקיים האחרות, OA ו־OB, יוצרות **ישר אחד**

📐 **משפט:** סכום זוויות צמודות הוא 180 מעלות

$\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 = 180$

דוגמה: אם $\sphericalangle AOC = 55$ אז $\sphericalangle COB = 180 - 55 = 125$

זוויות קדקודיות



שני ישרים, AB ו־CD, נחתכים בנקודה O. זוויות **קדקודיות**: השוקיים של זוית אחת הן **המשך** השוקיים של השנייה.

- $\sphericalangle AOC$ ו־$\sphericalangle BOD$ קדקודיות (כחול)
- $\sphericalangle COB$ ו־$\sphericalangle AOD$ קדקודיות (ירוק)

בשרטוט: $\sphericalangle AOC = \sphericalangle BOD = 120$, $\sphericalangle COB = \sphericalangle AOD = 60$

📐 **משפט:** זוויות קדקודיות שוות זו לזו $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 3$

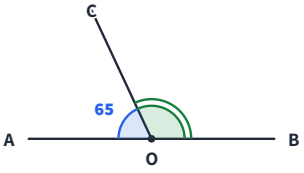
צמודות ← סכום 180 מעלות · קדקודיות ← שוות זו לזו ✅

תרגיל 1: זוויות צמודות · קל

AB ישר, והנקודה O נמצאת עליו

נתון: $\sphericalangle AOC = 65$

מצאו את $\sphericalangle COB$



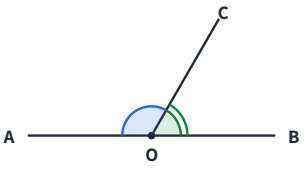
תרגיל 2: זוויות צמודות · עם משוואה

מתמטריק ללמוד ולהצליח eldadh.co.il

AB ישר, והנקודה O נמצאת עליו

נתון: $\sphericalangle AOC = 3x + 15$ ו־$\sphericalangle COB = x + 25$

מצאו את x ואת שתי הזוויות

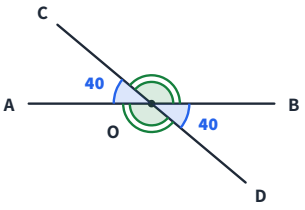


תרגיל 3: זוויות קדקודיות

הישרים AB ו־CD נחתכים בנקודה O

נתון: $\sphericalangle AOC = 40$

מצאו את שלוש הזוויות האחרות

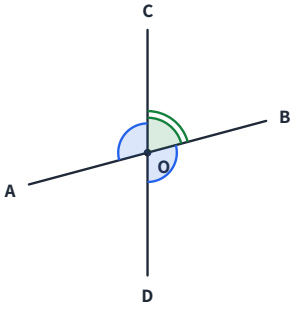


תרגיל 4: זוויות קדקודיות · עם משוואה

הישרים AB ו־CD נחתכים בנקודה O

נתון: $\sphericalangle AOC = 5x - 20$ ו־$\sphericalangle BOD = 3x + 30$

מצאו את x ואת $\sphericalangle COB$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$\sphericalangle COB = 115$ מעלות
תרגיל 2	$x = 35$, $\sphericalangle AOC = 120$ מעלות , $\sphericalangle COB = 60$ מעלות
תרגיל 3	$\sphericalangle BOD = 40$, $\sphericalangle COB = 140$, $\sphericalangle AOD = 140$ מעלות
תרגיל 4	$x = 25$, $\sphericalangle COB = 75$ מעלות

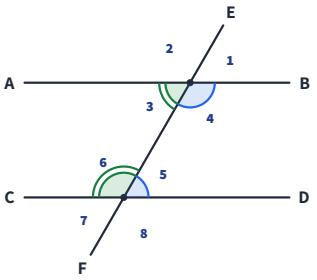
💡 זוויות צמודות ← הסכום שלהן 180 מעלות. זוויות קדקודיות ← שוות זו לזו. תמיד מסמנים בשרטוט את הנתון, ובכל שורה כותבים טענה ונימוק.

שיעור 2 זוויות בין ישרים מקבילים

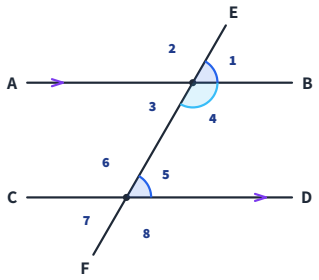
לשיעור ⇐

דף הסבר

ישר שחותך שני ישרים: 8 זוויות



כשהישרים מקבילים



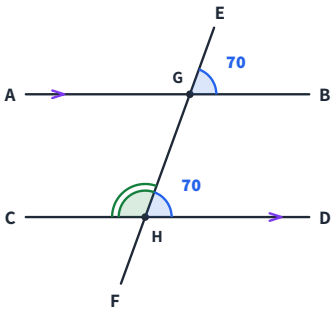
בין ישרים מקבילים: מתאימות ← שוות · מתחלפות ← שוות · חד־צדדיות ← סכום 180 מעלות ✅

תרגיל 1: זוויות מתאימות · קל

$AB \parallel CD$ והישר EF חותך אותם בנקודות G ו־H

נתון: $\sphericalangle EGB = 70$

מצאו את $\sphericalangle GHD$ ואת $\sphericalangle CHG$

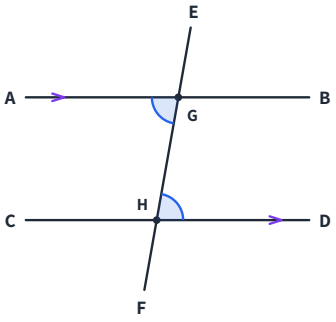


תרגיל 2: זוויות מתחלפות · עם משוואה

$AB \parallel CD$ והישר EF חותך אותם בנקודות G ו־H

נתון: $\sphericalangle AGH = 2x + 10$ ו־$\sphericalangle GHD = 3x - 25$

מצאו את x ואת $\sphericalangle AGH$

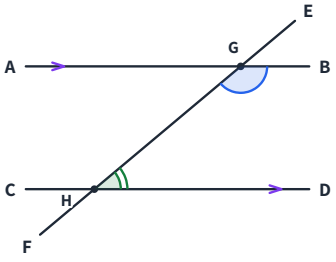


תרגיל 3: זוויות חד־צדדיות · עם משוואה

$AB \parallel CD$ והישר EF חותך אותם בנקודות G ו־H

נתון: $\sphericalangle BGH = 4x + 20$ ו־$\sphericalangle GHD = x + 10$

מצאו את x ואת שתי הזוויות

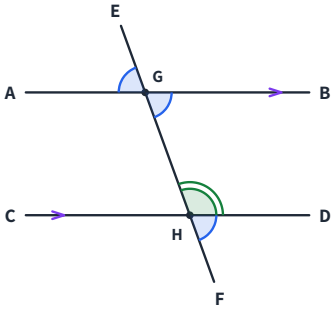


תרגיל 4: מורכב · קדקודיות + מתאימות + צמודות

$AB \parallel CD$ והישר EF חותך אותם בנקודות G ו־H

נתון: $\sphericalangle AGE = 2x + 30$ ו־$\sphericalangle DHF = 4x - 10$

מצאו את x ואת $\sphericalangle GHD$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$\sphericalangle GHD = 70$ מעלות , $\sphericalangle CHG = 110$ מעלות
תרגיל 2	$x = 35$, $\sphericalangle AGH = 80$ מעלות
תרגיל 3	$x = 30$, $\sphericalangle BGH = 140$, $\sphericalangle GHD = 40$
תרגיל 4	$x = 20$, $\sphericalangle GHD = 110$ מעלות

💡 קודם מזהים את הזוג (מתאימות, מתחלפות או חד־צדדיות), ורק אחר כך משתמשים במשפט. בכל שורה: טענה ונימוק.

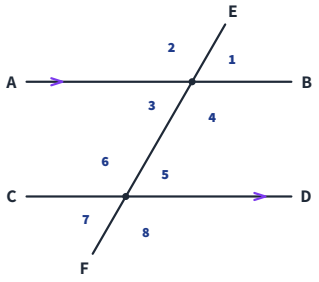
שיעור 3 משפטים הפוכים: מתי ישרים מקבילים

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

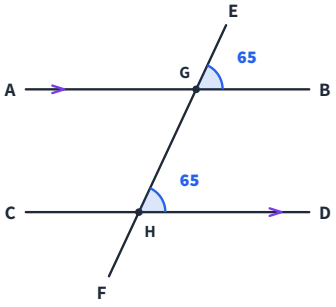
איך מוכיחים ששני ישרים מקבילים, ותרגיל "זווית שבירה" עם קו עזר

מתי שני ישרים מקבילים?



מתאימות שוות ← מקבילים · מתחלפות שוות ← מקבילים · סכום חד־צדדיות 180 ← מקבילים ✅

תרגיל 1: מתאימות שוות ← מקבילים · קל

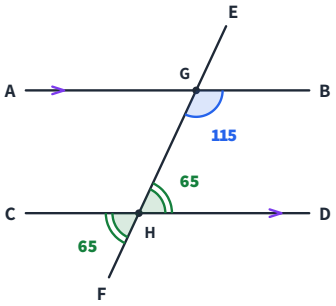


הישר EF חותך את AB ואת CD בנקודות G ו־H

נתון: $\sphericalangle EGB = 65$ ו־$\sphericalangle GHD = 65$

הוכיחו: $AB \parallel CD$

תרגיל 2: קדקודיות + חד־צדדיות ← מקבילים



הישר EF חותך את AB ואת CD בנקודות G ו־H

נתון: $\sphericalangle BGH = 115$ ו־$\sphericalangle CHF = 65$

הוכיחו: $AB \parallel CD$

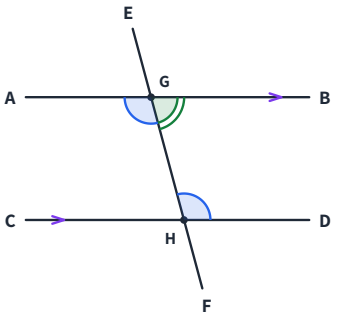
תרגיל 3: משוואה + מתחלפות ← מקבילים

הישר EF חותך את AB ואת CD בנקודות G ו־H

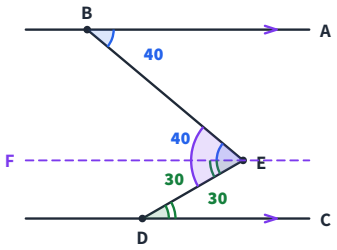
נתון: $\sphericalangle AGH = 4x - 15$ ו־$\sphericalangle BGH = x + 45$

וגם: $\sphericalangle GHD = 3x + 15$

הוכיחו: $AB \parallel CD$



תרגיל 4: מורכב · "זווית שבירה" עם קו עזר



$AB \parallel CD$ והנקודה E נמצאת בין שני הישרים

נתון: $\sphericalangle ABE = 40$ ו־$\sphericalangle CDE = 30$

מצאו את $\sphericalangle BED$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	✅ הוכחנו: $AB \parallel CD$
תרגיל 2	✅ הוכחנו: $AB \parallel CD$
תרגיל 3	✅ פתרון: $x = 30$, ולכן $AB \parallel CD$
תרגיל 4	$\sphericalangle BED = 70$ מעלות

💡 כדי להוכיח ש־$AB \parallel CD$ מספיק זוג זוויות אחד. ב"זווית שבירה" בין מקבילים: מעבירים קו עזר מקביל, והזווית באמצע שווה לסכום שתי הזוויות.

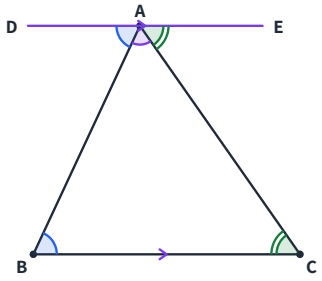
פרק 2 – משולשים

שיעור 4 סכום זוויות במשולש וזווית חיצונית

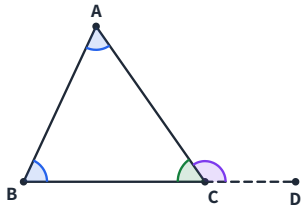
לשיעור ⇐

דף הסבר

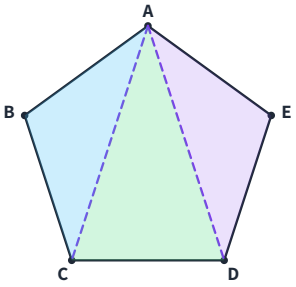
סכום הזוויות במשולש



זווית חיצונית למשולש



סכום הזוויות במצולע

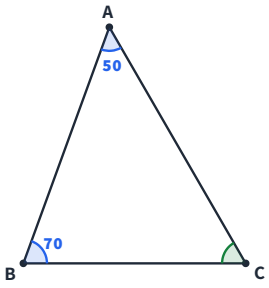


משולש: $\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180$ · זווית חיצונית = סכום שתי הזוויות הרחוקות · מצולע: $(n-2)\cdot 180$ ✅

תרגיל 1: סכום זוויות · קל

במשולש ABC נתון: $\sphericalangle A = 50$, $\sphericalangle B = 70$

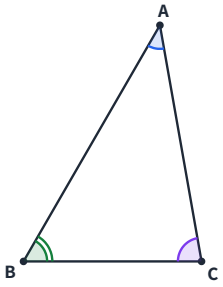
מצאו את $\sphericalangle C$



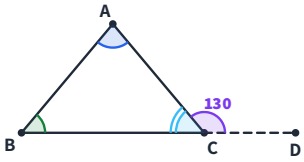
תרגיל 2: סכום זוויות עם יחס · בינוני

במשולש ABC היחס בין הזוויות הוא $\sphericalangle A : \sphericalangle B : \sphericalangle C = 2 : 3 : 4$

מצאו את זוויות המשולש



תרגיל 3: זווית חיצונית ומשוואה · בינוני



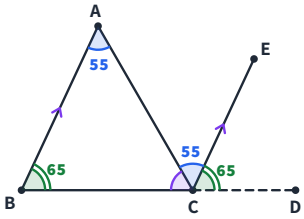
D על המשך הצלע BC. נתון: $\sphericalangle B = x + 10$, $\sphericalangle A = 2x$, $\sphericalangle ACD = 130$

מצאו את x ואת זוויות המשולש

תרגיל 4: מורכב: מקבילים + משולש

D על המשך BC, והקרן CE מקבילה לצלע BA

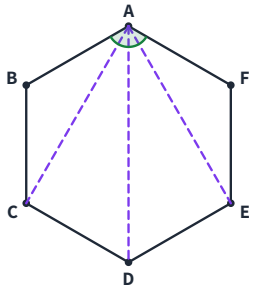
נתון: $\sphericalangle B = 65$, $\sphericalangle A = 55$. מצאו את $\sphericalangle ECD$, $\sphericalangle ACE$ ואת $\sphericalangle ACB$



תרגיל 5: מצולע משוכלל · בינוני

$ABCDEF$ משושה משוכלל (6 צלעות שוות ו־6 זוויות שוות)

מצאו את סכום הזוויות ואת גודל כל זווית



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$\sphericalangle C = 60$ מעלות
תרגיל 2	$\sphericalangle A = 40$, $\sphericalangle B = 60$, $\sphericalangle C = 80$
תרגיל 3	$x = 40$, $\sphericalangle A = 80$, $\sphericalangle B = 50$, $\sphericalangle ACB = 50$
תרגיל 4	$\sphericalangle ACE = 55$, $\sphericalangle ECD = 65$, $\sphericalangle ACB = 60$
תרגיל 5	סכום הזוויות 720 מעלות, כל זווית 120 מעלות

💡 כשמשתמשים במשפט כותבים אותו כנימוק. סכום 180 – לזוויות פנימיות. זווית חיצונית – לזווית שמחוץ למשולש.

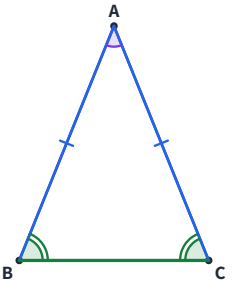
שיעור 5 משולש שווה שוקיים: זוויות הבסיס

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

זוויות הבסיס שוות, המשפט ההפוך ומשולש שווה צלעות

משולש שווה שוקיים

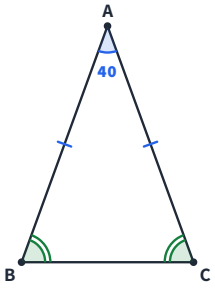


$AB = AC \iff \sphericalangle B = \sphericalangle C$ · **שווה צלעות: כל זווית 60** ✅

תרגיל 1: זוויות הבסיס · קל

במשולש ABC נתון: $\sphericalangle A = 40$, $AB = AC$

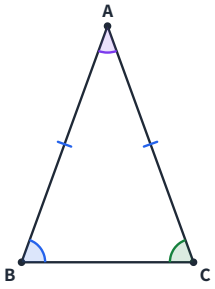
מצאו את $\sphericalangle B$ ואת $\sphericalangle C$



תרגיל 2: משוואה · בינוני

במשולש ABC נתון: $AB = AC$, $\sphericalangle B = 2x + 10$, $\sphericalangle C = 3x - 20$

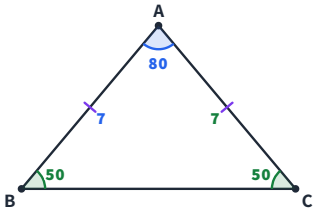
מצאו את x ואת זוויות המשולש



תרגיל 3: משפט הפוך · בינוני

במשולש ABC נתון: $\sphericalangle A = 80$, $\sphericalangle B = 50$, $AB = 7$

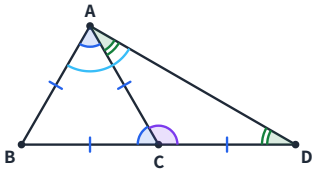
מצאו את AC



תרגיל 4: מורכב: שווה צלעות + שווה שוקיים

ABC משולש שווה צלעות. D על המשך BC כך ש־$CD = CA$

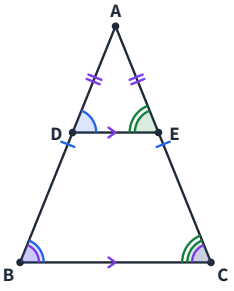
מצאו את $\sphericalangle CAD$ ואת $\sphericalangle BAD$



תרגיל 5: הוכחה · מורכב

במשולש ABC נתון $AB = AC$. הישר DE מקביל ל־BC (D על AB , E על AC)

הוכיחו: $AD = AE$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$\sphericalangle B = 70$, $\sphericalangle C = 70$
תרגיל 2	$x = 30$, $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 70$, $\sphericalangle A = 40$
תרגיל 3	$AC = 7$ (המשולש שווה שוקיים)
תרגיל 4	$\sphericalangle BAD = 90$, $\sphericalangle CAD = 30$
תרגיל 5	הוכחנו: $AD = AE$ (גם המשולש ADE שווה שוקיים)

💡 לפני שמשתמשים במשפט – בודקים מול איזו צלע כל זווית נמצאת. זוויות הבסיס הן הזוויות שמול השוקיים.

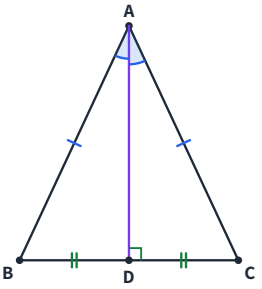
שיעור 6 שווה שוקיים: חוצה זווית, תיכון וגובה

לשיעור ⇐

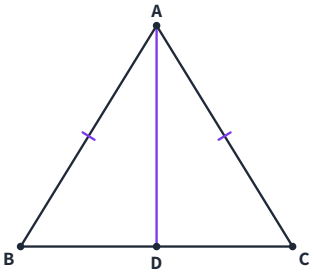
📄 דף הסבר

הקטע מזווית הראש הוא חוצה זווית, תיכון וגובה – והמשפטים ההפוכים

חוצה זווית הראש = תיכון = גובה



מתי משולש הוא שווה שוקיים?

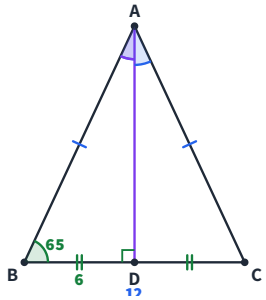


שווה שוקיים: חוצה זווית הראש = תיכון = גובה · שניים מתוך שלושה ← שווה שוקיים ✅

תרגיל 1: חוצה זווית הראש · קל

במשולש ABC: AD חוצה את $\sphericalangle A$, $AB = AC$, $\sphericalangle B = 65$, $BC = 12$

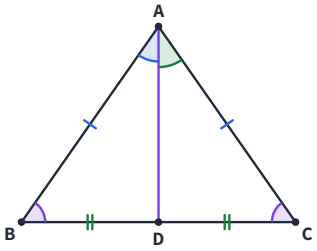
מצאו את $\sphericalangle ADB$, BD ו־$\sphericalangle BAD$



תרגיל 2: תיכון לבסיס + משוואה · בינוני

במשולש ABC: $AB = AC$ ו־AD תיכון לבסיס

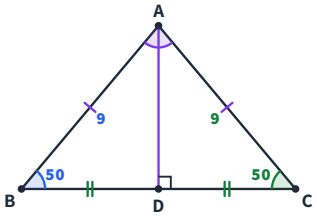
נתון: $\sphericalangle CAD = 5x - 15$, $\sphericalangle BAD = 3x + 5$. מצאו את x ואת זוויות המשולש



תרגיל 3: משפט הפוך · בינוני

במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון וגם גובה (D על BC)

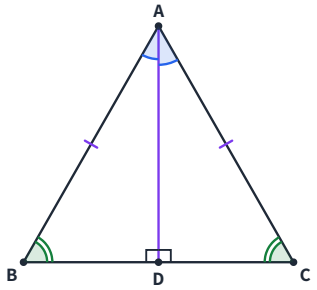
נתון: $\sphericalangle B = 50$, $AB = 9$. מצאו את AC ואת $\sphericalangle A$



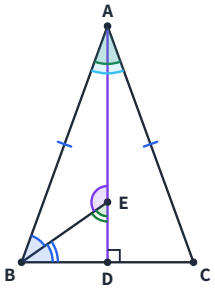
תרגיל 4: הוכחה · מורכב

במשולש ABC הקטע AD חוצה את $\sphericalangle A$ וגם מאונך ל־BC

הוכיחו בעזרת סכום זוויות: $AB = AC$



תרגיל 5: מורכב: שילוב משפטים



AD , $\sphericalangle BAC = 40$, $AB = AC$ גובה לבסיס. BE חוצה את $\sphericalangle B$ ונפגש עם AD בנקודה E

מצאו את $\sphericalangle AEB$, $\sphericalangle ABE$ ו־$\sphericalangle BED$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$BD = 6$, $\sphericalangle ADB = 90$, $\sphericalangle BAD = 25$
תרגיל 2	$x = 10$, $\sphericalangle A = 70$, $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 55$
תרגיל 3	$AC = 9$, $\sphericalangle A = 80$
תרגיל 4	הוכחנו: $AB = AC$ – המשולש שווה שוקיים
תרגיל 5	$\sphericalangle ABE = 35$, $\sphericalangle AEB = 125$, $\sphericalangle BED = 55$

💡 המשפט נכון רק לקטע שיוצא מזווית הראש אל הבסיס. כותבים בכל שורה איזה תפקיד יש לקטע (תיכון / גובה / חוצה זווית).

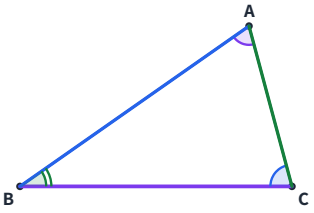
שיעור 7 צלע מול זווית ואי־שוויון המשולש

לשיעור ⇐

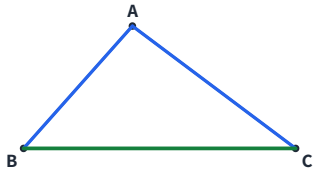
📄 דף הסבר

מול הצלע הגדולה הזווית הגדולה, אי־שוויון המשולש והצלע השלישית

צלע מול זווית



אי־שוויון המשולש

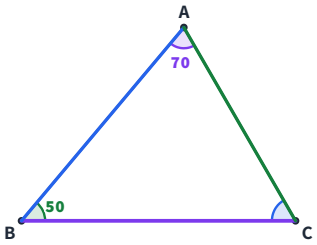


✅ **צלע גדולה ⟺ זווית גדולה מולה** · $a + b > c$ · $a - b < c < a + b$

תרגיל 1: מזווית לצלע · קל

במשולש ABC: $\sphericalangle B = 50$, $\sphericalangle A = 70$

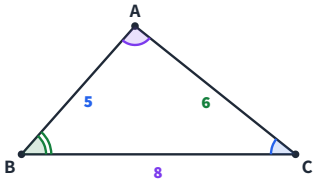
סדרו את הצלעות מהגדולה לקטנה



תרגיל 2: מצלע לזווית · קל

במשולש ABC: $AB = 5$, $BC = 8$, $AC = 6$

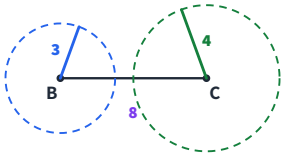
סדרו את זוויות המשולש מהגדולה לקטנה



תרגיל 3: אי־שוויון המשולש · קל

האם אפשר לבנות משולש שאורכי צלעותיו:

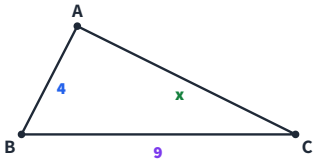
א. 8 , 4 , 3 ב. 10 , 7 , 5



תרגיל 4: הצלע השלישית · בינוני

במשולש שתי צלעות: 4 ו־9. הצלע השלישית x היא מספר שלם

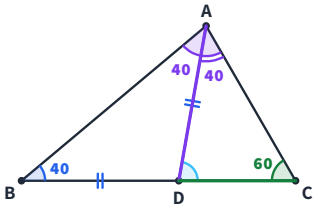
א. אילו ערכים אפשריים ל־x? ב. המשולש שווה שוקיים – מה x?



תרגיל 5: מורכב: איזה קטע ארוך יותר?

במשולש ABC: $\sphericalangle C = 60$, $\sphericalangle B = 40$. הקטע AD חוצה את $\sphericalangle A$ (D על BC)

סדרו את הקטעים DC , AD , BD מהגדול לקטן



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$BC > AB > AC$
תרגיל 2	$\sphericalangle A > \sphericalangle B > \sphericalangle C$
תרגיל 3	א. לא · ב. כן
תרגיל 4	א. 7 ערכים: 12 , 11 , 10 , 9 , 8 , 7 , 6 · ב. $x = 9$
תרגיל 5	$BD = AD > DC$

💡 "מול" = הזווית שלא נוגעת בצלע. בודקים אי־שוויון משולש מול הצלע הגדולה.

פרק 3 – חפיפת משולשים

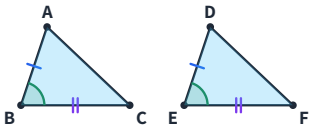
שיעור 8 חפיפת משולשים: משפט צ.ז.צ

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

הגדרת חפיפה, התאמת קדקודים ומשפט צ.ז.צ

חפיפת משולשים: צ.ז.צ

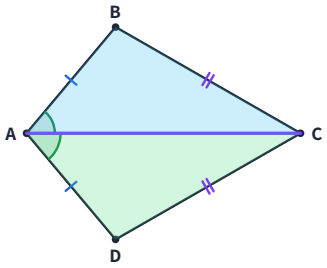


צ.ז.צ: שתי צלעות והזווית שביניהן ← $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ← צלעות וזוויות מתאימות שוות ✅

תרגיל 1: צ.ז.צ · קל

במרובע $ABCD$: $AB = AD$, והאלכסון AC חוצה את $\sphericalangle BAD$

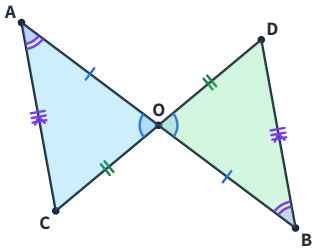
הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ו־$BC = DC$



תרגיל 2: צ.ז.צ עם זוויות קדקודיות · בינוני

הקטעים AB ו־CD נחתכים בנקודה O, ו־O אמצע של שניהם

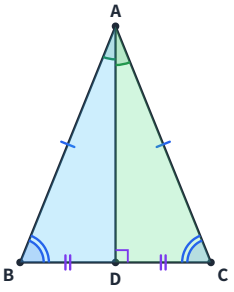
הוכיחו: $AC = BD$ ו־$AC \parallel BD$



תרגיל 3: הוכחת משפט (מבטיחים משיעור 5)

במשולש ABC: $AB = AC$, ו־AD חוצה את $\sphericalangle A$

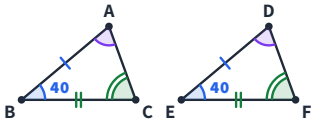
הוכיחו: $\sphericalangle B = \sphericalangle C$, $BD = DC$, $AD \perp BC$



תרגיל 4: חפיפה ומשוואה · בינוני

נתון: $AB = DE$, $BC = EF$, $\sphericalangle B = \sphericalangle E = 40$

$\sphericalangle D = 2x - 10$, $\sphericalangle A = x + 30$. מצאו את x ואת $\sphericalangle C$ ו־$\sphericalangle F$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	הוכחנו: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ולכן $BC = DC$
תרגיל 2	הוכחנו: $AC = BD$ ו־$AC \parallel BD$
תרגיל 3	הוכחנו: $AD \perp BC$, $BD = DC$, $\sphericalangle B = \sphericalangle C$
תרגיל 4	$x = 40$, $\sphericalangle C = \sphericalangle F = 70$

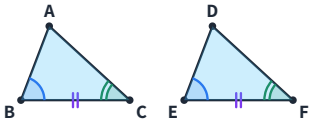
💡 כותבים את המשולשים לפי הסדר המתאים (A מול B , D מול C , E מול F). בכל שורת הוכחה: טענה + נימוק.

שיעור 9 חפיפת משולשים: משפט ז.צ.ז

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

חפיפת משולשים: ז.צ.ז

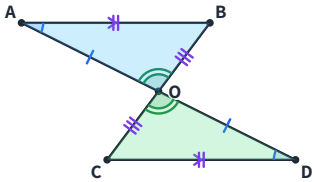


ז.צ.ז: שתי זוויות והצלע שביניהן ← המשולשים חופפים ✅

תרגיל 1: ז.צ.ז עם מקבילים · בינוני

הקטעים AD ו־BC נחתכים בנקודה O. נתון: $AB \parallel CD$, $AO = OD$

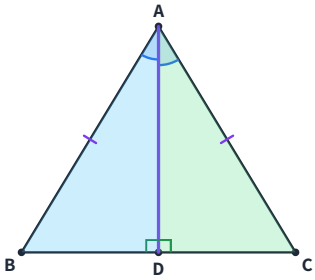
הוכיחו: $AB = DC$ ו־$BO = OC$



תרגיל 2: הוכחת משפט הפוך משיעור 6

במשולש ABC הקטע AD חוצה את $\sphericalangle A$ וגם גובה ל־BC

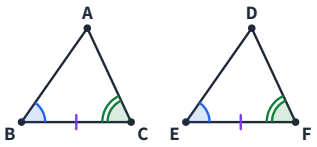
הוכיחו בעזרת חפיפה: $AB = AC$



תרגיל 3: חפיפה ומשוואה · קל

נתון: $\sphericalangle B = \sphericalangle E$, $BC = EF$, $\sphericalangle C = \sphericalangle F$

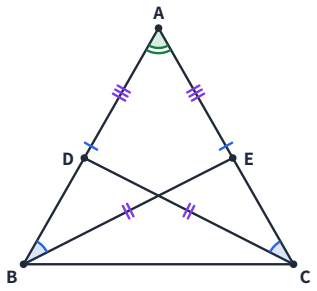
$AB = 3y - 1$, $DE = 2y + 4$. מצאו את y ואת AB.



תרגיל 4: מורכב: שתי חפיפות בשרטוט אחד

במשולש ABC: $AB = AC$. D על AB ו־E על AC, ונתון $\sphericalangle ACD = \sphericalangle ABE$

הוכיחו: $BE = CD$, וגם המשולש ADE שווה שוקיים



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	הוכחנו: $AB = DC$, $BO = OC$
תרגיל 2	הוכחנו: $AB = AC$ – המשולש שווה שוקיים
תרגיל 3	$y = 5$, $AB = DE = 14$
תרגיל 4	הוכחנו: $BE = CD$, $AD = AE$

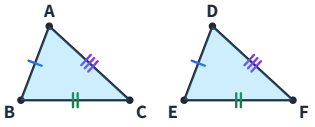
💡 אם יש לנו זוויות שוות ממקבילים או מזוויות קדקודיות – לרוב משתמשים ב־ז.צ.ז.

שיעור 10 חפיפת משולשים: משפט צ.צ.צ

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

חפיפת משולשים: צ.צ.צ

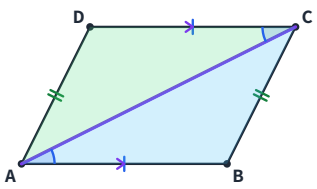


צ.צ.צ: שלוש צלעות שוות ← המשולשים חופפים ← הזוויות המתאימות שוות ✅

תרגיל 1: צ.צ.צ ומקבילים · בינוני

במרובע $ABCD$: $AD = CB$, $AB = CD$. מעבירים את האלכסון AC

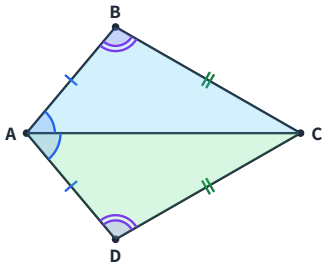
הוכיחו: $AB \parallel CD$



תרגיל 2: צ.צ.צ בדלתון · קל

במרובע $ABCD$: $AB = AD$, $CB = CD$

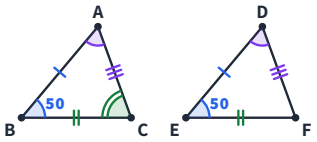
הוכיחו: AC חוצה את $\sphericalangle BAD$, ו־$\sphericalangle B = \sphericalangle D$



תרגיל 3: חפיפה ומשוואה · בינוני

נתון: $AB = DE$, $BC = EF$, $AC = DF$, $\sphericalangle E = 50$

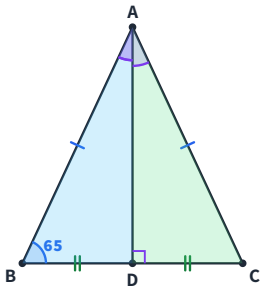
$\sphericalangle D = 3x - 15$, $\sphericalangle A = 2x + 10$. מצאו את x ואת זוויות המשולש ABC



תרגיל 4: הוכחה + חישוב · מורכב

במשולש ABC: $AB = AC$ ו־D אמצע BC. נתון $\sphericalangle B = 65$

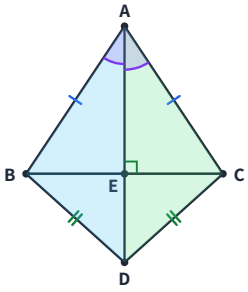
הוכיחו: AD חוצה את $\sphericalangle A$ ו־$AD \perp BC$. מצאו את $\sphericalangle BAD$



תרגיל 5: מורכב: שני משולשים שווי שוקיים

ABC ו־DBC משולשים שווי שוקיים על אותו בסיס BC $(AB = AC$, $DB = DC)$

הוכיחו: $AD \perp BC$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	הוכחנו: $AB \parallel CD$
תרגיל 2	הוכחנו: AC חוצה את $\sphericalangle D = \sphericalangle B$, $\sphericalangle BAD$
תרגיל 3	$\sphericalangle C = 70$, $\sphericalangle B = 50$, $\sphericalangle A = 60$, $x = 25$
תרגיל 4	AD חוצה זווית וגובה , $\sphericalangle BAD = 25$
תרגיל 5	הוכחנו: $AD \perp BC$

💡 אחרי החפיפה כותבים איזו זווית שווה לאיזו – לפי סדר הקדקודים בשם המשולשים.

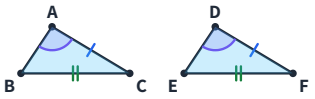
שיעור 11 חפיפת משולשים: משפט צ.צ.ז

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

שתי צלעות והזווית שמול הגדולה, ומשולשים ישרי זווית

חפיפת משולשים: צ.צ.ז

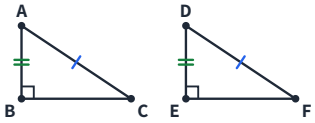


צ.צ.ז: שתי צלעות + הזווית שמול הגדולה ← חופפים · ישרי זווית: יתר + ניצב ✅

תרגיל 1: יתר וניצב + משוואה · קל

$\sphericalangle B = \sphericalangle E = 90$, $AC = DF$ (יתר) , $AB = DE$ (ניצב)

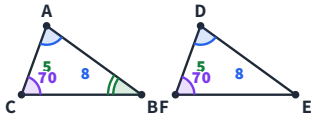
$BC = 2y + 1$, $EF = y + 6$. מצאו את y ואת BC



תרגיל 2: צ.צ.ז · בינוני

נתון: $\sphericalangle C = \sphericalangle F = 70$, $AB = DE = 8$, $AC = DF = 5$

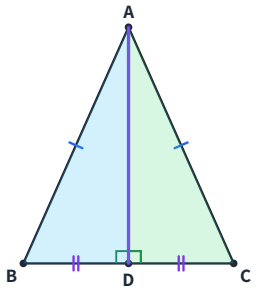
$\sphericalangle D = 2x + 26$, $\sphericalangle A = 3x + 2$. מצאו את $\sphericalangle A$, x ו־$\sphericalangle B$



תרגיל 3: יתר וניצב בשווה שוקיים · בינוני

במשולש ABC: $AB = AC$, ו־AD גובה לבסיס BC

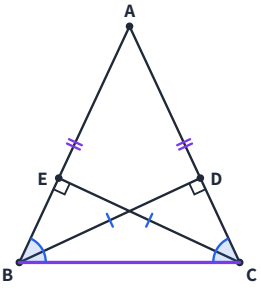
הוכיחו: $BD = DC$ (הגובה לבסיס הוא גם תיכון)



תרגיל 4: מורכב: גבהים שווים

במשולש ABC: $CE \perp AB$, $BD \perp AC$, ונתון $BD = CE$

הוכיחו: $AB = AC$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$y = 5$, $BC = 11$
תרגיל 2	$x = 24$, $\sphericalangle A = 74$, $\sphericalangle B = 36$
תרגיל 3	הוכחנו: $BD = DC$
תרגיל 4	הוכחנו: $AB = AC$

💡 ארבעת משפטי החפיפה: צ.ז.צ , ז.צ.ז , צ.צ.צ , צ.צ.ז. לפני שכותבים – בודקים שהזווית במקום הנכון.

פרק 4 – קווים מיוחדים במשולש

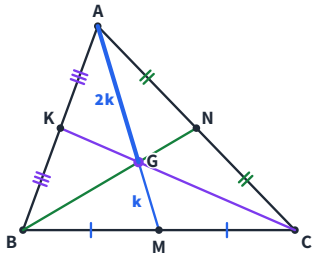
שיעור 12 **תיכונים: נקודת מפגש, יחס 2 : 1 ושטחים**

לשיעור ⇐

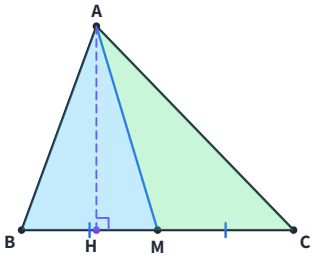
📄 דף הסבר

מפגש התיכונים, יחס 2 : 1 ושני משולשים שווי שטח

התיכונים במשולש



התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח

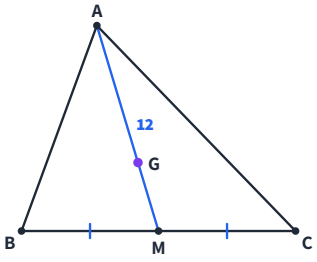


✅ **התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח** · $AG : GM = 2 : 1$

תרגיל 1: יחס 2 : 1 · קל

AM תיכון במשולש ABC, ו־G מפגש התיכונים. נתון: $AM = 12$

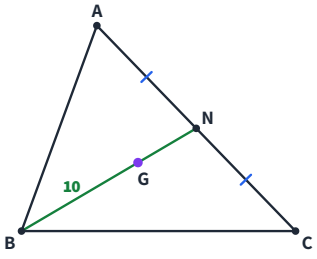
מצאו את AG ואת GM



תרגיל 2: מהחלק לתיכון כולו · קל

BN תיכון במשולש ABC, ו־G מפגש התיכונים. נתון: $BG = 10$

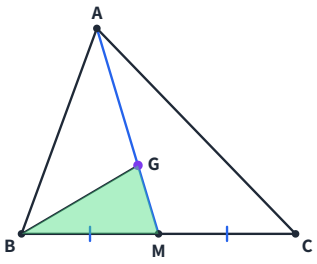
מצאו את GN ואת אורך התיכון BN



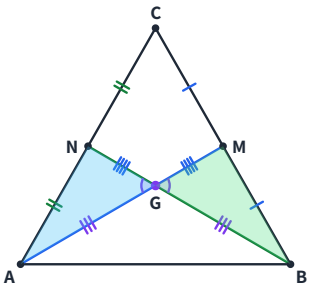
תרגיל 3: שטחים · בינוני

AM תיכון במשולש ABC ו־G מפגש התיכונים. שטח המשולש ABC הוא 48

מצאו את שטח המשולש ABM ואת שטח המשולש BGM



תרגיל 4: מורכב: תיכונים שווים



AM ו־BN תיכונים במשולש ABC, נחתכים בנקודה G. נתון: $AM = BN$

הוכיחו: $AC = BC$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$AG = 8\ ,\ GM = 4$
תרגיל 2	$GN = 5\ ,\ BN = 15$
תרגיל 3	$S(ABM) = 24\ ,\ S(BGM) = 8$
תרגיל 4	הוכחנו: $AC = BC$ (המשולש שווה שוקיים)

💡 G נמצאת ב"שליש" של כל תיכון, קרוב לצלע. בשטחים: אותו גובה ← משווים בסיסים.

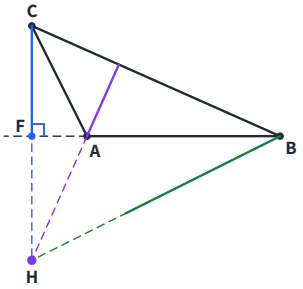
שיעור 13 גבהים, אנך אמצעי וחוצה זווית

לשיעור ⇐

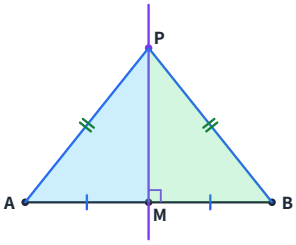
דף הסבר

גבהים, האנך האמצעי וחוצה הזווית כמקום גאומטרי, ומרכזי המעגלים

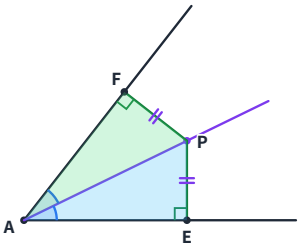
גבהים במשולש (גם בקהה זווית)



האנך האמצעי כמקום גאומטרי



חוצה הזווית כמקום גאומטרי

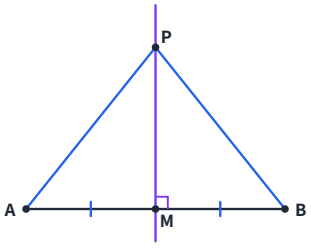


אנך אמצעי: $PA = PB$ · חוצה זווית: מרחקים שווים מהשוקיים · מפגש האנכים האמצעיים – מרכז מעגל חוסם · מפגש חוצי הזוויות – מרכז מעגל חסום ✅

תרגיל 1: אנך אמצעי · קל

P נמצאת על האנך האמצעי של הקטע AB

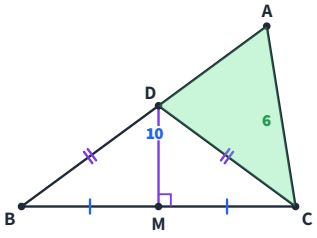
$PB = x + 6$, $PA = 3x - 4$. מצאו את x ואת PA



תרגיל 2: אנך אמצעי והיקף · בינוני

במשולש ABC: $AC = 6$, $AB = 10$. האנך האמצעי של BC חותך את AB ב־D

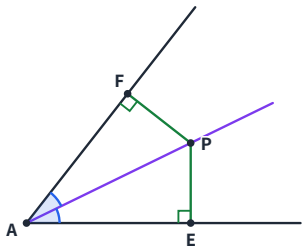
מצאו את היקף המשולש ADC



תרגיל 3: חוצה זווית ומרחקים · קל

P על חוצה הזווית $\sphericalangle A$. PE ו־PF אנכים לשוקי הזווית

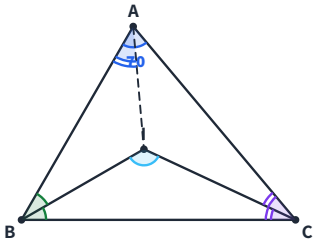
$PF = 5y - 8$, $PE = 2y + 1$. מצאו את y ואת המרחק של P מהשוקיים



תרגיל 4: מרכז המעגל החסום · מורכב

במשולש ABC: $\sphericalangle A = 70$. חוצי הזוויות $\sphericalangle B$ ו־$\sphericalangle C$ נפגשים בנקודה I

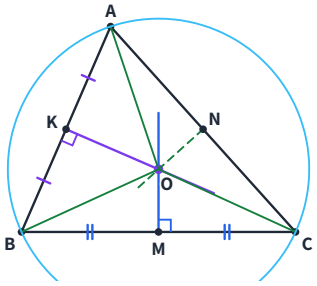
מצאו את $\sphericalangle BIC$ ואת $\sphericalangle BAI$



תרגיל 5: הוכחה: מרכז המעגל החסום

במשולש ABC האנכים האמצעיים של AB ושל BC נפגשים בנקודה O

הוכיחו: $OA = OB = OC$, ו־O נמצאת גם על האנך האמצעי של AC



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$x = 5$, $PA = 11$
תרגיל 2	היקף המשולש ADC הוא 16
תרגיל 3	$y = 3$, המרחק הוא 7
תרגיל 4	$\sphericalangle BAI = 35$, $\sphericalangle BIC = 125$
תרגיל 5	הוכחנו: $OA = OB = OC$ – O מרכז המעגל החסום

💡 מרחק מנקודה לישר הוא תמיד האנך. בחוצה זווית – מורידים אנכים לשוקיים.

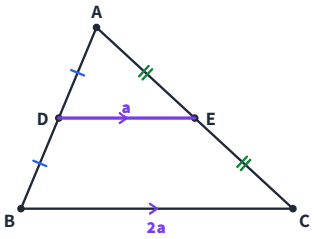
שיעור 14 קטע אמצעים במשולש

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית ושווה לחציה, והמשפט ההפוך

קטע אמצעים במשולש

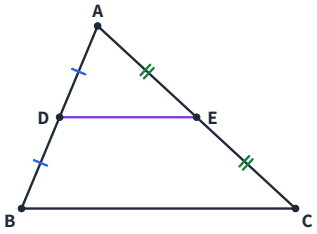


$DE \parallel BC$, $DE = BC : 2$ · ישר מאמצע צלע ומקביל לצלע שנייה – חוצה את השלישית ✅

תרגיל 1: קטע אמצעים ומשוואה · קל

D ו־E אמצעי הצלעות AB ו־AC

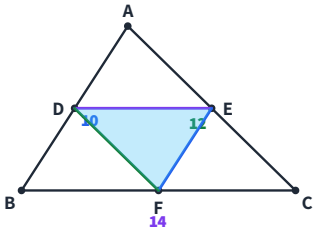
$DE = 3x + 1$, $BC = 4x + 12$. מצאו את x , DE ו־BC



תרגיל 2: משולש האמצעים · קל

במשולש ABC: $AB = 10$, $AC = 12$, $BC = 14$

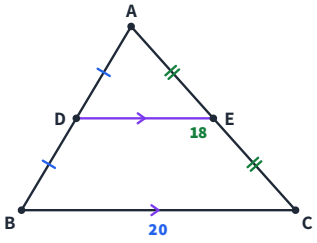
D , E , F אמצעי הצלעות. מצאו את היקף המשולש DEF



תרגיל 3: משפט הפוך · בינוני

D אמצע AB. דרך D מעבירים ישר מקביל ל־BC, החותך את AC ב־E

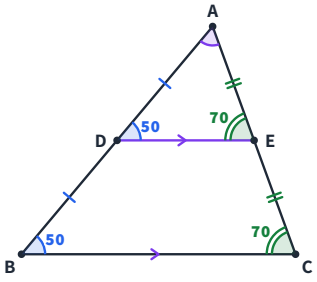
נתון: $BC = 20$, $AC = 18$. מצאו את AE ואת DE



תרגיל 4: קטע אמצעים וזוויות · קל

DE קטע אמצעים במשולש ABC (D על AB , E על AC). נתון: $\sphericalangle C = 70$, $\sphericalangle B = 50$

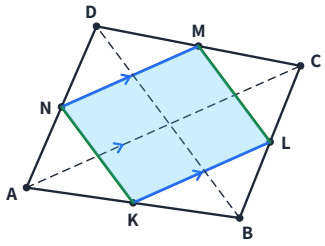
מצאו את זוויות המשולש ADE



תרגיל 5: מורכב: מרובע האמצעים

K , L , M , N אמצעי הצלעות של המרובע $ABCD$. נתון: $AC = 10$, $BD = 8$

הוכיחו: $KL \parallel NM$ ו־$KL = NM$, ומצאו את היקף $KLMN$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$x = 5$, $DE = 16$, $BC = 32$
תרגיל 2	היקף המשולש DEF הוא 18
תרגיל 3	$AE = 9$, $DE = 10$
תרגיל 4	$\sphericalangle A = 60$, $\sphericalangle AED = 70$, $\sphericalangle ADE = 50$
תרגיל 5	$KL = NM = 5$, $KL \parallel NM$, היקף $KLMN = 18$

💡 במרובע: אלכסון יוצר שני משולשים – ובכל אחד מהם קטע אמצעים.

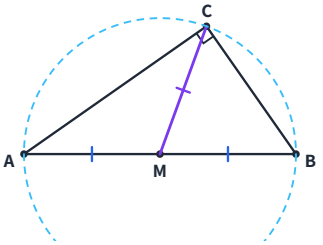
שיעור 15 התכיון ליתר וזווית של 30 מעלות

לשיעור ⇐

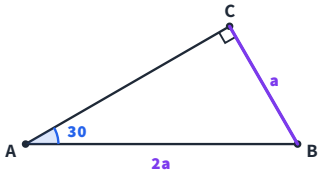
📄 דף הסבר

התכיון ליתר, הניצב מול 30 מעלות והמשפטים ההפוכים

התכיון ליתר במשולש ישר זווית



זווית של 30 מעלות במשולש ישר זווית

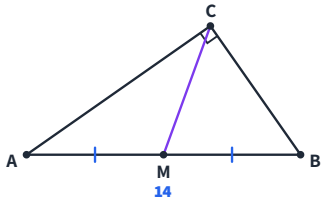


תיכון ליתר = חצי היתר · ניצב מול 30 = חצי היתר ✅

תרגיל 1: תיכון ליתר · קל

במשולש ABC: $\sphericalangle C = 90$, CM תיכון ליתר, $AB = 14$

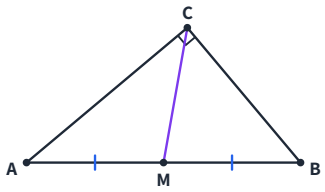
מצאו את AM , CM ו־MB



תרגיל 2: תיכון ליתר ומשוואה · בינוני

במשולש ABC: $\sphericalangle C = 90$, CM תיכון ליתר

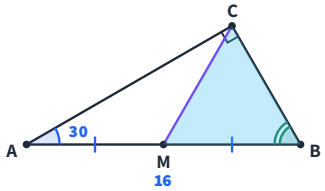
$AB = 6x - 2$, $CM = 2x + 3$. מצאו את x , CM ו־AB



תרגיל 3: 30 מעלות ותיכון ליתר · בינוני

במשולש ABC: CM , $AB = 16$, $\sphericalangle A = 30$, $\sphericalangle C = 90$ תיכון ליתר

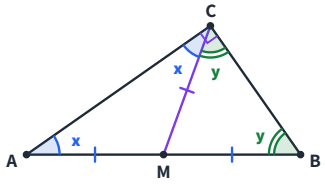
הוכיחו ש־$\triangle CMB$ שווה צלעות ומצאו את היקפו



תרגיל 4: הוכחה של המשפט ההפוך · מורכב

במשולש ABC , M אמצע AB ו־$CM = AM = MB$

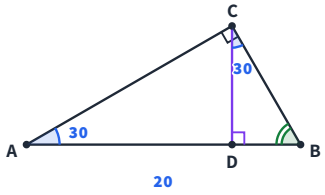
הוכיחו: $\sphericalangle ACB = 90$



תרגיל 5: מורכב: 30 מעלות פעמיים

במשולש ABC: $AB = 20$, $\sphericalangle A = 30$, $\sphericalangle ACB = 90$

CD גובה ליתר. מצאו את DB , BC ו־AD



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$CM = AM = MB = 7$
תרגיל 2	$x = 4$, $CM = 11$, $AB = 22$
תרגיל 3	$\triangle CMB$ שווה צלעות , היקפו 24
תרגיל 4	הוכחנו: $\sphericalangle ACB = 90$
תרגיל 5	$BC = 10$, $DB = 5$, $AD = 15$

💡 תיכון ליתר יוצר שני משולשים שווי שוקיים. 30 + תיכון ליתר ← משולש שווה צלעות.

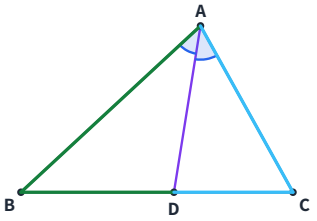
שיעור 16 משפט חוצה הזווית במשולש

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

חוצה הזווית מחלק את הצלע שמולו ביחס הצלעות, והמשפט ההפוך

משפט חוצה הזווית במשולש

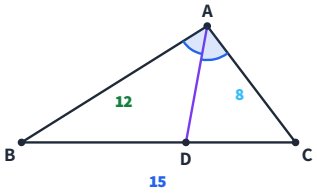


$BD : DC = AB : AC$ · ולהפך: יחס שווה ← חוצה זווית ✅

תרגיל 1: חלוקת הצלע · קל

AD חוצה את $\sphericalangle A$. נתון: $AB = 12 \, , \, AC = 8 \, , \, BC = 15$

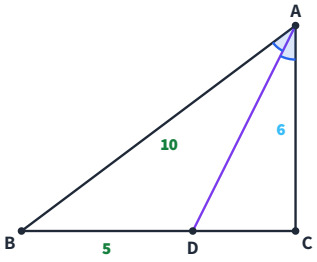
מצאו את BD ואת DC



תרגיל 2: מציאת קטע · קל

AD חוצה את $\sphericalangle A$. נתון: $AB = 10 \, , \, AC = 6 \, , \, BD = 5$

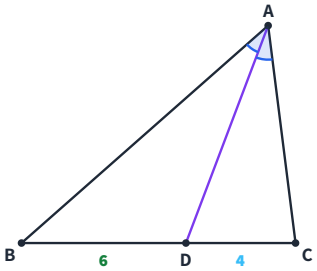
מצאו את DC ואת BC



תרגיל 3: משוואה · בינוני

AD חוצה את $\sphericalangle A$. נתון: $BD = 6 \, , \, DC = 4 \, , \, AB = x + 4 \, , \, AC = x$

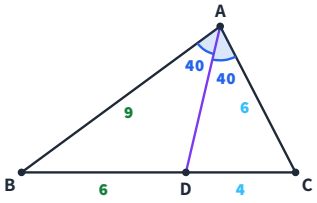
מצאו את x ואת הצלעות AB ו־AC



תרגיל 4: משפט הפוך · בינוני

במשולש ABC: D על BC , $BD = 6 \, , \, DC = 4$, $\sphericalangle BAD = 40$, $AB = 9 \, , \, AC = 6$

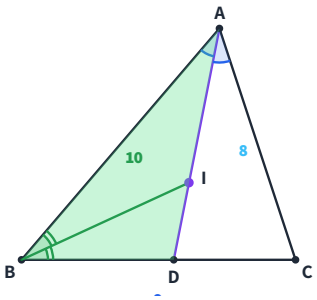
הוכיחו ש־AD חוצה את $\sphericalangle A$ ומצאו את $\sphericalangle BAC$



תרגיל 5: מורכב: חוצה זווית פעמיים

במשולש ABC: $AB = 10\ ,\ AC = 8\ ,\ BC = 9$

AD חוצה את $\sphericalangle A$ ו־BI חוצה את $\sphericalangle B$ (I על AD). מצאו את $BD\ ,\ DC$ ואת $AI : ID$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$BD = 9\ ,\ DC = 6$
תרגיל 2	$DC = 3\ ,\ BC = 8$
תרגיל 3	$x = 8\ ,\ AB = 12\ ,\ AC = 8$
תרגיל 4	AD חוצה זווית, $\sphericalangle BAC = 80$
תרגיל 5	$BD = 5\ ,\ DC = 4\ ,\ AI : ID = 2 : 1$

💡 כפל בהצלבה פותר כל פרופורציה. בודקים בסוף שהיחס באמת שווה.

פרק 5 – מרובעים

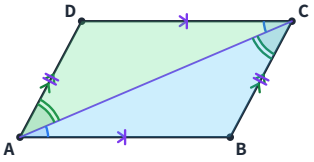
שיעור 17 מקבילית: תכונות ומשפטי זיהוי

לשיעור ⇐

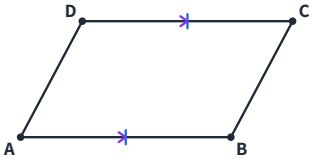
📄 דף הסבר

ארבע התכונות של מקבילית וארבעת משפטי הזיהוי

מקבילית: הצלעות הנגדיות שוות



איך מוכיחים שמרובע הוא מקבילית

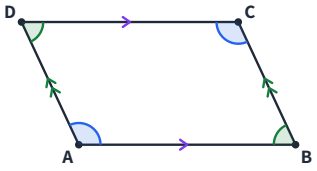


במקבילית: צלעות נגדיות שוות, זוויות נגדיות שוות, זוויות סמוכות = 180, האלכסונים חוצים זה את זה ✅

תרגיל 1: זוויות במקבילית · קל

$ABCD$ מקבילית. $\sphericalangle A = 3x + 10\ ,\ \sphericalangle B = x + 30$

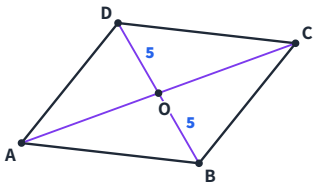
מצאו את x ואת כל זוויות המקבילית



תרגיל 2: אלכסונים · קל

$ABCD$ מקבילית, האלכסונים נפגשים ב־O

$BD = 10\ ,\ OC = y + 5\ ,\ AO = 2y + 1$. מצאו את $AC\ ,\ y$ ו־BO



תרגיל 3: היקף · קל

$ABCD$ מקבילית. AB גדולה פי 2 מ־BC, והיקף המקבילית 36

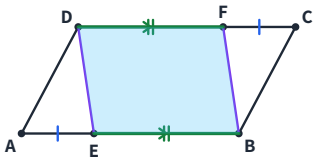
מצאו את אורכי הצלעות



תרגיל 4: הוכחה: מרובע שהוא מקבילית · בינוני

$ABCD$ מקבילית. E על AB , F על CD , ו־$AE = CF$

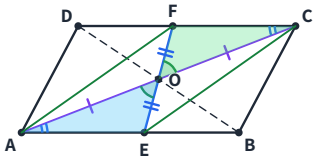
הוכיחו: $EBFD$ מקבילית



תרגיל 5: מורכב: ישר דרך מפגש האלכסונים

$ABCD$ מקבילית, O מפגש האלכסונים. ישר דרך O חותך את AB ב־E ואת CD ב־F

הוכיחו: $OE = OF$, ו־$AECF$ מקבילית



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$x = 35$, $\sphericalangle A = \sphericalangle C = 115$, $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 65$
תרגיל 2	$y = 4$, $AC = 18$, $BO = 5$
תרגיל 3	$AB = CD = 12$, $BC = DA = 6$
תרגיל 4	הוכחנו: $EBFD$ מקבילית
תרגיל 5	הוכחנו: $OE = OF$, $AECF$ מקבילית

💡 משפט זיהוי הכי שימושי: זוג צלעות נגדיות שוות וגם מקבילות, או אלכסונים שחוצים זה את זה.

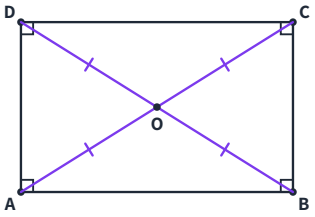
שיעור 18 מלבן, מעוין וריבוע

לשיעור ⇐

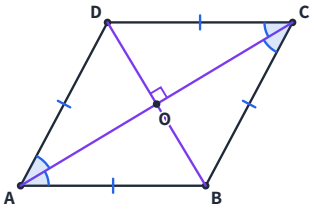
דף הסבר

התכונות ומשפטי הזיהוי של מלבן, מעוין וריבוע

מלבן

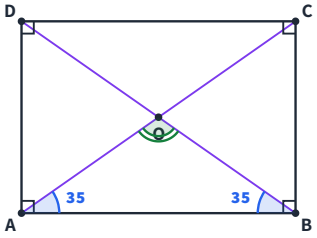


מעוין וריבוע



מלבן: זוויות 90 , אלכסונים שווים · מעוין: צלעות שוות , אלכסונים מאונכים וחוצי זוויות · ריבוע: הכול ✅

תרגיל 1: אלכסונים במלבן · בינוני

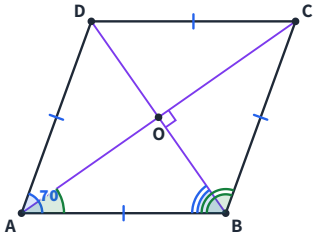


$ABCD$ מלבן, האלכסונים נפגשים ב־O

$AC = 3x + 2$, $BD = 5x - 6$, $\sphericalangle OAB = 35$

מצאו את x , AO ו־$\sphericalangle AOB$

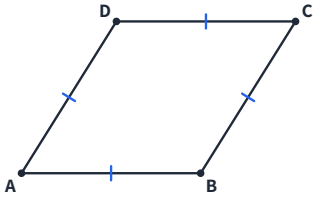
תרגיל 2: זוויות במעוין · בינוני



$ABCD$ מעוין, האלכסונים נפגשים ב־O , ונתון $\sphericalangle DAB = 70$

מצאו את $\sphericalangle ABO$, $\sphericalangle BAO$ ו־$\sphericalangle ABC$

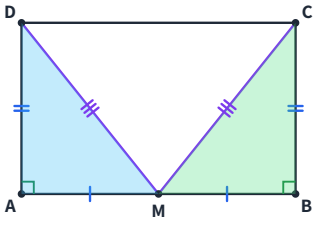
תרגיל 3: היקף מעוין · קל



$ABCD$ מעוין. $AB = 3y + 1$, $BC = 2y + 5$

מצאו את y ואת היקף המעוין

תרגיל 4: הוכחה במלבן · בינוני

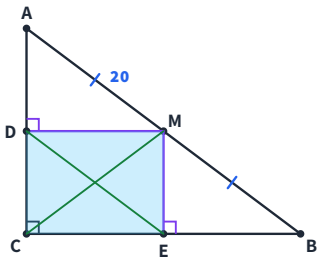


$ABCD$ מלבן, ו־M אמצע הצלע AB

הוכיחו: $MD = MC$

תרגיל 5: מורכב: מלבן בתוך משולש ישר זווית

במשולש ABC: M אמצע AB, $\sphericalangle C = 90$, $AB = 20$.
$ME \perp BC$, $MD \perp AC$. הוכיחו ש־$CDME$ מלבן ומצאו את DE



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$\sphericalangle AOB = 110$, $AO = 7$, $x = 4$
תרגיל 2	$\sphericalangle ABC = 110$, $\sphericalangle ABO = 55$, $\sphericalangle BAO = 35$
תרגיל 3	$y = 4$, היקף המעוין 52
תרגיל 4	הוכחנו: $MD = MC$
תרגיל 5	$CDME$ מלבן, $DE = 10$

💡 במלבן האלכסונים יוצרים 4 משולשים שווי שוקיים. במעוין – 4 משולשים ישרי זווית.

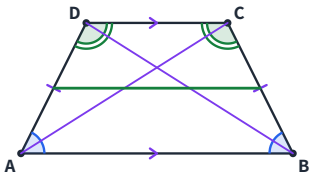
שיעור 19 טרפז ודלתון

לשיעור ⇐

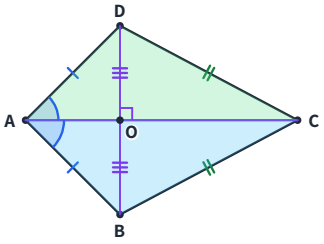
📄 דף הסבר

טרפז, טרפז שווה שוקיים, קטע אמצעים בטרפז ודלתון

טרפז וטרפז שווה שוקיים



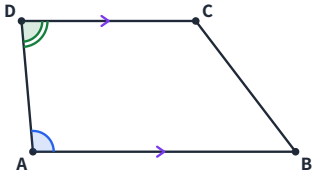
דלתון



טרפז: $\sphericalangle A + \sphericalangle D = 180$ · שווה שוקיים: זוויות בסיס ואלכסונים שווים · קטע אמצעים = חצי סכום הבסיסים · דלתון: האלכסון הראשי חוצה ומאונך ✅

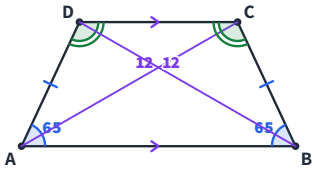
תרגיל 1: זוויות בטרפז · קל

$ABCD$ טרפז $(AB \parallel DC)$. $\sphericalangle A = 3x + 5$, $\sphericalangle D = 2x + 25$.
מצאו את x ואת $\sphericalangle A$ ו־$\sphericalangle D$



תרגיל 2: טרפז שווה שוקיים · קל

$ABCD$ טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel DC,\ AD = BC)$. $AC = 12$, $\sphericalangle A = 65$
מצאו את כל זוויות הטרפז ואת BD



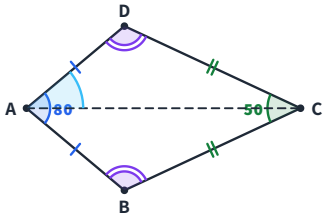
תרגיל 3: קטע אמצעים בטרפז · בינוני



$ABCD$ טרפז ($AB \parallel DC$), EF קטע האמצעים

$EF = x + 5$, $DC = x + 4$, $AB = 3x$. מצאו את x ואת שלושת הקטעים

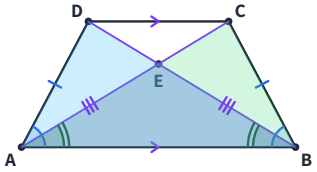
תרגיל 4: זוויות בדלתון · בינוני



$ABCD$ דלתון: $AB = AD$, $CB = CD$

נתון: $\sphericalangle BCD = 50$, $\sphericalangle BAD = 80$. מצאו את $\sphericalangle D$, $\sphericalangle B$ ואת $\sphericalangle DAC$

תרגיל 5: מורכב: האלכסונים בטרפז שווה שוקיים



$ABCD$ טרפז שווה שוקיים ($AD = BC$, $AB \parallel DC$). האלכסונים נחתכים ב־E

הוכיחו: $\triangle ABD \cong \triangle BAC$, ו־$EA = EB$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$\sphericalangle D = 85$, $\sphericalangle A = 95$, $x = 30$
תרגיל 2	$BD = 12$, $\sphericalangle C = \sphericalangle D = 115$, $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 65$
תרגיל 3	$EF = 8$, $DC = 7$, $AB = 9$, $x = 3$
תרגיל 4	$\sphericalangle DAC = 40$, $\sphericalangle D = 115$, $\sphericalangle B = 115$
תרגיל 5	הוכחנו: $EA = EB$, $\triangle ABD \cong \triangle BAC$

💡 קטע אמצעים בטרפז: מכפילים ב־2 כדי להיפטר מהשבר: $2 \cdot EF = AB + DC$.

פרק 6 – פיתגורס ודמיון משולשים

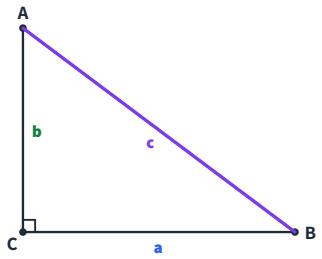
שיעור 20 משפט פיתגורס

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

$a^2 + b^2 = c^2$, המשפט ההפוך, ושימושים במעוין ובמשולש שווה שוקיים

משפט פיתגורס

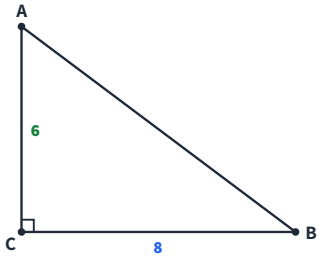


$a^2 + b^2 = c^2$ · יתר: מחברים ריבועים · ניצב: מחסרים ריבועים · ולהפך: $a^2 + b^2 = c^2$ ← זווית ישרה ✅

תרגיל 1: מציאת היתר · קל

במשולש ABC: $\sphericalangle C = 90$, $BC = 8$, $AC = 6$

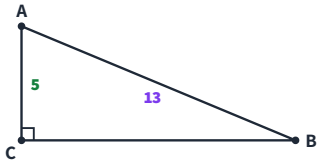
מצאו את AB



תרגיל 2: מציאת ניצב · קל

במשולש ABC: $\sphericalangle C = 90$, $AB = 13$, $AC = 5$

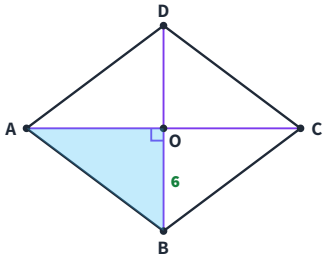
מצאו את BC



תרגיל 3: פיתגורס במעוין · בינוני

$ABCD$ מעוין. אורכי האלכסונים: $AC = 16$, $BD = 12$

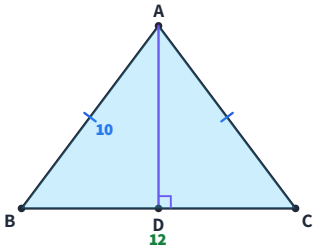
מצאו את צלע המעוין ואת היקפו



תרגיל 4: גובה ושטח בשווה שוקיים · בינוני

במשולש ABC: $AB = AC = 10$, $BC = 12$

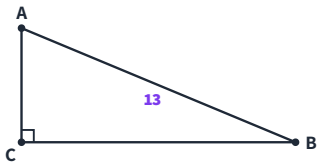
מצאו את הגובה AD לבסיס ואת שטח המשולש



תרגיל 5: משוואה ריבועית · מורכב

במשולש ישר זווית אחד הניצבים ארוך ב־7 מהשני, והיתר הוא 13

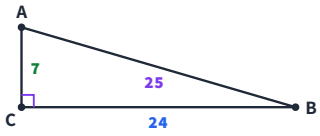
מצאו את אורכי הניצבים



תרגיל 6: משפט הפוך · קל

במשולש ABC: $AB = 25$, $BC = 24$, $AC = 7$

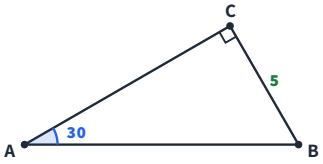
האם המשולש ישר זווית? אם כן – איזו זווית ישרה?



תרגיל 7: פיתגורס + זווית 30 · מורכב

במשולש ABC: $BC = 5$, $\measuredangle A = 30$, $\measuredangle C = 90$

מצאו את AB ואת AC



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$AB = 10$
תרגיל 2	$BC = 12$
תרגיל 3	צלע המעוין 10 , ההיקף 40
תרגיל 4	$AD = 8$, שטח המשולש 48
תרגיל 5	הניצבים: 5 ו־12
תרגיל 6	כן, $\measuredangle C = 90$
תרגיל 7	$AB = 10$, $AC = 5\sqrt{3} \approx 8.66$

💡 שלשות שכדאי לזכור: 3 , 4 , 5 · 5 , 12 , 13 · 6 , 8 , 10 · 7 , 24 , 25.

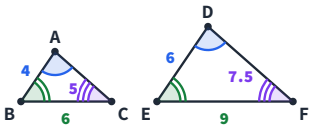
שיעור 21 דמיון משולשים: ז.ז, צ.צ.צ, צ.ז.צ

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

שלושת משפטי הדמיון ויחס הצלעות

משולשים דומים

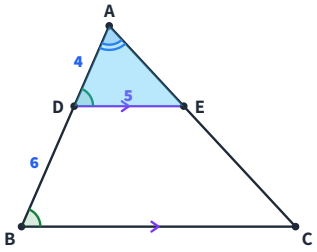


✅ **ז.ז · צ.צ.צ · צ.ז.צ ← דומים · ואז $AB : DE = BC : EF = AC : DF = k$**

תרגיל 1: ז.ז עם ישר מקביל · קל

במשולש ABC: $DE \parallel BC$ (D על AB, E על AC)

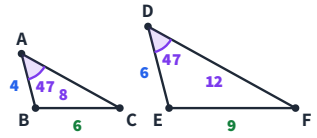
$AD = 4$, $DB = 6$, $DE = 5$. מצאו את BC



תרגיל 2: צ.צ.צ · קל

$AB = 4$, $BC = 6$, $AC = 8$, $DE = 6$, $EF = 9$, $DF = 12$, $\sphericalangle A = 47$

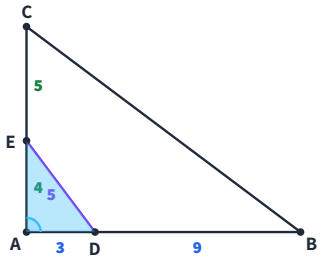
הוכיחו ש־$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ומצאו את $\sphericalangle D$



תרגיל 3: צ.ז.צ · בינוני

D על AB, E על AC. $AD = 3$, $DB = 9$, $AE = 4$, $EC = 5$, $DE = 5$

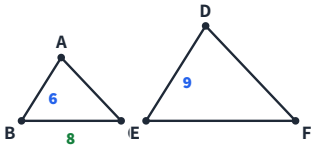
הוכיחו ש־$\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ומצאו את BC



תרגיל 4: משוואה · קל

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$. $AB = 6$, $BC = 8$, $DE = 9$, $EF = x + 5$

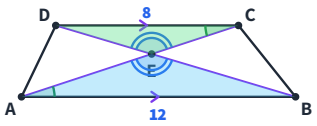
מצאו את x ואת EF



תרגיל 5: מורכב: דמיון בטרפז

$ABCD$ טרפז ($AB \parallel DC$), האלכסונים נחתכים ב־E.

$AC = 10$, $DC = 8$, $AB = 12$. מצאו את AE ואת EC



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$BC = 12.5$
תרגיל 2	המשולשים דומים , $\sphericalangle D = 47$
תרגיל 3	$\triangle ADE \sim \triangle ACB$, $BC = 15$
תרגיל 4	$x = 7$, $EF = 12$
תרגיל 5	$AE = 6$, $EC = 4$

💡 ישר מקביל לצלע במשולש ← תמיד ז.ז (זווית משותפת + זוויות מתאימות).

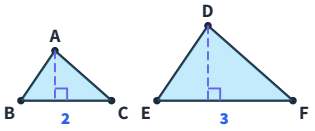
שיעור 22 יחסים בדמיון והגובה ליתר

לשיעור ⇐

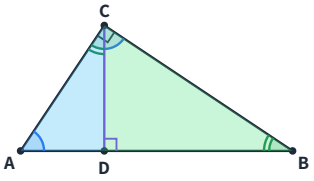
📄 דף הסבר

יחס היקפים, יחס שטחים, יחס גבהים, והגובה ליתר במשולש ישר זווית

יחסים במשולשים דומים



הגובה ליתר במשולש ישר זווית

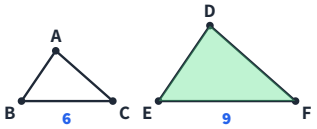


✅ **היקפים וגבהים: k · שטחים: k^2 · גובה ליתר: $CD^2 = AD \cdot DB$**

תרגיל 1: יחס היקפים · קל

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $BC = 6$, $EF = 9$. היקף $\triangle ABC$ הוא 15

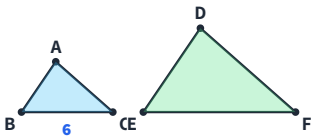
מצאו את היקף $\triangle DEF$



תרגיל 2: מהשטחים לצלע · בינוני

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$. שטח $\triangle ABC$ הוא 18 ושטח $\triangle DEF$ הוא 50 , $BC = 6$

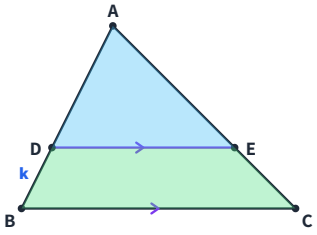
מצאו את יחס הדמיון ואת EF



תרגיל 3: שטח טרפז בעזרת דמיון · בינוני

במשולש ABC: $AD : DB = 2 : 1$, $DE \parallel BC$, ושטח $\triangle ABC$ הוא 36

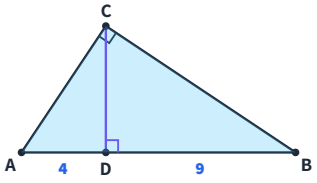
מצאו את שטח $\triangle ADE$ ואת שטח הטרפז $DBCE$



תרגיל 4: הגובה ליתר · בינוני

במשולש ABC: CD , $\sphericalangle C = 90$ גובה ליתר , $DB = 9$, $AD = 4$

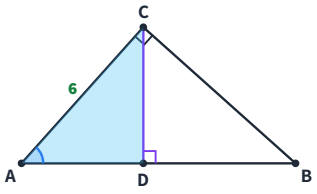
מצאו את CD ואת שטח המשולש



תרגיל 5: מורכב: ניצב, היטל וגובה

במשולש ABC: CD , $\sphericalangle ACB = 90$ גובה ליתר , $AB = 9$, $AC = 6$

מצאו את DB , AD ואת CD



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	היקף $\triangle DEF$ הוא 22.5
תרגיל 2	$k = 3 : 5$, $EF = 10$
תרגיל 3	$S(ADE) = 16$, $S(DBCE) = 20$
תרגיל 4	$CD = 6$, שטח המשולש 39
תרגיל 5	$AD = 4$, $DB = 5$, $CD = 2\sqrt{5} \approx 4.47$

💡 בכל שאלת דמיון: קודם מוכיחים דמיון (ז.ז), אחר כך כותבים יחס.

פרק 7 – מעגל

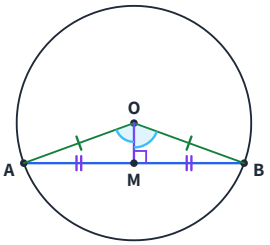
שיעור 23 המעגל: מיתרים וזוויות מרכזיות

לשיעור ⇐

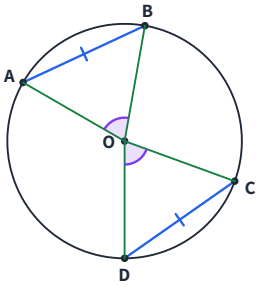
דף הסבר

אנך מהמרכז למיתר, המשפטים ההפוכים, ומיתרים שווים

מיתר, ואנך מהמרכז למיתר



מיתרים שווים, זוויות מרכזיות שוות, קשתות שוות

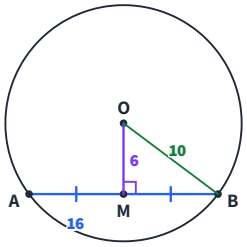


אנך מהמרכז למיתר חוצה אותו · רדיוס, מרחק וחצי מיתר ← פיתגורס · מיתרים שווים ⟺ זוויות מרכזיות שוות ✅

תרגיל 1: מרחק מיתר מהמרכז · קל

במעגל שמרכזו O ורדיוסו 10 , המיתר $AB = 16$, ו־$OM \perp AB$

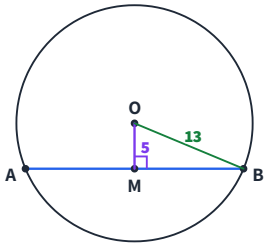
מצאו את המרחק OM



תרגיל 2: אורך מיתר · קל

במעגל שמרכזו O ורדיוסו 13 , מרחק המיתר AB מהמרכז הוא 5

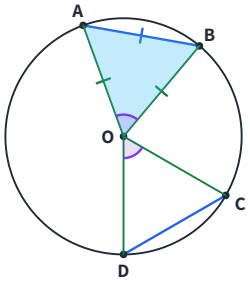
מצאו את אורך המיתר



תרגיל 3: זווית מרכזית · בינוני

במעגל שמרכזו O ורדיוסו R: המיתר AB שווה לרדיוס, והמיתר CD שווה ל־AB

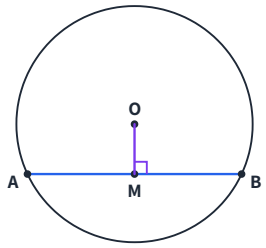
מצאו את $\sphericalangle AOB$ ואת $\sphericalangle COD$



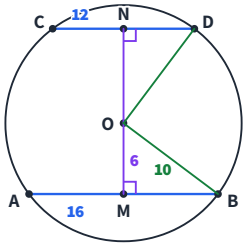
תרגיל 4: משוואה · קל

$OM \perp AB$, כאשר AB מיתר במעגל שמרכזו O

$MB = x + 4$, $AM = 2x + 1$. מצאו את x ואת AB



תרגיל 5: מורכב: מיתרים מקבילים



במעגל שמרכזו O ורדיוסו 10 שני מיתרים מקבילים: $CD = 12$, $AB = 16$, משני צדי המרכז

מצאו את המרחק בין המיתרים

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$OM = 6$
תרגיל 2	$AB = 24$
תרגיל 3	$\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD = 60$
תרגיל 4	$AB = 14$, $x = 3$
תרגיל 5	המרחק בין המיתרים 14

💡 כל הרדיוסים שווים – כל משולש עם שני רדיוסים הוא שווה שוקיים.

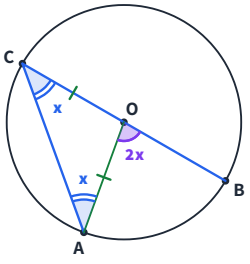
שיעור 24 זווית מרכזית וזווית היקפית

לשיעור ⇐

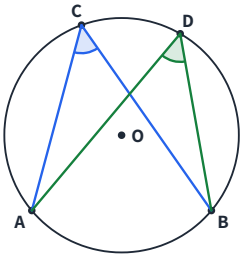
📄 דף הסבר

זווית היקפית שווה לחצי המרכזית, היקפיות על אותה קשת, והיקפית על קוטר

זווית היקפית שווה לחצי הזווית המרכזית



זוויות היקפיות על אותה קשת, וזווית היקפית על קוטר

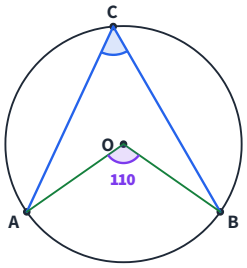


היקפית = מרכזית : 2 · היקפיות על אותה קשת שוות · היקפית על קוטר = 90 ✅

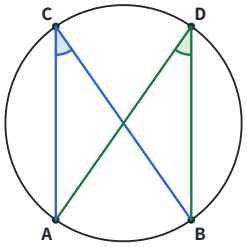
תרגיל 1: היקפית ומרכזית · קל

O מרכז המעגל. $\sphericalangle AOB = 110$

מצאו את הזווית ההיקפית $\sphericalangle ACB$



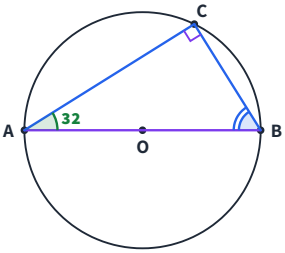
תרגיל 2: אותה קשת · קל



$\sphericalangle ADB = 5x - 15$, $\sphericalangle ACB = 3x + 5$ – שתי זוויות היקפיות על הקשת AB

מצאו את x ואת הזוויות

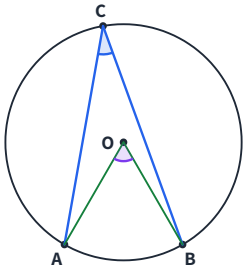
תרגיל 3: היקפית על קוטר · קל



AB קוטר במעגל, C נקודה על המעגל, $\sphericalangle CAB = 32$

מצאו את $\sphericalangle ACB$ ואת $\sphericalangle ABC$

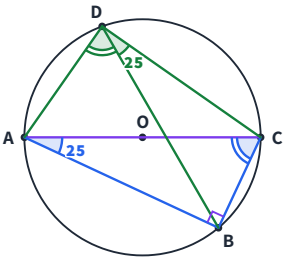
תרגיל 4: משוואה · בינוני



O מרכז המעגל. $\sphericalangle ACB = x + 15$, $\sphericalangle AOB = 4x$

מצאו את x ואת שתי הזוויות

תרגיל 5: מורכב: שלושה משפטים



AC קוטר במעגל. B ו־D על המעגל משני צדי AC, ו־$\sphericalangle BAC = 25$

מצאו את $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BDC$ ו־$\sphericalangle ADB$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$\sphericalangle ACB = 55$
תרגיל 2	$x = 10$, הזוויות 35
תרגיל 3	$\sphericalangle ACB = 90$, $\sphericalangle ABC = 58$
תרגיל 4	$x = 15$, $\sphericalangle AOB = 60$, $\sphericalangle ACB = 30$
תרגיל 5	$\sphericalangle BDC = 25$, $\sphericalangle ABC = 90$, $\sphericalangle ACB = 65$, $\sphericalangle ADB = 65$

💡 רואים קוטר? מחפשים זווית היקפית של 90 – ומשם פיתגורס או סכום זוויות.

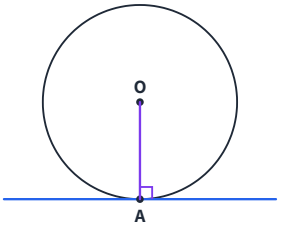
שיעור 25 משיקים למעגל

לשיעור ⇐

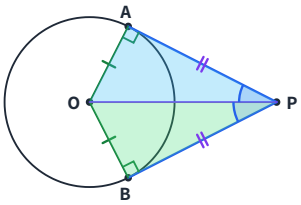
📄 דף הסבר

משיק מאונך לרדיוס, שני משיקים מנקודה ומשיקים מקבילים

משיק למעגל



שני משיקים מאותה נקודה

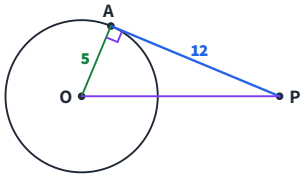


משיק ⊥ רדיוס · שני משיקים מנקודה שווים · OP חוצה את הזווית ✅

תרגיל 1: משיק ופיתגורס · קל

PA משיק למעגל שמרכזו O ורדיוסו 5 , ו־$PA = 12$

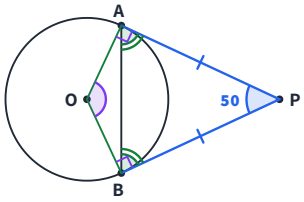
מצאו את המרחק OP



תרגיל 2: זוויות עם שני משיקים · בינוני

PA ו־PB משיקים למעגל שמרכזו O , ו־$\sphericalangle APB = 50$

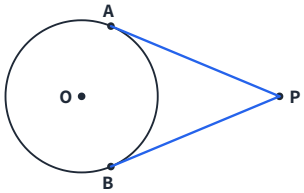
מצאו את $\sphericalangle PAB$ ואת $\sphericalangle AOB$



תרגיל 3: משוואה · קל

PA ו־PB משיקים למעגל. $PA = 3x - 2$, $PB = x + 8$

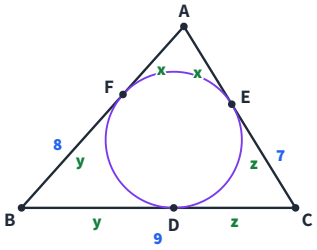
מצאו את x ואת אורך המשיק



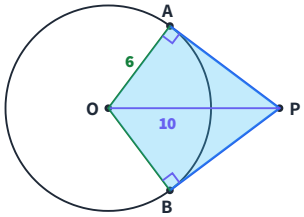
תרגיל 4: מורכב: מעגל חסום במשולש

מעגל חסום במשולש ABC ומשיק לצלעות ב־D , E , F

$AB = 8$, $BC = 9$, $AC = 7$. מצאו את BD , AF ו־CE



תרגיל 5: מורכב: משיקים ושטח



PA ו־PB משיקים למעגל שמרכזו O ורדיוסו 6. $OP = 10$

מצאו את אורך המשיקים ואת שטח המרובע $OAPB$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$OP = 13$
תרגיל 2	$\sphericalangle AOB = 130$, $\sphericalangle PAB = 65$
תרגיל 3	$x = 5$, אורך המשיק 13
תרגיל 4	$CE = 4$, $BD = 5$, $AF = 3$
תרגיל 5	המשיקים 8 , שטח $OAPB$ הוא 48

💡 משיק + רדיוס + הקטע למרכז = משולש ישר זווית → פיתגורס.

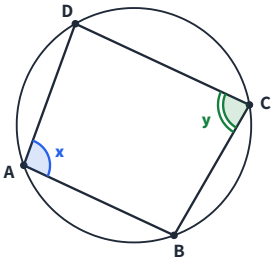
שיעור 26 מרובע חסום ומרובע חוסם

לשיעור ⇐

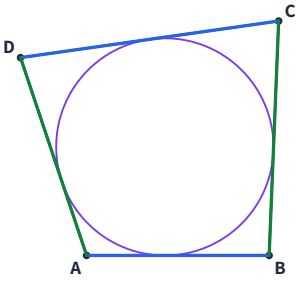
📄 דף הסבר

זוויות נגדיות במרובע חסום, טרפז חסום ומרובע חוסם מעגל

מרובע חסום במעגל



מרובע חוסם מעגל

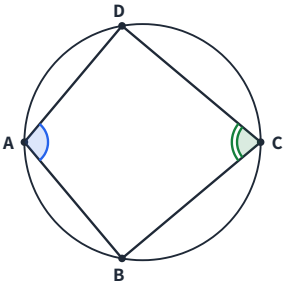


✅ **מרובע חסום: $\sphericalangle A + \sphericalangle C = 180$ (ולהפך) · טרפז חסום – שווה שוקיים · מרובע חוסם: $AB + CD = BC + AD$**

תרגיל 1: מרובע חסום · קל

$ABCD$ מרובע חסום במעגל. $\sphericalangle C = 2x + 20$, $\sphericalangle A = 3x + 10$

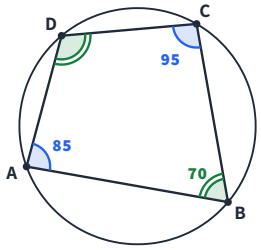
מצאו את x ואת $\sphericalangle A$ ו־$\sphericalangle C$



תרגיל 2: משפט הפוך · קל

במרובע $ABCD$: $\sphericalangle B = 70$, $\sphericalangle C = 95$, $\sphericalangle A = 85$

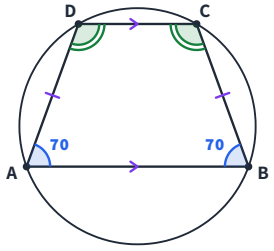
הוכיחו שאפשר לחסום את $ABCD$ במעגל, ומצאו את $\sphericalangle D$



תרגיל 3: טרפז חסום · בינוני

$ABCD$ טרפז $(AB \parallel DC)$ החסום במעגל. $\sphericalangle A = 70$

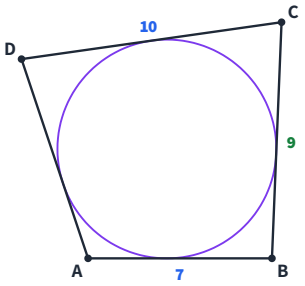
מצאו את שאר זוויות הטרפז



תרגיל 4: מרובע חוסם · קל

$ABCD$ חוסם מעגל. $AB = 7$, $BC = 9$, $CD = 10$

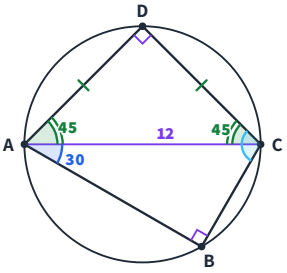
מצאו את AD ואת היקף המרובע



תרגיל 5: מורכב: מרובע חסום עם קוטר

$ABCD$ חסום במעגל, $AC = 12$ קוטר. $\sphericalangle DAC = 45$, $\sphericalangle BAC = 30$

מצאו את BC , AD ו־$\sphericalangle BCD$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$\sphericalangle C = 80$, $\sphericalangle A = 100$, $x = 30$
תרגיל 2	$ABCD$ חסום במעגל, $\sphericalangle D = 110$
תרגיל 3	$\sphericalangle C = \sphericalangle D = 110$, $\sphericalangle A = \sphericalangle B = 70$
תרגיל 4	$AD = 8$, ההיקף 34
תרגיל 5	$\sphericalangle BCD = 105$, $AD = 6\sqrt{2} \approx 8.49$, $BC = 6$

💡 מרובע חסום ← זוויות. מרובע חוסם ← צלעות. לא להתבלבל!

פרק 8 – גאומטריה אנליטית

שיעור 0 סימון נקודות במערכת צירים

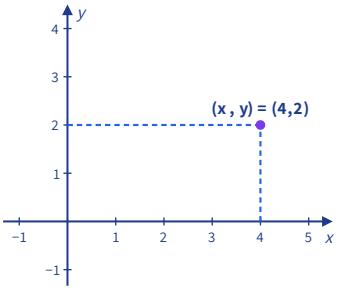
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

כל נקודה במערכת צירים נכתבת כזוג מספרים $(x\ ,\ y)$.

מערכת צירים

במערכת צירים יש **ציר x** (אופקי) ו**ציר y** (אנכי). הנקודה $(0,0)$ היא **ראשית הצירים**.



איך נראית נקודה

$$(x\ ,\ y)$$

המספר **השמאלי** הוא ה־x, המספר **הימני** הוא ה־y.

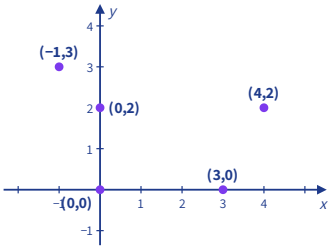
נקודה עם $x = 0$ נמצאת על ציר y, ונקודה עם $y = 0$ נמצאת על ציר x.

איך מסמנים נקודה:

1. **קוראים את x** – המספר השמאלי בסוגריים – הולכים אליו על ציר x (ימינה בחיובי, שמאלה בשלילי).
2. **קוראים את y** – המספר הימני – הולכים אליו על ציר y (למעלה בחיובי, למטה בשלילי).
3. **נקודת המפגש** – הנקודה נמצאת במקום שבו נפגשים ה־x וה־y.
4. **מסמנים** – מסמנים נקודה ורושמים לידה את השיעורים שלה.

נקודה = $(x\ ,\ y)$: השמאלי x, הימני y ✅

תרגיל 1: סימון חמש נקודות במערכת צירים – ראשית הצירים, נקודות על הצירים ונקודות ברביעים



סמן את הנקודות במערכת צירים:

$(0,0)\ ,\ (0,2)\ ,\ (3,0)$

$(4,2)\ ,\ (-1,3)$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 חמש הנקודות מסומנות בשרטוט ✓

💡

בנקודה $(x\ ,\ y)$ השמאלי הוא x והימני הוא y.

$x = 0$ ← הנקודה על ציר y.

$y = 0$ ← הנקודה על ציר x.

שיעור 1 נקודות במערכת צירים ומציאת שטח מלבן

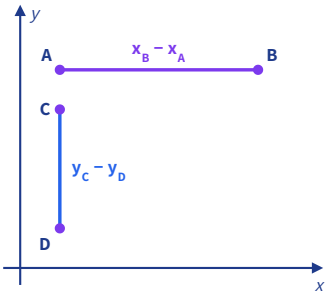
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

קוראים את שיעורי הקודקודים מהשרטוט, ומהם מוצאים את אורכי הצלעות ואת השטח.

קריאת נקודה מהשרטוט

מכל נקודה יורדים לציר x וקוראים את ה־x, והולכים לציר y וקוראים את ה־y. רושמים תמיד $(x\ ,\ y)$: ה־x משמאל וה־y מימין.



אורך קטע המקביל לציר

קטע מקביל לציר x ← מסתכלים רק על ה־x:

$$AB = x_B - x_A$$

קטע מקביל לציר y ← מסתכלים רק על ה־y:

$$CD = y_C - y_D$$

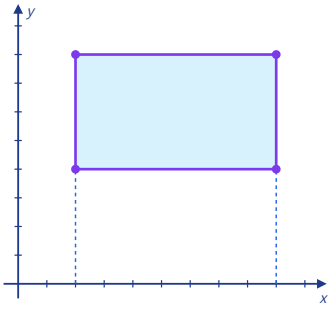
(הגדול פחות הקטן)

איך מוצאים שטח מלבן במערכת צירים:

1. **מוצאים את הנקודות** – קוראים לכל קודקוד את ה־x ואת ה־y שלו מהשרטוט.
2. **צלע מקבילה לציר x** – האורך = ה־x הגדול פחות ה־x הקטן.
3. **צלע מקבילה לציר y** – האורך = ה־y הגדול פחות ה־y הקטן.
4. **שטח המלבן** – שטח מלבן = אורך · רוחב.

✅ $S = AB \cdot AD$

סעיף א: מציאת שיעורי הקודקודים A, B, C, D של המלבן מהשרטוט



נתון מלבן ABCD. נתון: $AD \parallel$ ציר y, $AB \parallel$ ציר x.

א. מצא את הנקודות A, B, C, D.

סעיף ב: חישוב שטח המלבן לפי אורך כפול רוחב

ב. חשב את שטח המלבן.

✅ תשובות סופיות

סעיף א $A(2,8)\ ,\ B(9,8)\ ,\ C(9,4)\ ,\ D(2,4)$

סעיף ב $S = 28$ יח'

💡

צלע מקבילה לציר x ← הפרש ה־x. צלע מקבילה לציר y ← הפרש ה־y. שטח מלבן $S = AB \cdot AD$.

שיעור 2 הגדרת משוואת קו ישר-חיתוך עם ציר y

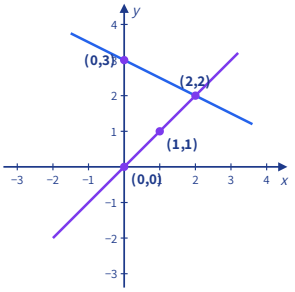
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

לכל קו ישר יש משוואה שמאפיינת אותו – כמו שלכל אדם יש שם משפחה.

קו ישר

בין כל שתי נקודות עובר קו ישר אחד. למשל דרך $(0,0)$ ו־$(1,1)$, ודרך $(2,2)$ ו־$(0,3)$.



משוואת קו ישר

$$y = m \cdot x + b$$

x ו־y – כל הנקודות שנמצאות על הקו (יש עליו אין סוף נקודות).

m ו־b – המספרים שכתובים במשוואה.

b = נקודת החיתוך עם ציר y.

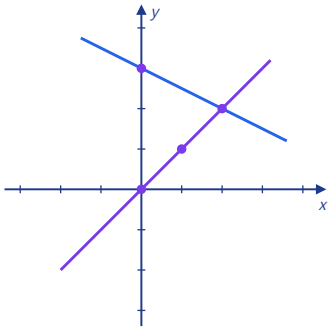
איך מזהים את b:

1. **מזהים את b** – המספר החופשי במשוואה (בלי x) הוא b.
2. **מזהים את m** – המספר שכופל את x הוא m (עליו בשיעור הבא).
3. **מסתכלים על ציר y** – b הוא המקום שבו הקו חותך את ציר y.
4. **מתאימים** – משוואה עם b מסוים שייכת לקו שחותך את ציר y באותו מספר.

✅ **החיתוך עם ציר y = b : $y = mx + b$**

תרגיל 1: מציאת b – נקודת החיתוך עם ציר y – בשני ישרים

מהו b בכל אחד מהישרים בשרטוט?



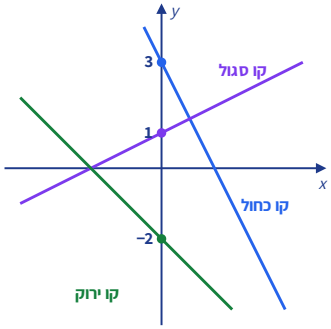
תרגיל 2: התאמת משוואת ישר לגרף שלה לפי b

התאם כל משוואה לקו שלה:

$I.\ y = -2x + 3$

$II.\ y = \frac{1}{2}x + 1$

$III.\ y = -1x - 2$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $b = 3\ ,\ b = 0$

תרגיל 2

I – הקו הכחול

II – הקו הסגול

III – הקו הירוק

💡
$y = mx + b$: b הוא החיתוך עם ציר y.

שיעור 3 הגדרת קו ישר-שיפוע m

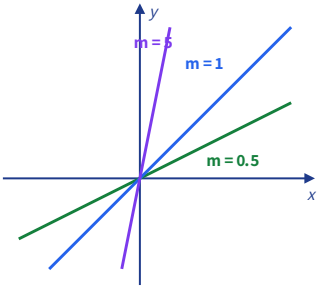
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

השיפוע הוא הנטייה של הקו יחסית לציר x.

שיפוע חיובי $m > 0$

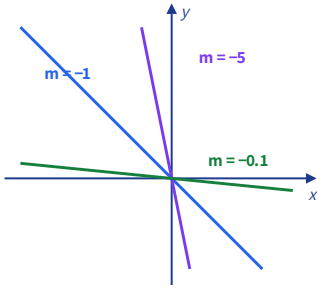
הקו **עולה** (מסתכלים תמיד משמאל לימין). ככל שהשיפוע גדול יותר – העלייה תלולה יותר.



$y = 0.5x$, $y = 1x$, $y = 5x$

שיפוע שלילי $m < 0$

הקו **יורד**. ככל שהמספר שלילי יותר – הירידה תלולה יותר; קרוב ל־0 – הקו קרוב לציר x.



$y = -x$, $y = -5x$, $y = -0.1x$

מה זה m

$$y = mx + b$$

m = **השיפוע** – המספר שנמצא לפני ה־x. השיפוע הוא הנטייה של הקו יחסית לציר x.

b = החיתוך עם ציר y.

איך קוראים את השיפוע:

1. **מוצאים את m** – המספר שלפני ה־x. אם כתוב רק $-x$, אז $m = -1$.
2. **m > 0** – הקו עולה.
3. **m < 0** – הקו יורד.
4. **גודל השיפוע** – ככל שהמספר רחוק יותר מ־0 – הקו תלול יותר.

✅ **$m > 0$ עולה, $m < 0$ יורד**

ישר 1: מציאת השיפוע m של הישר y = 2x + 4 – עולה או יורד

רשום את m וקבע אם הקו עולה או יורד: $y = 2x + 4$

ישר 2: מציאת השיפוע m של הישר y = 3x + 6 – עולה או יורד

רשום את m וקבע אם הקו עולה או יורד: $y = 3x + 6$

ישר 3: מציאת השיפוע m של הישר y = −5x – עולה או יורד

רשום את m וקבע אם הקו עולה או יורד: $y = -5x$

ישר 4: מציאת השיפוע m של הישר y = −10x + 4 – עולה או יורד

רשום את m וקבע אם הקו עולה או יורד: $y = -10x + 4$

✅ תשובות סופיות

ישר 1 $m = 2$, הקו **עולה**

ישר 2 $m = 3$, הקו **עולה**

ישר 3 $m = -5$, הקו **יורד**

ישר 4 $m = -10$, הקו **יורד**

💡

השיפוע m הוא המספר שלפני ה־x.

$m > 0$ ← עולה, $m < 0$ ← יורד.

שיעור 4 משוואות ישרים המקבילים לצירים

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

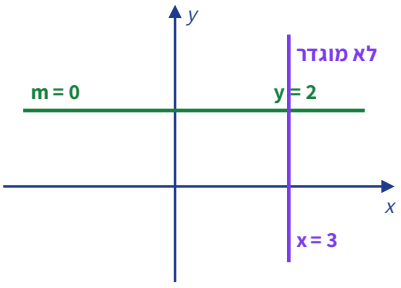
ישר מקביל לציר x – השיפוע 0. ישר מקביל לציר y – השיפוע לא מוגדר.

ישר מקביל לציר x

כש־$m = 0$ לקו אין נטייה יחסית לציר x – הוא לא עולה ולא יורד.

$$y = 0 \cdot x + 5 \rightarrow y = 5$$

תמיד $y = 5$, לא משנה כמה x. הישר $y = 0$ הוא ציר x עצמו.



ישר מקביל לציר y

$$x = 3$$

זה כמו קיר מאונך – אי אפשר לעלות ולא לרדת עליו. לכן **השיפוע לא מוגדר**.

תמיד $x = 3$, לא משנה כמה y.

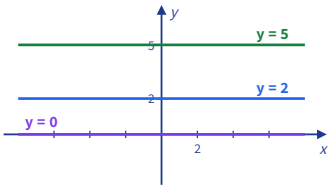
איך מזהים ומשרטטים:

1. **m > 0 / m < 0** – הקו עולה / יורד.
2. **m = 0** – הישר מקביל לציר x, המשוואה *מספר* $= y$.
3. **שיפוע לא מוגדר** – הישר מקביל לציר y, המשוואה *מספר* $= x$.
4. **משרטטים** – הולכים למספר על הציר ומעבירים ישר מקביל לציר השני.

$m = 0$ ← מקביל לציר x · שיפוע לא מוגדר ← מקביל לציר y ✅

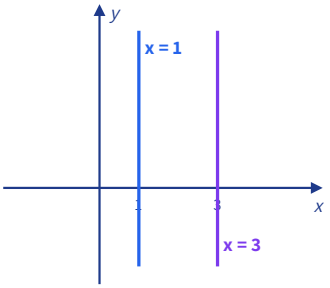
תרגיל 1: הישרים y = 0 , y = 2 , y = 5 – שיפוע 0 וישר מקביל לציר x

מה השיפוע של הישרים $y = 5$, $y = 2$, $y = 0$? איפה הם עוברים?



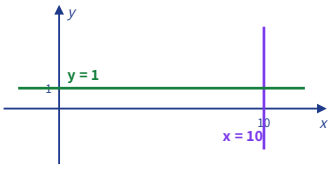
תרגיל 2: הישרים x = 3 ו־ x = 1 – שיפוע לא מוגדר וישר מקביל לציר y

מה השיפוע של הישרים $x = 3$, $x = 1$?



תרגיל 3: שרטוט הישרים x = 10 ו־ y = 1

שרטטו את הישרים $x = 10$ ו־$y = 1$.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $m = 0$ לכל השלושה

תרגיל 2 השיפוע **לא מוגדר**

תרגיל 3 $x = 10 \parallel$ ציר y , $y = 1 \parallel$ ציר x

💡

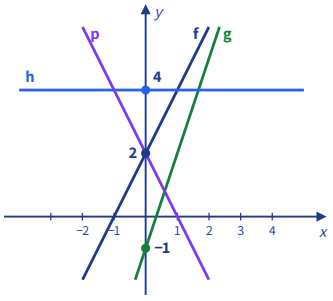
מספר $y =$ ← מקביל לציר x, $m = 0$.

מספר $x =$ ← מקביל לציר y, השיפוע לא מוגדר.

שיעור 5 התאמת משוואה לגרף שלה

לשיעור ⇐

תרגיל: התאמת ארבע משוואות ישר לגרפים שלהן לפי השיפוע m והחיתוך b



שייכו כל משוואה לקו שלה:

① $y = 2x + 2$

② $y = 3x - 1$

③ $y = 4$

④ $y = -2x + 2$

✅ תשובות סופיות

תרגיל

① f – הכחול הכהה

② g – הירוק

③ h – הכחול

④ p – הסגול

💡

קודם מסתכלים על השיפוע: $m = 0$ מקביל לציר x, $m < 0$ יורד, $m > 0$ עולה. כשיש שני קווים עולים – מחליטים לפי b.

שיעור 6 חיתוך עם הצירים ושרטוט

לשיעור ⇐

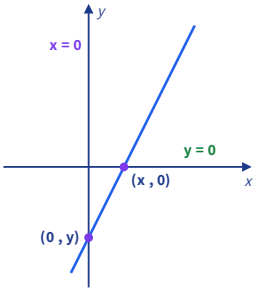
📄 דף הסבר

כדי לשרטט ישר מספיק למצוא את שתי נקודות החיתוך שלו עם הצירים.

נקודות על הצירים

לכל הנקודות שעל **ציר y** ה־x שווה 0, למשל $(0,4)$.

לכל הנקודות שעל **ציר x** ה־y שווה 0, למשל $(2,0)$.



הכלל

חיתוך עם ציר y ← מציבים

$$x = 0$$

חיתוך עם ציר x ← מציבים

$$y = 0$$

נקודה נמצאת על הקו אם היא **מקיימת את המשוואה**.

איך מוצאים נקודות חיתוך:

1. **חיתוך עם ציר y** – מציבים $x = 0$ ומוצאים את y. הנקודה $(0 , y)$.
2. **חיתוך עם ציר x** – מציבים $y = 0$, פותרים ומוצאים את x. הנקודה $(x , 0)$.
3. **משרטטים** – מסמנים את שתי הנקודות ומעבירים דרכן את הקו.
4. **נקודה על הקו?** – מציבים את ה־x של הנקודה. אם יוצא ה־y שלה – היא על הקו.

ציר y ← $x = 0$ · ציר x ← $y = 0$ ✅

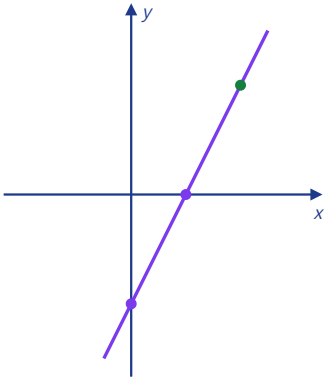
סעיף א: מציאת נקודות החיתוך של הישר $y = 2x - 2$ עם הצירים

נתונה המשוואה $y = 2x - 2$.

א. מצא נקודות חיתוך עם הצירים.

סעיף ב: שרטוט הישר דרך שתי נקודות החיתוך

ב. שרטט את הקו.



סעיף ג: האם הנקודות (2,2) ו־ (−1,−6) נמצאות על הקו

ג. האם הנקודות הבאות נמצאות על הקו? (1) $(2,2)$ (2) $(-1,-6)$

✅ תשובות סופיות

סעיף א $(0,-2)$, $(1,0)$

סעיף ב הקו בשרטוט ✓

סעיף ג (1) $(2,2)$ נמצאת על הקו

(2) $(-1,-6)$ לא נמצאת על הקו

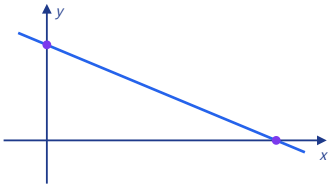
💡

חיתוך עם ציר y ← $x = 0$. חיתוך עם ציר x ← $y = 0$. נקודה על הקו ← מקיימת את המשוואה.

שיעור 7 חיתוך עם הצירים ומציאת שיפוע ישר

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת שיעורי נקודות החיתוך A ו־B של הישר 5x + 12y = 120 עם הצירים



הישר $5x + 12y = 120$ חותך את ציר ה־x בנקודה A ואת ציר ה־y בנקודה B.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A ואת השיעורים של הנקודה B.

סעיף ב: מציאת שיפוע הישר – מסדרים לצורה y = mx + b

ב. מצא את שיפוע הישר.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$B(0,10)\ ,A(24,0)$
סעיף ב	$m = -\frac{5}{12}$

💡

כדי לשלוף את השיפוע m הישר צריך להיות מסודר: $y = mx + b$. מעבירים אגפים ומחלקים במקדם של y.

שיעור 8 מציאת שיפוע ומציאת חיתוך עם ציר y

לשיעור ⇐

משוואה 1: השיפוע והחיתוך עם ציר y של Y = 2x + 9

מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y: $Y = 2x + 9$

משוואה 2: השיפוע והחיתוך עם ציר y של Y = −3x − 1

מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y: $Y = -3x - 1$

משוואה 3: השיפוע והחיתוך עם ציר y של Y = x

מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y: $Y = x$

משוואה 4: השיפוע והחיתוך עם ציר y של 2y = 2x + 8

מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y: $2y = 2x + 8$

משוואה 5: השיפוע והחיתוך עם ציר y של 3y = −9x − 12

מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y: $3y = -9x - 12$

✅ תשובות סופיות

משוואה 1	$n = 9\ ,m = 2$
משוואה 2	$n = -1\ ,m = -3$
משוואה 3	$n = 0\ ,m = 1$
משוואה 4	$n = 4\ ,m = 1$
משוואה 5	$n = -4\ ,m = -3$

💡

$y = mx + n$: m השיפוע, n החיתוך עם ציר y. משוואה לא מסודרת ← קודם מחלקים כדי שה־y יישאר לבד.

שיעור 9 מציאת שטח משולש

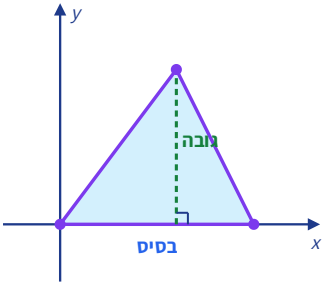
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

שטח משולש הוא בסיס כפול גובה חלקי 2.

הגובה

הגובה יורד מהקודקוד שמול הבסיס ויוצר עם הבסיס זווית של 90 מעלות. כדאי לבחור בסיס שמונח על ציר – אז קל למדוד את הבסיס ואת הגובה.



שטח משולש

$$S = \frac{\text{בסיס} \cdot \text{גובה}}{2}$$

במשולש ישר זווית הבסיס והגובה הם שני הניצבים:

$$S = \frac{\text{ניצב} \cdot \text{ניצב}}{2}$$

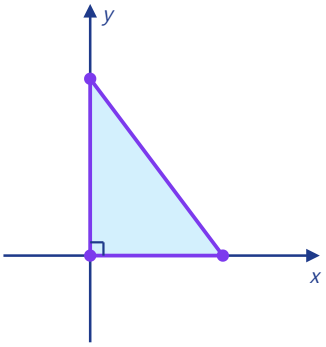
איך מחשבים שטח משולש:

1. **בוחרים בסיס** – צלע שמונחת על ציר x או על ציר y.
2. **אורך הבסיס** – על ציר y: $y_B - y_A$. על ציר x: הפרש ה־x.
3. **מורידים גובה** – מהקודקוד שמול הבסיס, בזווית 90 מעלות. הגובה = המרחק של הקודקוד מהציר.
4. **מציבים** – $S = \frac{\text{בסיס} \cdot \text{גובה}}{2}$

✅ $S = \frac{\text{בסיס} \cdot \text{גובה}}{2}$

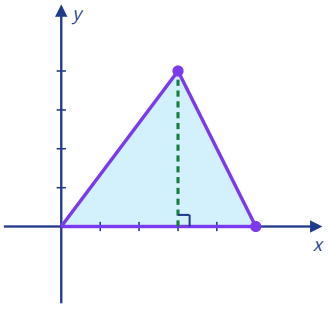
תרגיל 1: שטח משולש ישר זווית שהניצבים שלו על הצירים

מצא את שטח המשולש.



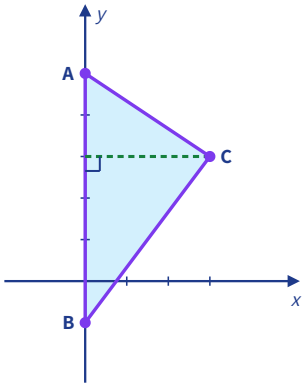
תרגיל 2: שטח משולש שהבסיס שלו על ציר x – הורדת גובה מהקודקוד

מצא את שטח המשולש.



תרגיל 3: שטח המשולש ABC שהבסיס AB שלו על ציר y

מצא את שטח המשולש ABC.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$S = 6$
תרגיל 2	$S = 10$
תרגיל 3	$S = 9$

💡 $S = \frac{\text{בסיס} \cdot \text{גובה}}{2}$ – בוחרים בסיס על אחד הצירים, והגובה הוא המרחק של הקודקוד שמולו מהציר.

שיעור 12 הוכחת מקבילית

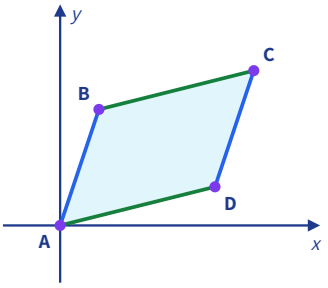
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות מקבילות הוא מקבילית – ומקבילות מראים בעזרת שיפועים שווים.

מקבילית

במקבילית כל שתי צלעות נגדיות מקבילות: $AB \parallel DC$ וגם $BC \parallel AD$. ישרים מקבילים ← השיפועים שלהם שווים.



שיפוע ישר דרך שתי נקודות

הישר עובר דרך (x_1,y_1) ו־(x_2,y_2):

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

כדי להוכיח מקבילית מראים:

$$m_{AB} = m_{DC}$$

$$m_{AD} = m_{BC}$$

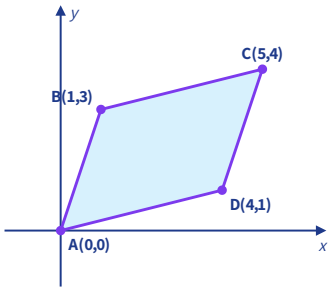
איך מוכיחים מקבילית:

1. **מסמנים לפי הסדר** – A, B, C, D – קודקודים סמוכים אחד ליד השני.
2. **זוג ראשון** – מראים $AB \parallel DC$: $m_{AB} = m_{DC}$.
3. **זוג שני** – מראים $AD \parallel BC$: $m_{AD} = m_{BC}$.
4. **מסקנה** – כל שתי צלעות נגדיות מקבילות ← המרובע מקבילית.

$m_{AB} = m_{DC}$ וגם $m_{AD} = m_{BC}$ ← מקבילית ✅

תרגיל: הוכחה שהמרובע ABCD הוא מקבילית בעזרת שיפועים שווים

קודקודי מרובע ABCD הם: $A(0,0)$, $B(1,3)$, $C(5,4)$, $D(4,1)$. הראו שהמרובע הוא מקבילית.



✅ תשובות סופיות

תרגיל כל שתי צלעות נגדיות מקבילות ← $ABCD$ **מקבילית**

💡
ישרים מקבילים ← שיפועים שווים. מקבילית ← שני זוגות של צלעות נגדיות עם שיפועים שווים.

שיעור 13 מציאת משוואת ישר לפי שיפוע ונקודה

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

כשיודעים את השיפוע ונקודה אחת על הישר – מציבים בנוסחה ומסדרים.

מה נתון

נתון השיפוע m ונקודה אחת שהישר עובר דרכה. את הנקודה מסמנים (x_1 , y_1) – המספר השמאלי x_1 והימני y_1.

את x ואת y משאירים – הם כל הנקודות שעל הישר.

הנוסחה

משוואת ישר עם שיפוע m, העובר בנקודה (x_1,y_1):

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

איך מוצאים את המשוואה:

1. **מסמנים** – את הנקודה (x_1 , y_1) ואת m.
2. **מציבים בנוסחה** – מציבים בנוסחה רק את הנקודה ואת השיפוע.
3. **פותחים סוגריים** – כופלים את m בכל אחד מהאיברים שבסוגריים.
4. **מסדרים** – מעבירים אגפים עד שמגיעים ל־$\ldots = y$ – משוואה מסודרת.

✅ $\boldsymbol{y - y_1 = m(x - x_1)}$

תרגיל 1: משוואת הישר עם שיפוע m = 1 העובר בנקודה (2,0)

מצא את משוואת הישר ששיפועו $m = 1$ והוא עובר בנקודה $(2,0)$.

תרגיל 2: בדיקה אם הנקודה (4,2) נמצאת על הישר y = x − 2

האם הנקודה $(4,2)$ נמצאת על הישר $y = x - 2$?

תרגיל 3: משוואת הישר עם שיפוע m = −2 העובר בנקודה (0,−5)

מצא את משוואת הישר ששיפועו $m = -2$ והוא עובר בנקודה $(0,-5)$.

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $y = x - 2$

תרגיל 2 $(4,2)$ נמצאת על הישר

תרגיל 3 $y = -2x - 5$

💡
$y - y_1 = m(x - x_1)$ – מציבים את הנקודה ואת השיפוע, פותחים סוגריים ומסדרים ל־$\ldots = y$.

שיעור 14 מציאת שיפוע לפי 2 נקודות

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

כשנתונות שתי נקודות על הישר – קודם מוצאים את השיפוע, ואז את משוואת הישר.

שתי נקודות

נקודה אחת מסמנים (x_1 , y_1) והשנייה (x_2 , y_2). לא משנה איזו נקודה ראשונה – רק לא לערבב: x_1 ו־y_1 מאותה נקודה.

שיפוע של ישר העובר דרך שתי נקודות

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ואז משוואת הישר:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

איך מוצאים את משוואת הישר:

1. **מסמנים** – (x_1,y_1) ו־(x_2,y_2).
2. **מוצאים שיפוע** – מציבים ב־$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
3. **בוחרים נקודה** – אחת משתי הנקודות – לא משנה איזו, התשובה יוצאת אותה.
4. **משוואת הישר** – מציבים ב־$y - y_1 = m(x - x_1)$ ומסדרים ל־$y = \ldots$.

✅ $\boldsymbol{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

תרגיל 1: משוואת הישר העובר דרך הנקודות (4,2) ו־ (0,10)

מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות $(4,2)$ ו־$(0,10)$.

תרגיל 2: משוואת הישר העובר דרך הנקודות (−4,12) ו־ (8,16)

מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות $(-4,12)$ ו־$(8,16)$.

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $y = -2x + 10$

תרגיל 2 $y = \frac{1}{3}x + 13\frac{1}{3}$

💡

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, ואז $y - y_1 = m(x - x_1)$ עם אחת הנקודות.

שיעור 15 נוסחת המרחק

לשיעור ⇐

דף הסבר

מרחק בין שתי נקודות במערכת צירים מוצאים בנוסחת הדיסטנס.

נקודות על אותו ציר

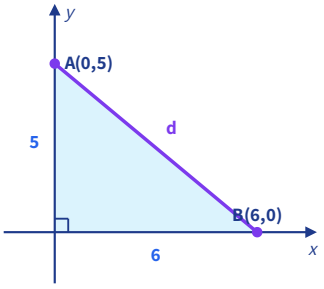
אם שתי הנקודות על ציר x – מחסירים את ה־x: $A(1,0)$, $B(4,0)$

$4 - 1 = 3$ ←.

אם שתיהן על ציר y – מחסירים את ה־y: $C(0,5)$, $D(0,4)$ ←

$5 - 4 = 1$.

אם הן לא על אותו ציר – נוסחת המרחק (היא באה ממשפט פיתגורס):



נוסחת המרחק (דיסטנס)

המרחק d בין הנקודות $A(x_1,y_1)$ ו־$B(x_2,y_2)$:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

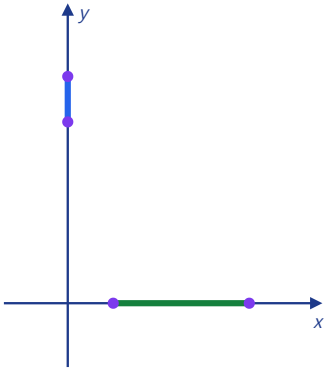
איך משתמשים בנוסחה:

1. **מסמנים** – נקודה אחת (x_1,y_1) והשנייה (x_2,y_2) – לא משנה איזו.
2. **מציבים** – בתוך השורש: הפרש ה־x בריבוע ועוד הפרש ה־y בריבוע.
3. **מחשבים** – מעלים בריבוע ומחברים (מינוס בריבוע יוצא חיובי).
4. **התשובה** – אם השורש לא יוצא שלם – אפשר להשאיר אותו כשורש.

✅ $\boldsymbol{d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$

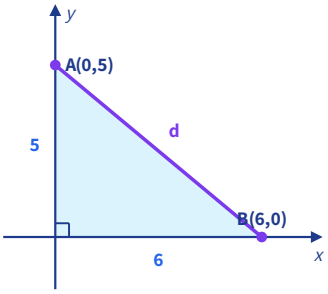
תרגיל 1: מרחק בין שתי נקודות שנמצאות על אותו ציר – בחיסור

מצא את המרחק AB ואת המרחק DC.



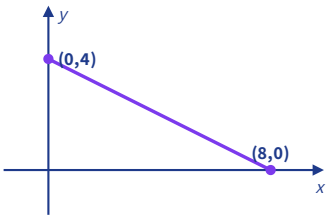
תרגיל 2: המרחק בין A(0,5) ל־ B(6,0) בנוסחת הדיסטנס

מצא את המרחק בין $A(0,5)$ ל־$B(6,0)$.



תרגיל 3: המרחק בין הנקודות (0,4) ו־ (8,0) בנוסחת הדיסטנס

מצא את המרחק בין הנקודות $(0,4)$ ו־$(8,0)$.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$AB = 3\ ,\ DC = 1$
תרגיל 2	$d = \sqrt{61}$
תרגיל 3	$d = \sqrt{80}$

💡

על אותו ציר ← מחסירים. אחרת ← $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

שיעור 17 מציאת חיתוך בין שני ישרים ומציאת מרחק

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת שיעורי נקודת החיתוך M

נתונות משוואות של שני ישרים:

$y = 3x - 3$ ו־ $y = 2x + 2$

הישרים חותכים זה את זה בנקודה M.

א. מצא את שיעורי הנקודה M.

סעיף ב: בדיקה אם הישר $y = -3x + 15$ עובר דרך M

ב. האם הישר שמשוואתו $y = -3x + 15$ עובר דרך הנקודה M? נמק.

סעיף ג: חישוב מרחק הנקודה M מראשית הצירים

ג. חשב את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$M(5,12)$
סעיף ב	**לא, הישר לא עובר דרך M**
סעיף ג	$d = 13$

💡

חיתוך ישרים ← משווים בין המשוואות.

נקודה על ישר ← מציבים ובודקים שוויון.

מרחק ← נוסחת הדיסטנס.

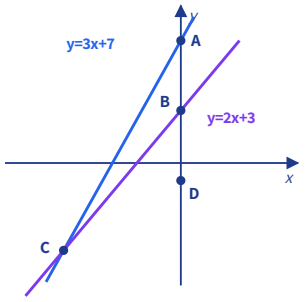
שיעור 18 מציאת נקודות על הצירים ומציאת משוואות ישרים

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת הנקודות A ו־B – חיתוך הישרים עם ציר ה־y

הישר CA שמשוואתו $y = 3x + 7$ והישר CB שמשוואתו $y = 2x + 3$ נחתכים בנקודה C. הנקודות A ו־B נמצאות על ציר ה־y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו־B.



סעיף ב: מציאת נקודת החיתוך C של שני הישרים

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

סעיף ג: מציאת הנקודה D בעזרת נוסחת אמצע קטע

הנקודה D נמצאת על ציר ה־y כך שהנקודה B היא אמצע הקטע AD. **ג.** מצא את שיעורי הנקודה D.

סעיף ד: מציאת משוואת הישר CD – שיפוע משתי נקודות ומשוואת ישר

ד. מצא את משוואת הישר CD.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$B(0,3)\ ,A(0,7)$
סעיף ב	$C(-4,-5)$
סעיף ג	$D(0,-1)$
סעיף ד	$y=x-1$

💡 נקודה על ציר ה־y – מציבים $x=0$. נקודת חיתוך של שני ישרים – משווים בין המשוואות. ומשוואת ישר – קודם שיפוע משתי נקודות, אחר כך $y-y_1=m(x-x_1)$.

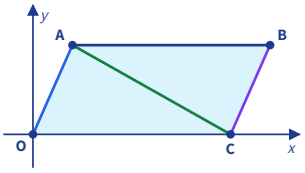
שיעור 19 מציאת שיעורי נקודות ומציאת נוסחת קו ישר

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת הנקודה C – חיתוך הישר AC עם ציר ה־x

בציור שלפניך מתואר מרובע OABC (O – ראשית הצירים). הנקודה C נמצאת על ציר ה־x.

נתון: משוואת הישר AC היא $y=-\frac{1}{2}x+5$. **א.** מצא את שיעורי הנקודה C.



סעיף ב: מציאת הנקודה A – נקודת החיתוך של OA ו־AC

נתון: משוואת הישר OA היא $y=2x$. **ב.** מצא את שיעורי הנקודה A.

סעיף ג: מציאת משוואת הישר BC המקביל לישר OA

נתון: הישר BC מקביל לישר OA. **ג.** מצא את משוואת הישר BC.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$C(10,0)$
סעיף ב	$A(2,4)$
סעיף ג	$y=2x-20$

💡 נקודה על ציר ה־x – מציבים $y = 0$. ישרים מקבילים – אותו שיפוע m, ואז מציבים את השיפוע ונקודה בנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$.

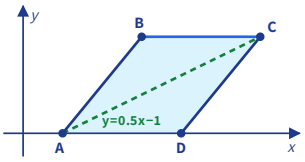
שיעור 20 מציאת נקודות על הצירים ומציאת משוואות ישרים ומציאת אורך קטע

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת הקודקוד A – חיתוך האלכסון AC עם ציר ה־x

בציור שלפניך מתוארת מקבילית ABCD. משוואת האלכסון AC היא: $y = 0.5x - 1$.

הקודקודים A ו־D נמצאים על ציר ה־x, כמתואר בציור. **א.** מצא את שיעורי הקודקוד A.



סעיף ב(1): שיעור ה־y של הקודקוד C – צלע מקבילה לציר ה־x

נתון: $B(6,5)$. **ב. (1)** מהו שיעור ה־y של הקודקוד C? נמק.

סעיף ב(2): שיעור ה־x של הקודקוד C – הצבה במשוואת האלכסון

ב. (2) מצא את שיעור ה־x של הקודקוד C.

סעיף ג(1): מציאת אורך הצלע BC המקבילה לציר ה־x

ג. (1) מצא את אורך הצלע BC.

סעיף ג(2): מציאת הקודקוד D – צלעות נגדיות במקבילית שוות

ג. (2) מצא את שיעורי הקודקוד D.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$A(2,0)$
סעיף ב(1)	$y_C = 5$
סעיף ב(2)	$C(12,5)$
סעיף ג(1)	$BC = 6$
סעיף ג(2)	$D(8,0)$

💡 ישר המקביל לציר ה־x – לכל הנקודות עליו אותו שיעור y, ואורך קטע עליו הוא הפרש שיעורי ה־x. במקבילית צלעות נגדיות מקבילות ושוות.

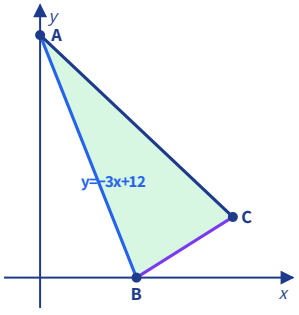
שיעור 21 מציאת נקודות על הצירים ומציאת משוואות ישרים

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת הנקודות A ו־B – חיתוך הישר AB עם הצירים

במשולש ABC הנקודה A נמצאת על ציר ה־y, והנקודה B נמצאת על ציר ה־x (ראה ציור).

משוואת הישר AB היא $y = -3x + 12$. **א.** מצא את שיעורי הנקודות A ו־B.



סעיף ב: מציאת משוואת הישר BC לפי שיפוע ונקודה

שיפוע הישר BC הוא 0.75. **ב.** מצא את משוואת הישר BC.

סעיף ג: מציאת שיעור ה־y של הנקודה C – הצבה במשוואת BC

שיעור ה־x של הנקודה C הוא 8. **ג.** מצא את שיעור ה־y של הנקודה C.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$B(4,0)\ ,A(0,12)$
סעיף ב	$y = 0.75x - 3$
סעיף ג	$C(8,3)$

💡 נקודה שנמצאת על ישר – מציבים את השיעור הידוע במשוואת הישר ומקבלים את השיעור השני. משוואת ישר משיפוע ונקודה: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

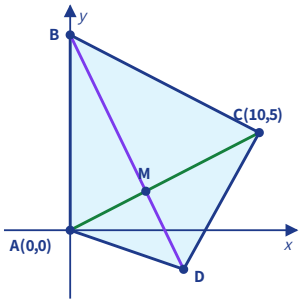
שיעור 22 מציאת נקודות על הצירים , מציאת שיפוע ומציאת משוואות ישרים

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת הקודקוד B ושיעור ה־y של D – הצבה במשוואת האלכסון BD

נתון המרובע ABCD (ראה ציור). שניים מקודקודי המרובע הם $A(0,0)$, $C(10,5)$.

הקודקוד B מונח על ציר ה־y. שיעור ה־x של הקודקוד D הוא 6. משוואת האלכסון BD היא $y = -2x + 10$. **א.** מצא את השיעורים של הקודקוד B ואת שיעור ה־y של הקודקוד D.



סעיף ב(1): מציאת שיפוע האלכסון AC משתי נקודות

ב. (1) מצא את שיפוע האלכסון AC.

סעיף ב(2): מציאת משוואת האלכסון AC

ב. (2) מצא את משוואת האלכסון AC.

סעיף ג: מציאת נקודת המפגש M של האלכסונים – חיתוך שני ישרים

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה M. **ג.** מצא את השיעורים של הנקודה M.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$D(6,-2)\ ,B(0,10)$
סעיף ב(1)	$m = \frac{1}{2}$
סעיף ב(2)	$y = \frac{1}{2}x$
סעיף ג	$M(4,2)$

💡 נקודת מפגש של אלכסונים היא נקודת חיתוך של שני ישרים: מוצאים את משוואת כל אלכסון, משווים בין המשוואות, ומציבים את x באחת מהן כדי למצוא את y.

שיעור 23 נקודת אמצע קטע 1

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

נקודת האמצע M של קטע נמצאת בדיוק באמצע בין שני הקצוות – גם ב־x וגם ב־y.

הנוסחה

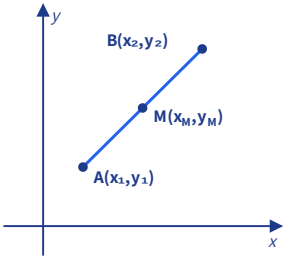
נקודת אמצע M של קטע שקצותיו הם $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$ מקיימת:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

במילים

שיעור ה־x של האמצע = **ממוצע** שיעורי ה־x של הקצוות. שיעור ה־y של האמצע = **ממוצע** שיעורי ה־y.



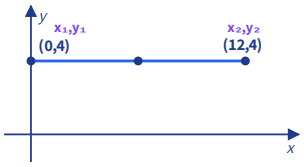
איך מוצאים נקודת אמצע:

1. **מסמנים** – קוראים לנקודה אחת (x_1,y_1) ולשנייה (x_2,y_2) – לא משנה איזו.
2. **מחשבים את x_M** – מחברים את שני ה־x ומחלקים ב־2.
3. **מחשבים את y_M** – מחברים את שני ה־y ומחלקים ב־2.
4. **כותבים את הנקודה** – האמצע הוא $M(x_M , y_M)$.

אמצע קטע = ממוצע של ה־x וממוצע של ה־y ✅

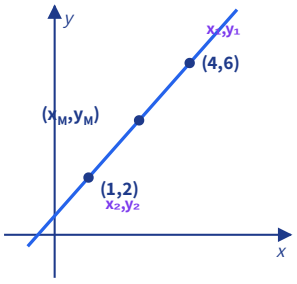
תרגיל 1: נקודת אמצע של קטע המקביל לציר ה־x

מצא את נקודת האמצע של הקטע שקצותיו $(0,4)$, $(12,4)$.



תרגיל 2: נקודת אמצע של קטע משופע – תוצאה עם שבר

מצא את נקודת האמצע של הקטע שקצותיו $(4,6)$, $(1,2)$.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$M(6,4)$
תרגיל 2	$M(2\frac{1}{2} , 4)$

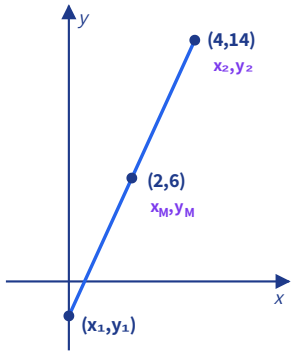
💡 לא משנה איזו נקודה היא (x_1,y_1) ואיזו (x_2,y_2) – מחברים ומחלקים ב־2 ומקבלים אותה נקודת אמצע.

שיעור 24 נקודת אמצע קטע 2

לשיעור ⇐

תרגיל: מציאת הקצה השני של קטע לפי נקודת האמצע

קצה אחד של קטע הוא $(4,14)$, ונקודת האמצע של הקטע היא $(2,6)$. מצא את הקצה השני.



✅ תשובות סופיות

תרגיל $(0,-2)$

💡 כשנתונים האמצע וקצה אחד – מציבים את מה שידוע בנוסחת אמצע קטע, כופלים בהצלבה, ומבודדים את השיעור החסר (פעם ל־x ופעם ל־y).

שיעור 25 שיפעים שווים ושיפועים הופכי ונגדי

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

מהשיפועים של שני ישרים אפשר לדעת אם הם מקבילים או מאונכים זה לזה.

① ישרים מקבילים

לישרים מקבילים – **שיפועים שווים**:

$$m_1 = m_2$$

במלבן ABCD: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.

② ישרים מאונכים

ישרים מאונכים (ביניהם $90°$) – השיפועים הם **הופכיים ונגדיים**, ומתקיים:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

הופכי – מחליפים מונה ומכנה. **נגדי** – מחליפים את הסימן.

איך מוצאים שיפוע של ישר מאונך:

1. **כותבים כשבר** – שיפוע שלם כותבים כשבר: $2 = \frac{2}{1}$.
2. **הופכים** – מחליפים את המונה והמכנה: $\frac{2}{1} \rightarrow \frac{1}{2}$.
3. **משנים סימן** – פלוס הופך למינוס ומינוס לפלוס: $-\frac{1}{2}$.
4. **בודקים** – המכפלה צריכה לצאת מינוס 1:

מקבילים: $m_1 = m_2$ **· מאונכים:** $m_1 \cdot m_2 = -1$ ✅

תרגיל 1: שיפוע הצלע AD המאונכת ל־AB במלבן

במלבן ABCD שיפוע הצלע AB הוא 2, והצלע AD מאונכת לה ($AD \perp AB$). מה שיפוע AD?

תרגיל 2: שיפוע ישר מאונך לישר ששיפועו 3

שיפוע של ישר הוא 3. מה השיפוע של ישר המאונך לו?

תרגיל 3: שיפוע ישר מאונך לישר ששיפועו שלילי

שיפוע של ישר הוא $-\frac{1}{4}$. מה השיפוע של ישר המאונך לו?

תרגיל 4: שיפוע ישר מאונך לישר ששיפועו עשירית

שיפוע של ישר הוא $\frac{1}{10}$. מה השיפוע של ישר המאונך לו?

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$m_{AD} = -\frac{1}{2}$
תרגיל 2	$m_2 = -\frac{1}{3}$
תרגיל 3	$m_2 = 4$
תרגיל 4	$m_2 = -10$

💡 מקבילים – אותו שיפוע. מאונכים – הופכים את השבר ומשנים סימן, והמכפלה תמיד -1.

שיעור 26 מציאת קו ישר מקביל ומאונך 1

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת m כך שהישר יקביל לישר y = 4x

נתון הישר $y = mx + 4$. **א.** מה צריך להיות ערכו של m כדי שהישר יקביל לישר $y = 4x$?

סעיף ב: מציאת m כך שהישר יקביל לישר 2y − 8x = 6

ב. מה צריך להיות ערכו של m כדי שהישר יקביל לישר $2y - 8x = 6$?

סעיף ג: מציאת m כך שהישר יהיה מאונך לישר y = 5x − 4

ג. מה צריך להיות ערכו של m כדי שהישר יהיה מאונך לישר $y = 5x - 4$?

סעיף ד: מציאת m כך שהישר יהיה מאונך לישר ששיפועו רבע

ד. מה צריך להיות ערכו של m כדי שהישר יהיה מאונך לישר $y = \frac{1}{4}x + 8$?

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$m = 4$
סעיף ב	$m = 4$
סעיף ג	$m = -\frac{1}{5}$
סעיף ד	$m = -4$

💡 לפני שקוראים את השיפוע – מביאים את הישר לצורה $y = mx + b$. מקביל: אותו m. מאונך: הופכים ומשנים סימן.

שיעור 27 מציאת קו ישר מקביל ומאונך 2

לשיעור ⇐

סעיף א: משוואת ישר העובר דרך C ומקביל לישר AB

נתונות הנקודות $A(1,4)$, $B(-1,8)$. **א.** מצא משוואת ישר העובר דרך הנקודה $C(2,-3)$ ומקביל לישר AB.

סעיף ב: משוואת ישר העובר דרך A ומאונך לישר AB

ב. מצא משוואת ישר העובר דרך הנקודה A ומאונך לישר AB.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$y = -2x + 1$
סעיף ב	$y = 0.5x + 3.5$

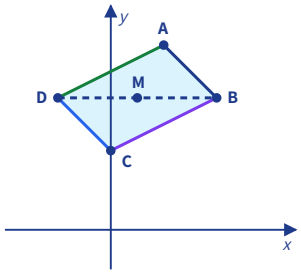
💡 ישר מקביל – לוקחים את אותו שיפוע. ישר מאונך – $m' = -\frac{1}{m}$. אחר כך מציבים בנוסחה $y - y_1 = m(x - x_1)$ עם הנקודה שהישר עובר דרכה.

שיעור 28 תרגול מפגש אלכסונים במקבילית

לשיעור ⇐

סעיף א: מציאת הקודקוד C על ציר ה־y

במקבילית ABCD נתון: הצלע AD מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 6$, הצלע DC מונחת על הישר $y = -x + 3$, הקודקוד C נמצא על ציר ה־y (ראה ציור). **א.** מצא את שיעורי הקודקוד C.



סעיף ב: מציאת משוואת הישר שהצלע BC מונחת עליו

ב. מצא את משוואת הישר שהצלע BC מונחת עליו.

סעיף ג: מציאת נקודת מפגש האלכסונים במקבילית

ג. נתון גם כי האלכסון DB מקביל לציר ה־x. מצא את השיעורים של נקודת מפגש האלכסונים במקבילית.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$C(0,3)$
סעיף ב	$y = \frac{1}{2}x + 3$
סעיף ג	$M(1,5)$

💡 במקבילית צלעות נגדיות מקבילות (שיפועים שווים), והאלכסונים חוצים זה את זה – נקודת המפגש שלהם היא אמצע כל אלכסון.

שיעור 33 מהי משוואת מעגל

לשיעור ⇐

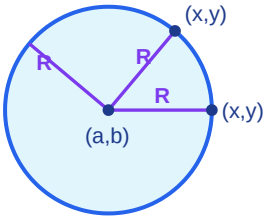
📄 דף הסבר

משוואת מעגל בונים מהמרכז ומהרדיוס.

מהו מעגל

מעגל הוא המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שנמצאות במרחק קבוע מנקודה מסוימת – **המרכז**. המרחק הקבוע הזה הוא **הרדיוס** R.

המרכז: (a,b). כל נקודה על המעגל: (x,y).



משוואת מעגל

משוואת מעגל שמרכזו (a,b) ורדיוסו R:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

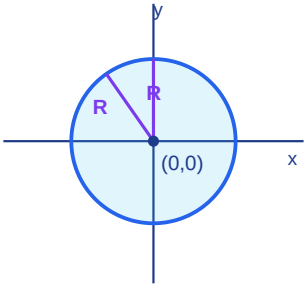
כדי למצוא משוואת מעגל צריך שני דברים: את המרכז ואת הרדיוס.

מעגל קנוני

מעגל קנוני הוא מעגל שהמרכז שלו בראשית הצירים $(0,0)$:

$$(x-0)^2+(y-0)^2=R^2$$

$$x^2+y^2=R^2$$



איך מוצאים משוואת מעגל:

1. **מוצאים את המרכז** – (a,b) – ה־x של המרכז הוא a, ה־y הוא b.
2. **מוצאים את הרדיוס** – R – המרחק מהמרכז לכל נקודה על המעגל.
3. **מציבים בנוסחה** – במקום a, b, R. את x ואת y משאירים.
4. **מסדרים** – מחשבים את R^2.

✅ $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

תרגיל: משוואת המעגל שמרכזו (1,1) ורדיוסו R = 2

מצא את משוואת המעגל שמרכזו $(1,1)$ ורדיוסו $R=2$.

✅ תשובות סופיות

תרגיל $(x-1)^2+(y-1)^2=4$

💡

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

מעגל קנוני (מרכז $(0,0)$): $x^2+y^2=R^2$

שיעור 34 מהי משוואת מעגל 2

לשיעור ⇐

תרגיל 1: משוואת מעגל שמרכזו M(9,−5) והרדיוס 6

מצא את משוואת המעגל שמרכזו $M(9,-5)$ והרדיוס שלו $R=6$.

תרגיל 2: משוואת מעגל שמרכזו M(0,0) והרדיוס √2 – מעגל קנוני

מצא את משוואת המעגל שמרכזו $M(0,0)$ והרדיוס שלו $R=\sqrt{2}$.

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $(x-9)^2+(y+5)^2=36$

תרגיל 2 $x^2+y^2=2$

💡 מעגל שמרכזו בראשית הצירים $(0,0)$ נקרא **מעגל קנוני**, ומשוואתו $x^2+y^2=R^2$.

שיעור 35 מציאת משוואת מעגל

לשיעור ⇐

תרגיל 1: משוואת המעגל שמרכזו M(1,2) ורדיוסו R = 3

מצא את משוואת המעגל: $R=3$, $M(1,2)$

תרגיל 2: משוואת המעגל שמרכזו M(−1,0) ורדיוסו R = 1

מצא את משוואת המעגל: $R=1$, $M(-1,0)$

תרגיל 3: משוואת המעגל שמרכזו M(3,−2) ורדיוסו R = 2

מצא את משוואת המעגל: $R=2$, $M(3,-2)$

תרגיל 4: משוואת המעגל שמרכזו M(0,0) ורדיוסו R = 4

מצא את משוואת המעגל: $R=4$, $M(0,0)$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $(x-1)^2+(y-2)^2=9$

תרגיל 2 $(x+1)^2+y^2=1$

תרגיל 3 $(x-3)^2+(y+2)^2=4$

תרגיל 4 $x^2+y^2=16$

💡

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

בסוגריים יוצא הסימן ההפוך מהמרכז:

$a=-1 \rightarrow (x+1)^2$

$a=1 \rightarrow (x-1)^2$

מרכז בראשית הצירים ← מעגל קנוני:

$x^2+y^2=R^2$

שיעור 36 מציאת מרכז ורדיוס

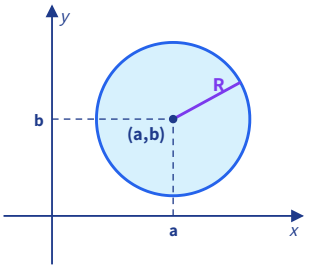
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

ממשוואת המעגל אפשר לקרוא מיד את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס

משוואת מעגל שמרכזו (a,b) ורדיוסו R

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$



כלל קטן למרכז

$$+ \rightarrow -$$

$$- \rightarrow +$$

בנוסחה המרכז מופיע במינוס, לכן לוקחים את **הנגדי** למספר שבסוגריים.

למה זה נכון?

אם $b=-1$, מציבים בנוסחה:

$$(y-(-1))^2 = (y+1)^2$$

כלומר כשרואים $y+1$ – המרכז הוא -1.

כשאין מספר בסוגריים

x^2 זה בעצם $(x-0)^2$, לכן $a=0$.

המעגל $x^2+y^2=R^2$ הוא מעגל שמרכזו $(0,0)$.

מציאת המרכז והרדיוס:

1. **שיעור x של המרכז** – לוקחים את הנגדי למספר שליד x בסוגריים.
2. **שיעור y של המרכז** – לוקחים את הנגדי למספר שליד y בסוגריים.
3. **הרדיוס** – המספר באגף ימין הוא R^2. מוציאים שורש ומקבלים R.
4. **רק החיובי** – רדיוס הוא מרחק, ולכן לא יכול להיות שלילי – לוקחים רק את השורש החיובי.

מספר בסוגריים ← לוקחים את הנגדי ← המרכז
אגף ימין הוא R^2 ← שורש ← הרדיוס ✅

תרגיל 5: מציאת המרכז והרדיוס כשבסוגריים מינוס

מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס: $(x-2)^2+(y-4)^2=4$

תרגיל 6: מרכז עם שיעור שלילי (y+1 בסוגריים)

מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס: $(x-2)^2+(y+1)^2=1$

תרגיל 7: מעגל ששני שיעורי המרכז שליליים

מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס: $(x+5)^2+(y+4)^2=9$

תרגיל 8: מעגל שמרכזו על ציר y (x^2 בלבד)

מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס: $x^2+(y-3)^2=4$

תרגיל 9: מעגל קנוני שמרכזו בראשית הצירים

מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס: $x^2+y^2=1$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 5	מרכז $(2,4)$, רדיוס $R=2$
תרגיל 6	מרכז $(2,-1)$, רדיוס $R=1$
תרגיל 7	מרכז $(-5,-4)$, רדיוס $R=3$
תרגיל 8	מרכז $(0,3)$, רדיוס $R=2$

תרגיל 9 מרכז $(0,0)$, רדיוס $R=1$

💡

במשוואת מעגל כתוב פלוס ← המרכז במינוס; כתוב מינוס ← המרכז בפלוס. המספר באגף ימין הוא R^2, מוציאים שורש ולוקחים רק את החיובי.

שיעור 37 חיתוך מעגל עם הצירים

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

נקודות החיתוך של המעגל עם ציר x ועם ציר y מוצאים בהצבה במשוואת המעגל

חיתוך עם ציר y

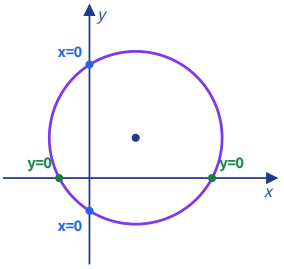
על ציר y שיעור ה־x הוא 0, לכן מציבים $x=0$ במשוואת המעגל ומוצאים את y.

הנקודות: $(0,y)$

חיתוך עם ציר x

על ציר x שיעור ה־y הוא 0, לכן מציבים $y=0$ במשוואת המעגל ומוצאים את x.

הנקודות: $(x,0)$



שורש נותן שני פתרונות

$$y^2=25$$

$$y=\pm 5$$

כל פתרון הוא נקודת חיתוך נפרדת עם הציר.

מציאת נקודות החיתוך עם הצירים:

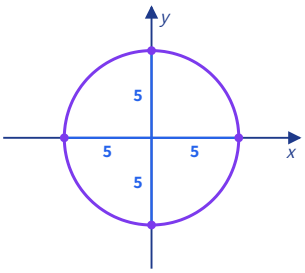
1. **מציבים x=0** – מציבים $x=0$ במשוואת המעגל.
2. **פותרים ל־y** – מוציאים שורש: ±. מקבלים את הנקודות על ציר y: $(0,y)$.
3. **מציבים y=0** – מציבים $y=0$ במשוואת המעגל ופותרים ל־x.
4. **כותבים נקודות** – הנקודות על ציר x הן $(x,0)$.

חיתוך עם ציר y ← $x=0$

חיתוך עם ציר x ← $y=0$ ✅

תרגיל 10: נקודות החיתוך של המעגל $x^2+y^2=25$ עם הצירים

מצא נקודות חיתוך עם הצירים: $x^2+y^2=25$



✅ תשובות סופיות

תרגיל 10 עם ציר y: $(0,-5)$, $(0,5)$

עם ציר x: $(-5,0)$, $(5,0)$

💡

חיתוך עם ציר y – מציבים $x=0$; חיתוך עם ציר x – מציבים $y=0$. השורש נותן ±, ולכן בדרך כלל יש שתי נקודות חיתוך עם כל ציר.

שיעור 38 חיתוך מעגל עם הצירים 2

לשיעור ⇐

תרגיל 11: חיתוך המעגל $x^2+(y-3)^2=4$ עם ציר y – פתרון בעזרת שורש

מצא נקודות חיתוך עם הצירים: $x^2+(y-3)^2=4$

תרגיל 11: חיתוך המעגל $x^2+(y-3)^2=4$ עם ציר x – אין נקודות חיתוך

אותו מעגל – חיתוך עם ציר x.

✅ תשובות סופיות

תרגיל 11 עם ציר y: $(0,5)$, $(0,1)$

תרגיל 11 אין חיתוך עם ציר x

נקודות החיתוך היחידות עם הצירים: $(0,5)$, $(0,1)$

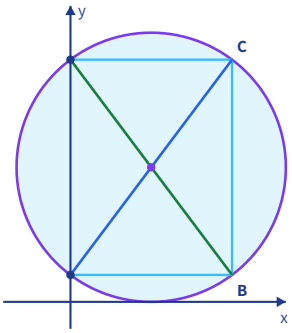
💡

כשמקבלים $(y-3)^2=4$ – מוציאים שורש ומתפצלים ל־+ ול־−. אם מגיעים לשורש של מספר שלילי, אין חיתוך עם הציר.

שיעור 39 תרגיל

לשיעור ⇐

מעגל שמרכזו M חותך את ציר ה־y בנקודות A ו־B. D ו־AC הם קטרים במעגל (ראה ציור). משוואת AC היא $y=\frac{4}{3}x+1$, ומשוואת DB היא $y=-\frac{4}{3}x+9$.



סעיף א: מציאת שיעורי הנקודות A ו־D על ציר y

מצא את השיעורים של הנקודות A ו־D.

סעיף א: מציאת מרכז המעגל M – נקודת החיתוך של הקטרים AC ו־DB

מצא את השיעורים של הנקודה M.

סעיף ב: מציאת משוואת המעגל – הרדיוס R בנוסחת המרחק

מצא את משוואת המעגל.

✅ תשובות סופיות

סעיף א $A(0,1)$, $D(0,9)$

סעיף א $M(3,5)$

סעיף ב $(x-3)^2+(y-5)^2=25$

💡 מרכז המעגל הוא מפגש הקטרים – משווים בין משוואות הישרים. הרדיוס הוא המרחק מהמרכז לכל נקודה על המעגל (כאן D), ומחשבים אותו בנוסחת המרחק.

שיעור 40 מעגל משיק לצירים 1

לשיעור ⇐

דף הסבר

משיק = נוגע בציר בנקודה אחת בלבד. כשהמעגל משיק לציר, המרחק מהמרכז לציר הוא הרדיוס – וכך מוצאים את R

משוואת מעגל שמרכזו (a,b) ורדיוסו R

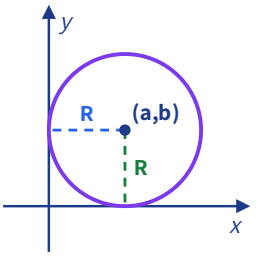
$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

הרדיוס חייב להיות חיובי

$$R=|a|$$

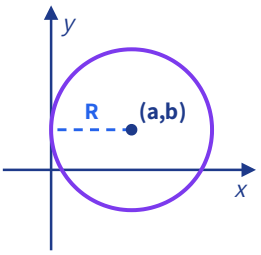
אם המרכז בחלק השלילי (למשל $a=-3$), הרדיוס הוא 3 – לכן כותבים ערך מוחלט.

משיק לשני הצירים



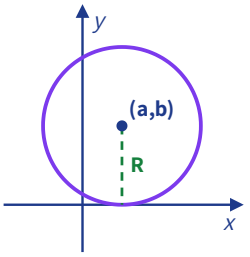
$$R=|a|=|b|$$

משיק לציר y



$$R=|a|$$

משיק לציר x



$$R=|b|$$

משוואת מעגל משיק לצירים:

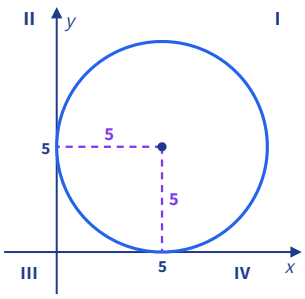
1. **משרטטים** – מסמנים את המרכז ומשרטטים מעגל שנוגע בציר (מספיק "פחות או יותר").
2. **מוצאים את R** – הרדיוס עד נקודת ההשקה = המרחק מהמרכז לציר: משיק לציר y ← $R=|a|$, משיק לציר x ← $R=|b|$.
3. **המרכז** – אם נתון רק R והרביע – מהשרטוט מוצאים את (a,b).
4. **מציבים בנוסחה** – מציבים a, b, R במשוואת המעגל.

משיק לציר y ← $R=|a|$ · משיק לציר x ← $R=|b|$

משיק לשני הצירים ← $R=|a|=|b|$ ✅

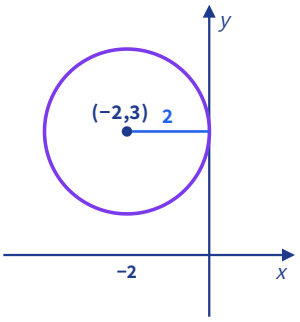
תרגיל 12: משוואת מעגל ברביע הראשון שרדיוסו 5 ומשיק לשני הצירים

מצא משוואת מעגל שמרכזו ברביע הראשון ורדיוסו 5, והוא משיק לשני הצירים.



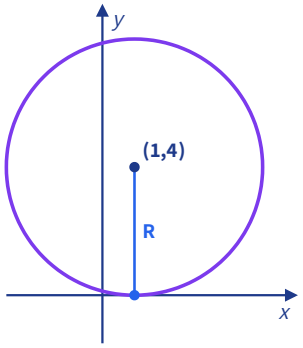
תרגיל 13: משוואת מעגל שמרכזו M(−2,3) ומשיק לציר y

מצא משוואת מעגל שמרכזו $M(-2,3)$ והוא משיק לציר y.



תרגיל 14: משוואת מעגל שמרכזו M(1,4) ומשיק לציר x

מצא משוואת מעגל שמרכזו $M(1,4)$ והוא משיק לציר x.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 12	$(x-5)^2+(y-5)^2=25$
תרגיל 13	$(x+2)^2+(y-3)^2=4$
תרגיל 14	$(x-1)^2+(y-4)^2=16$

💡 משיק לציר y ← $R=|a|$; משיק לציר x ← $R=|b|$; משיק לשני הצירים ← $R=|a|=|b|$. ערך מוחלט – כי רדיוס תמיד חיובי.

שיעור 41 משיק למעגל

לשיעור ⇐

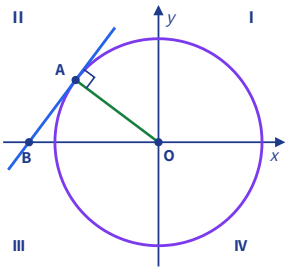
דף הסבר

משוואת משיק היא משוואה של קו ישר – צריך נקודה (נקודת ההשקה) ושיפוע

הכלל החשוב

בין רדיוס למשיק למעגל יש 90°.

לכן השיפוע של המשיק **הופכי ונגדי** לשיפוע הרדיוס שמגיע לנקודת ההשקה.



הופכי ונגדי

$$m_{AO}=-\frac{3}{4}$$

$$m_{AB}=+\frac{4}{3}$$

הופכים את השבר ומחליפים את הסימן.

שיפוע לפי 2 נקודות

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

משוואת ישר עם שיפוע m, העובר בנקודה (x_1,y_1)

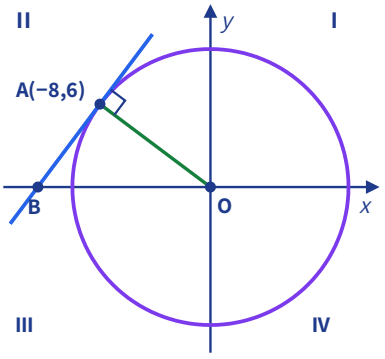
$$y-y_1=m(x-x_1)$$

מציאת משוואת משיק למעגל:

1. **נקודת ההשקה** – מוצאים את נקודת ההשקה A (מציבים את השיעור הידוע במשוואת המעגל).
2. **שיפוע הרדיוס** – מחשבים את שיפוע הרדיוס מהמרכז לנקודת ההשקה, לפי נוסחת השיפוע.
3. **שיפוע המשיק** – בין רדיוס למשיק יש 90° ← השיפוע של המשיק הופכי ונגדי.
4. **משוואת המשיק** – מציבים את הנקודה והשיפוע ב־$y-y_1=m(x-x_1)$ ומסדרים.

נקודת השקה ← שיפוע הרדיוס ← הופכי ונגדי ← $y-y_1=m(x-x_1)$ ✅

נתון המעגל $x^2+y^2=100$. המשיק למעגל בנקודה A, הנמצאת ברביע השני, חותך את ציר ה־x בנקודה B. O – ראשית הצירים



(ראה ציור). שיעור ה־y של נקודה A הוא 6.

א. מצא את שיעור ה־x של נקודה A.

ב. מצא את משוואת המשיק.

✅ תשובות סופיות

סעיף א $x=-8$, כלומר $A(-8,6)$

סעיף ב $y=\frac{4}{3}x+\frac{50}{3}$

💡

בין רדיוס למשיק למעגל יש 90°: מחשבים את שיפוע הרדיוס לנקודת ההשקה, הופכים ומחליפים סימן – וזה שיפוע המשיק.

שיעור 42 מעגל חוסם משולש או מלבן

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

איפה נמצאת נקודת המרכז של מעגל שחוסם משולש ישר זווית, מלבן (או ריבוע) או משולש כלשהו – ולמה

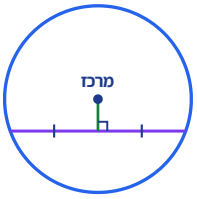
משולש ישר זווית

זווית של 90° נשענת על הקוטר, ולכן **היתר הוא הקוטר** – ומרכז המעגל נמצא באמצע היתר.

משולש כלשהו

מרכז המעגל הוא **מפגש האנכים האמצעיים**. אנך אמצעי יוצר 90° עם הצלע וחוצה אותה לשני חלקים שווים.

במעגל: קטע שיוצא מהמרכז ומאונך למיתר – גם חוצה אותו.



מלבן או ריבוע

מרכז המעגל החוסם נמצא ב**נקודת מפגש האלכסונים**. (ריבוע הוא גם סוג של מלבן.)

טעות נפוצה ⚠️

אנך אמצעי ≠ מהקודקוד

האנך האמצעי יוצא מאמצע הצלע ולא מהקודקוד. רק במשולש שווה שוקיים – האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד (הגובה הוא גם תיכון).

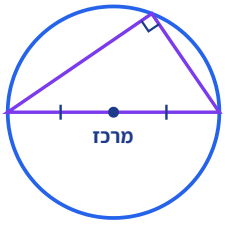
איך מזהים את מרכז המעגל החוסם:

1. **מה חסום?** – בודקים איזו צורה חסומה במעגל: משולש ישר זווית, מלבן/ריבוע או משולש כלשהו.
2. **ישר זווית** – המרכז באמצע היתר (היתר הוא הקוטר).
3. **מלבן / ריבוע** – המרכז בנקודת מפגש האלכסונים.
4. **משולש כלשהו** – המרכז במפגש האנכים האמצעיים.

ישר זווית ← אמצע היתר · מלבן ← מפגש האלכסונים
משולש כלשהו ← מפגש האנכים האמצעיים ✅

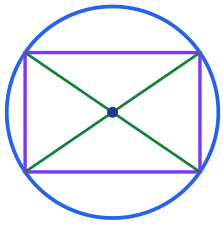
מקרה 1: משולש ישר זווית חסום במעגל – המרכז באמצע היתר

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם משולש ישר זווית?



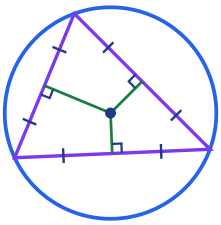
מקרה 2: מלבן או ריבוע חסום במעגל – המרכז במפגש האלכסונים

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם מלבן (או ריבוע)?



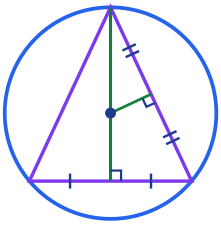
מקרה 3: משולש כלשהו חסום במעגל – המרכז במפגש האנכים האמצעיים

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם משולש כלשהו?



מקרה 4: משולש שווה שוקיים חסום במעגל – האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד

מה מיוחד במשולש שווה שוקיים החסום במעגל?



✅ תשובות סופיות

מקרה 1	מרכז המעגל החוסם משולש ישר זווית נמצא באמצע היתר
מקרה 2	מרכז המעגל החוסם מלבן (או ריבוע) נמצא בנקודת מפגש האלכסונים
מקרה 3	מרכז המעגל החוסם משולש כלשהו הוא מפגש האנכים האמצעיים במשולש
מקרה 4	במשולש שווה שוקיים האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד, ועליו נמצא מרכז המעגל

💡

ישר זווית ← אמצע היתר; מלבן או ריבוע ← מפגש האלכסונים; משולש כלשהו ← מפגש האנכים האמצעיים (מאמצע הצלעות, לא מהקודקודים).

שיעור 43 משולש ישר זווית חסום במעגל

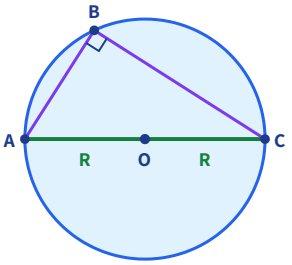
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

כשמעגל חוסם משולש ישר זווית (כל הקודקודים על המעגל) – היתר הוא הקוטר, ומרכז המעגל נמצא באמצע היתר.

היתר הוא הקוטר

היתר הוא הצלע שמול הזווית של 90°. זווית של 90° נשענת תמיד על הקוטר, לכן **במשולש ישר זווית החסום במעגל – היתר הוא הקוטר**.



המרכז והרדיוס

קוטר = שני רדיוסים, ולכן **מרכז המעגל O הוא אמצע היתר**:

$$x_m=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$y_m=\frac{y_1+y_2}{2}$$

הרדיוס R הוא המרחק מהמרכז לקודקוד (נוסחת המרחק), ואז מציבים ב:

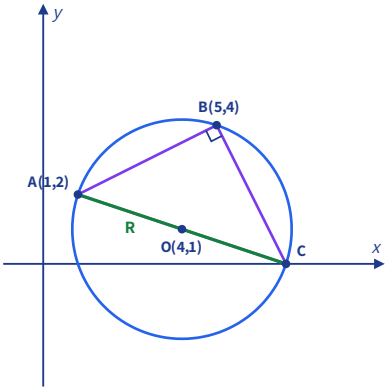
$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

איך מוצאים את משוואת המעגל:

1. **מזהים 90°** – המשולש ישר זווית וחסום במעגל ← היתר (מול ה־90°) הוא הקוטר.
2. **קצות היתר** – מוצאים את שיעורי שני הקודקודים שבקצות היתר (אם חסר קודקוד – מוצאים אותו קודם).
3. **המרכז** – אמצע קטע בין קצות היתר – זה מרכז המעגל (a,b).
4. **הרדיוס** – R = המרחק מהמרכז לאחד הקודקודים, ומציבים במשוואת המעגל.

משולש ישר זווית חסום במעגל ← היתר הוא הקוטר ← המרכז באמצע היתר ✅

במשולש ישר־זווית ABC ($\sphericalangle B = 90°$) הקודקוד C נמצא על ציר ה־x (ראה ציור). נתון: $A(1,2)$, $B(5,4)$.



א. מצא את המשוואה של BC.

ב. מצא את משוואת המעגל שהקוטר שלו הוא הקטע AC.

✅ תשובות סופיות

סעיף א $y = -2x + 14$

סעיף ב $(x-4)^2+(y-1)^2=10$

💡 מעגל שחוסם משולש ישר זווית: היתר הוא הקוטר, המרכז באמצע היתר, והרדיוס הוא חצי היתר (או המרחק מהמרכז לקודקוד).

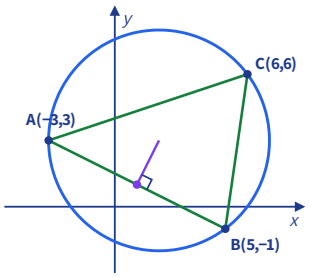
שיעור 44 משולש כלשהו חסום במעגל

לשיעור ⇐

מציאת מרכז המעגל החוסם משולש: משוואת האנך האמצעי לצלע AB

מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש שקודקודיו:

$C(6,6)\quad B(5,-1)\quad A(-3,3)$



✅ תשובות סופיות

מציאת מרכז המעגל החוסם משולש משוואת האנך האמצעי לצלע AB: $y=2x-1$

💡

מרכז המעגל החוסם משולש = מפגש האנכים האמצעיים. אנך אמצעי: עובר באמצע הצלע ושיפועו הופכי ונגדי לשיפוע הצלע.

פרק 9 – טריגונומטריה במשולש ישר זווית

שיעור 53 שימוש במחשבון- sin,cos,tan

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

לפני שמסבירים מה זה סינוס וקוסינוס – לומדים לחשב אותם במחשבון, בשני הכיוונים

מזווית ← למספר

יודעים את הזווית ורוצים את הערך. לוחצים על המקש `sin`, `cos` או `tan`, רושמים את הזווית ולוחצים `=`. למשל:

$sin30 = \frac{1}{2}$

הפעולה ההפוכה

$sin^{-1}(\frac{1}{2}) = 30$

`SHIFT` ואז `sin` ← מקבלים את הזווית

ממספר ← לזווית

יודעים את הערך ומחפשים את הזווית, למשל $\sin\alpha = \frac{1}{2}$.

במחשבון לוחצים `SHIFT` ואז `sin`, רושמים $\frac{1}{2}$ ולוחצים `=`.

מה זה מינוס 1?

רושמים את זה כך: sin^{-1} או cos^{-1}. המינוס 1 אומר שעושים את **הפעולה ההפוכה** – ומקבלים את הזווית.

מציאת זווית במחשבון:

1. **רושמים את המשוואה** – למשל $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. **לוחצים SHIFT** – `SHIFT` ואז המקש של הפונקציה: `cos` ← על המסך $cos^{-1}($
3. **רושמים את הערך** – מקלידים את המספר (כאן $\frac{\sqrt{2}}{2}$) ולוחצים `=`.
4. **מקבלים את הזווית** – $cos^{-1}(\frac{\sqrt{2}}{2}) = 45 \rightarrow \alpha = 45$

יודעים זווית ← לוחצים sin / cos / tan

יודעים ערך ← לוחצים SHIFT ומקבלים זווית ✅

תרגיל 1: חישוב sin30 במחשבון

חשבו: $sin30$

תרגיל 2: חישוב sin45 במחשבון

חשבו: $sin45$

תרגיל 3: חישוב cos30 במחשבון

חשבו: $cos30$

תרגיל 4: חישוב cos45 – אותה תוצאה כמו sin45

חשבו: $cos45$

תרגיל 5: מציאת זווית מסינוס – הפעולה ההפוכה SHIFT sin

מצאו את הזווית: $sin\,\alpha = \frac{1}{2}$

תרגיל 6: מציאת זווית מקוסינוס – הפעולה ההפוכה SHIFT cos

מצאו את הזווית: $cos\,\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$sin30 = \frac{1}{2}$
תרגיל 2	$sin45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
תרגיל 3	$cos30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
תרגיל 4	$cos45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
תרגיל 5	$\alpha = 30$
תרגיל 6	$\alpha = 45$

💡 יודעים זווית ← לוחצים `sin` / `cos` / `tan`. יודעים את הערך ומחפשים זווית ← `SHIFT` ואז המקש, ורושמים sin^{-1} / cos^{-1}.

שיעור 54 sin במשולש ישר זווית

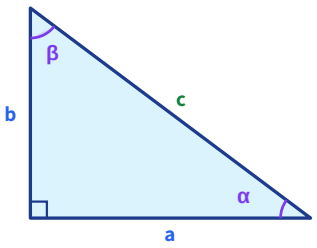
לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

סינוס של זווית = הניצב שמול הזווית חלקי היתר

שמות הצלעות

הניצבים הם שתי הצלעות שביניהן הזווית של 90 מעלות. הצלע השלישית, שמול ה־90, נקראת **יתר**. מסמנים: ניצב 1 = a, ניצב 2 = b, יתר = c.



ההגדרה של סינוס

$$\sin\alpha = \frac{\text{ניצב מול הזווית}}{\text{יתר}}$$

בשרטוט: $\sin\alpha = \frac{b}{c}$ $\sin\beta = \frac{a}{c}$

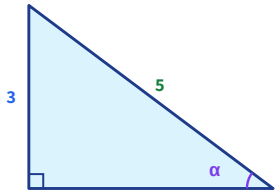
איך משתמשים בסינוס:

1. **מסתכלים על הזווית** – מסמנים את הזווית הנתונה (או את הזווית שמחפשים).
2. **הניצב שמול הזווית** – מוצאים את הניצב ש"מסתכל" על הזווית – הוא נמצא מולה.
3. **חלקי היתר** – היתר הוא הצלע שמול ה־90. רושמים: ניצב מול הזווית חלקי יתר = sin הזווית.
4. **פותרים** – מחפשים צלע ← כפל בהצלבה. מחפשים זווית ← **SHIFT sin** במחשבון.

sin של הזווית = $\frac{\text{ניצב מול הזווית}}{\text{יתר}}$ ✅

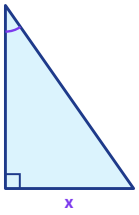
תרגיל 1: מציאת הזווית α כשנתונים הניצב שמולה והיתר

נתון: הניצב שמול α שווה 3, היתר שווה 5. מצאו את α.



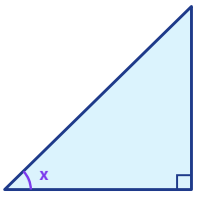
תרגיל 2: מציאת הניצב x כשנתונים זווית של 35 מעלות והיתר 80

מצאו את x.



תרגיל 3: מציאת הזווית x כשנתונים הניצב 28 והיתר 40

מצאו את הזווית x.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $\alpha = 36.86$

תרגיל 2 $x = 45.88$

תרגיל 3 $x = 44.42$

💡 $sin = \frac{\text{ניצב מול}}{\text{יתר}}$. מחפשים צלע ← כפל בהצלבה. מחפשים זווית ← SHIFT sin.

שיעור 55 cos במשולש ישר זווית

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

קוסינוס של זווית = הניצב שליד הזווית חלקי היתר

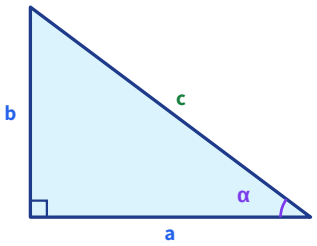
ליד או מול?

הניצב **שליד** הזווית הוא הניצב שהזווית "נוגעת" בו. בשרטוט: ליד α נמצא a, ואילו b נמצא מולה. ניצב **מול** הזווית ← סינוס. ניצב **ליד** הזווית ← קוסינוס.

ההגדרה של קוסינוס

$$cos\ \alpha = \frac{\text{ניצב ליד הזווית}}{\text{יתר}}$$

בשרטוט: $cos\ \alpha = \frac{a}{c}$



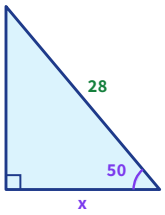
איך משתמשים בקוסינוס:

1. **מסמנים את הזווית** – הזווית הנתונה או הזווית שמחפשים.
2. **הניצב שליד הזווית** – אם הצלע נוגעת בזווית (ואינה היתר) – משתמשים בקוסינוס.
3. **חלקי היתר** – היתר – הצלע שמול ה־90. ניצב ליד הזווית חלקי יתר = cos הזווית.
4. **פותרים** – מחפשים צלע ← כפל בהצלבה. מחפשים זווית ← **SHIFT cos**.

cos של הזווית = $\frac{\text{ניצב ליד הזווית}}{\text{יתר}}$ ✅

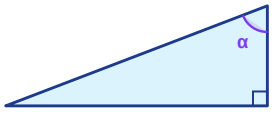
תרגיל 1: מציאת הניצב x שליד הזווית 50 בעזרת cos

נתון: הזווית 50, היתר 28. מצאו את x.



תרגיל 2: מציאת הזווית α בעזרת SHIFT cos – ניצב 10 ויתר 28

מצאו את הזווית α.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $x = 17.99$

תרגיל 2 $\alpha = 69.07$

💡

ניצב **מול** הזווית ← sin. ניצב **ליד** הזווית ← $\frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}} = cos$. מחפשים זווית ← SHIFT.

שיעור 56 tan במשולש ישר זווית

לשיעור ⇐

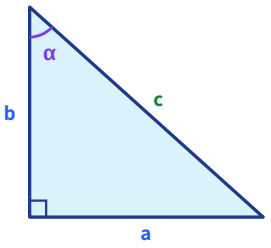
📄 דף הסבר

טנגנס של זווית = הניצב שמול הזווית חלקי הניצב שליד הזווית

בטנגנס היתר לא משתתף

בסינוס ובקוסינוס יש יתר. בטנגנס משתמשים רק **בשני הניצבים**.

בשרטוט: מול α נמצא a, וליד α נמצא b.



ההגדרה של טנגנס

$$tan\ \alpha = \frac{\text{ניצב מול הזווית}}{\text{ניצב ליד הזווית}}$$

בשרטוט: $tan\ \alpha = \frac{a}{b}$

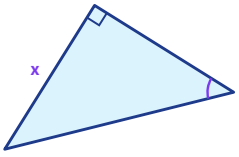
מתי ואיך משתמשים בטנגנס:

1. **בודקים מה נתון** – נתונים (או מחפשים) **שני ניצבים** והיתר לא נתון ← טנגנס.
2. **ניצב מול הזווית** – הניצב ש"מסתכל" על הזווית – במונה.
3. **חלקי ניצב ליד הזווית** – הניצב שהזווית נוגעת בו – במכנה. השבר הזה הוא tan של הזווית.
4. **פותרים** – מחפשים צלע ← כפל בהצלבה. מחפשים זווית ← **SHIFT tan**.

tan של הזווית = $\frac{\text{ניצב מול הזווית}}{\text{ניצב ליד הזווית}}$ ✅

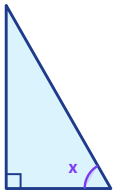
תרגיל 1: מציאת הניצב x בעזרת tan – זווית 46 וניצב 20

מצאו את x.



תרגיל 2: מציאת הזווית x בעזרת SHIFT tan – ניצבים 70 ו־40

מצאו את הזווית x.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $x = 20.71$

תרגיל 2 $x = 60.25$

💡

שני ניצבים, בלי יתר ← $tan = \frac{\text{ניצב מול}}{\text{ניצב ליד}}$. מחפשים זווית ← SHIFT tan.

שיעור 57 משפט פיתגורס

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

במשולש ישר זווית: ניצב בריבוע ועוד ניצב בריבוע שווה יתר בריבוע

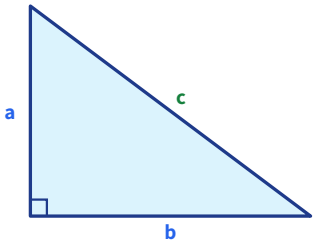
רק במשולש ישר זווית

ניצב $a = 1$, ניצב $b = 2$, והיתר – הצלע שנמצאת מול ה־90 מעלות – c.

משפט פיתגורס

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ניצב בריבוע + ניצב בריבוע = יתר בריבוע



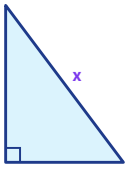
מציאת צלע בעזרת פיתגורס:

1. **מזהים את היתר** – היתר הוא הצלע שמול הזווית של 90 – הוא לבד בצד אחד של המשוואה.
2. **מציבים** – ניצב בריבוע + ניצב בריבוע = יתר בריבוע. מציבים את המספרים ואת x.
3. **מבודדים את x^2** – מחשבים את הריבועים. אם x הוא ניצב – מעבירים את הניצב השני לצד השני (חיסור).
4. **שורש** – כדי למצוא את x עושים שורש.

$a^2 + b^2 = c^2$ ← מבודדים x^2 ← שורש ✅

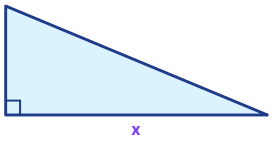
תרגיל 1: מציאת היתר x לפי משפט פיתגורס – ניצבים 3 ו־4

מצאו את x.



תרגיל 2: מציאת הניצב x לפי משפט פיתגורס – ניצב 5 ויתר 13

מצאו את x.



✅ תשובות סופיות

תרגיל 1 $x = 5$

תרגיל 2 $x = 12$

💡

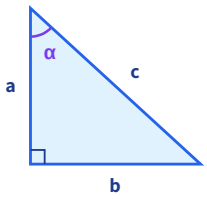
$a^2 + b^2 = c^2$ – היתר (מול ה־90) תמיד לבד. מחפשים ניצב ← מחסרים, ואז שורש.

שיעור 58 תרגול במשולש ישר זווית 1

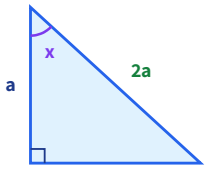
לשיעור ⇐

על הלוח: היחסים במשולש ישר זווית

a הניצב ליד הזווית α, b הניצב מול הזווית, c היתר (מול ה־90°).

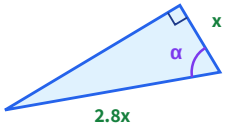


תרגיל 1: מציאת הזווית x בעזרת cos – ניצב ליד הזווית ויתר



במשולש ישר זווית הניצב ליד הזווית x הוא a והיתר הוא 2a. מצאו את x.

תרגיל 2: מציאת הזווית α בעזרת cos כשהצלעות נתונות באמצעות x



במשולש ישר זווית הניצב ליד הזווית α הוא x והיתר הוא 2.8x. מצאו את α.

✅ תשובות סופיות

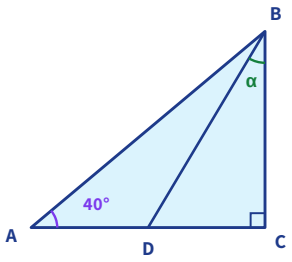
תרגיל 1	$x = 60°$
תרגיל 2	$\alpha = 69.075°$

💡 קודם מזהים מה נתון ביחס לזווית: ניצב מול + יתר ← sin, ניצב ליד + יתר ← cos, שני ניצבים ← tan. כשהצלעות נתונות עם אותה אות (a ו־2a) – האות מצטמצמת.

שיעור 59 תרגול במשולש ישר זווית 2

לשיעור ⇐

סעיף א: חישוב הניצב AC בעזרת התיכון



במשולש ישר־זווית ABC ($\sphericalangle BCA = 90°$) הוא התיכון לניצב AC. נתון: $\sphericalangle BAC = 40°$, $DC = 5$ ס"מ (ראה ציור).

א. חשב את אורך הניצב AC.

סעיף ב: חישוב הניצב BC בעזרת tan 40

ב. חשב את אורך הניצב BC.

סעיף ג: חישוב שטח המשולש ABD – גובה מחוץ למשולש

ג. חשב את שטח המשולש ABD.

סעיף ד: חישוב הזווית CBD במשולש BDC בעזרת SHIFT tan

ד. חשב את גודל $\sphericalangle CBD$.

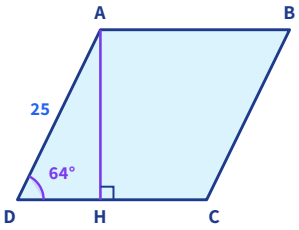
✅ תשובות סופיות

סעיף א	$AC = 10$ ס"מ
סעיף ב	$BC = 8.39$ ס"מ
סעיף ג	$S = 20.975$ סמ"ר
סעיף ד	$\sphericalangle CBD = 30.79°$

💡
תיכון מחלק את הצלע לשני חלקים שווים. שני ניצבים בלי יתר ← tan. מחפשים זווית ← SHIFT tan, ורושמים על איזה משולש מסתכלים.

שיעור 60 תרגול במשולש ישר זווית 3

לשיעור ⇐



סעיף א: חישוב הגובה AH של המעוין בעזרת sin 64

נתון מעוין ABCD. אורך הצלע של המעוין 25 ס"מ, והזווית החדה של המעוין היא בת $64°$.

AH הוא גובה המעוין (ראה ציור).

א. חשב את אורך הגובה AH.

סעיף ב: חישוב שטח המעוין – בסיס כפול גובה

ב. חשב את שטח המעוין.

סעיף ג(1): חישוב הקטע DH – בעזרת cos (או tan, או פיתגורס)

ג. (1) חשב את אורך הקטע DH.

סעיף ג(2): חישוב הקטע HC – הצלע פחות DH

(2) חשב את אורך הקטע HC.

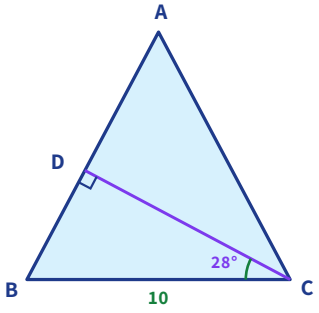
✅ תשובות סופיות

סעיף א	$AH = 22.46$ ס"מ
סעיף ב	$S = 561.5$ סמ"ר
סעיף ג(1)	$DH = 10.95$ ס"מ
סעיף ג(2)	$HC = 14.05$ ס"מ

💡
במעוין כל הצלעות שוות, ושטחו – כמו מקבילית – בסיס כפול גובה. לגובה מגיעים דרך משולש ישר זווית (ADH).

שיעור 61 תרגול 4

לשיעור ⇐



סעיף א: חישוב זוויות משולש שווה שוקיים בעזרת הגובה לשוק

נתון משולש שווה שוקיים ABC ($AC = AB$). הגובה לשוק יוצר זווית של $28°$ עם בסיס המשולש. אורך הבסיס הוא $BC = 10$. **א.** חשבו את זוויות המשולש ABC.

סעיף ב: חישוב היחס בין השוק AB לבסיס BC בעזרת cos

ב. חשבו את היחס בין AB ל־BC.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$\sphericalangle C = 62°$, $\sphericalangle B = 62°$, $\sphericalangle A = 56°$

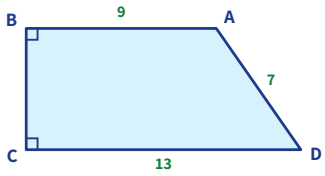
סעיף ב $\frac{AB}{BC} = 1.065$

💡 בכל שלב רושמים על איזה משולש מסתכלים ואת הנימוק (סכום זוויות במשולש, זוויות בסיס שוות, גובה לבסיס הוא גם תיכון) – כך הבוחן רואה שמבינים מה עושים.

שיעור 62 תרגול 5

לשיעור ⇐

סעיף א: אורך השוק BC בטרפז ישר־זווית בעזרת גובה ומשפט פיתגורס



בטרפז ישר־זווית $ABCD$ נתון: $AB \parallel CD$, $\sphericalangle C = 90°$. אורכי הבסיסים הם $CD = 13$ ס"מ, $AB = 9$ ס"מ. אורך השוק הארוכה הוא $AD = 7$ ס"מ (ראו סרטוט). **א.** חשבו את אורך השוק האחרת.

סעיף ב: זוויות הטרפז בעזרת cos ו־shift cos

ב. חשבו את זוויות הטרפז.

✅ תשובות סופיות

סעיף א $BC = \sqrt{33} \approx 5.74$ ס"מ

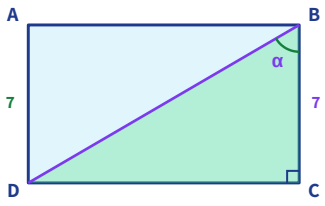
סעיף ב $\sphericalangle A = 124.85°$, $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 90°$, $\sphericalangle D = 55.15°$

💡 בטרפז כמעט תמיד מורידים גובה: נוצרים מלבן ומשולש ישר זווית, ובמשולש משתמשים בפיתגורס או ב־sin, cos, tan.

שיעור 63 תרגול 6

לשיעור ⇐

סעיף א: חישוב הזווית DBC במלבן בעזרת tan



שטח מלבן $ABCD$ הוא 84 סמ"ר. אורך הצלע AD הוא 7 ס"מ. **א.** חשבו את גודל הזווית DBC.

סעיף ב: חישוב אורך האלכסון DB במשפט פיתגורס

ב. חשבו את אורך האלכסון DB.

✅ תשובות סופיות

סעיף א $\sphericalangle DBC = 59.74°$

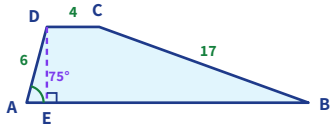
סעיף ב $DB = \sqrt{193} \approx 13.89$ ס"מ

💡 כשבמשחק יש שני ניצבים, מול וליד, משתמשים ב־tan. כשהיתר משתתף, משתמשים ב־sin או ב־cos.

שיעור 64 תרגול 7

לשיעור ⇐

סעיף א: גובה הטרפז DE בעזרת sin



בטרפז $ABCD$ נתון: $AB \parallel CD$, $AD = 6$ ס"מ, $DC = 4$ ס"מ, $CB = 17$ ס"מ, $\sphericalangle DAB = 75°$. DE הוא גובה הטרפז (ראו סרטוט). **א.** מצאו את האורך של גובה הטרפז.

סעיף ב: אורך הקטע AE במשפט פיתגורס

ב. מצאו את אורך הקטע AE.

סעיף ג: הזווית CBA בעזרת גובה נוסף ו־shift sin

ג. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle CBA$.

סעיף ד: אורך הבסיס הגדול AB בעזרת cos

ד. מצאו את אורך הבסיס הגדול AB.

סעיף ה: שטח הטרפז – סכום הבסיסים כפול הגובה חלקי 2

ה. חשבו את שטח הטרפז.

סעיף ו: הזווית DBA בין האלכסון לבסיס בעזרת tan

ו. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle DBA$.

✅ תשובות סופיות

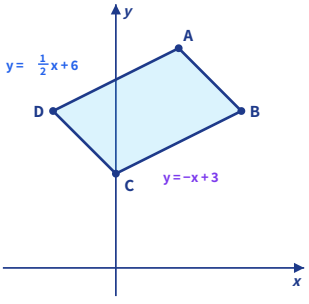
סעיף א	$DE = 5.79$ ס"מ
סעיף ב	$AE = 1.57$ ס"מ
סעיף ג	$\sphericalangle CBA = 19.87°$
סעיף ד	$AB = 21.55$ ס"מ
סעיף ה	$S = 73.96$ סמ"ר
סעיף ו	$\sphericalangle DBA = 16.16°$

💡 בטרפז מורידים גבהים מהבסיס הקטן: נוצרים מלבן ושני משולשים ישרי זווית. בכל משולש בודקים מה יש במשחק – ניצב מול, ניצב ליד, יתר – ובוחרים sin, cos או tan.

פרק 10 – תרגילים משולבים: אנליטית וטריגו

שיעור 77 תרגיל 1 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

לשיעור ⇐



📌 **נתון:** במקבילית ABCD הצלע AD מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 6$, הצלע DC מונחת על הישר $y = -x + 3$. הקודקוד C נמצא על ציר y.

א. מצא את שיעורי הקודקוד C.

ב. מצא את משוואת הישר שהצלע BC מונחת עליו.

ג. נתון כי האלכסון BD מקביל לציר x. מצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים במקבילית.

ד. נתון: M היא נקודת החיתוך של BD עם ציר y. מצא את אורך BC.

ה. מצא את הזווית CBM.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$C(0\ ,\ 3)$
סעיף ב	$y = \frac{1}{2}x + 3$
סעיף ג	$(1\ ,\ 5)$
סעיף ד	$BC = \sqrt{20}$

סעיף ה $\sphericalangle CBM = 26.56°$

💡 ישר המקביל לציר x – לכל הנקודות עליו אותו y, והוא מאונך לציר y. כך מקבלים זווית של 90° בלי חישוב, ואפשר להשתמש בפיתגורס ובטנגנס.

שיעור 78 תרגיל 2 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

לשיעור ⇐

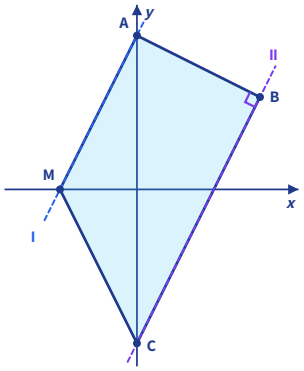
📌 **נתון:**

נתונים שני ישרים:

ישר I: $y = 2x + 10$

ישר II: $y = 2x - 10$

ישר I חותך את ציר y בנקודה A. ישר II חותך את ציר y בנקודה C. דרך הנקודה A העבירו אנך לישר II, החותך את הישר II בנקודה B (ראה ציור).



א. מצא את השיעורים של הנקודה B.

ב. ישר I חותך את ציר x בנקודה M. מצא את שטח הטרפז ABCM.

ג. מצא את $\sphericalangle ACB$.

ד. מצא את שטח המשולש AMC.

✅ תשובות סופיות

סעיף א $B(8\ ,\ 6)$

סעיף ב $S_{ABCM} = 130$

סעיף ג $\sphericalangle ACB = \alpha = 26.56°$

סעיף ד $S_{AMC} = 50$

💡 שני ישרים עם אותו שיפוע מקבילים, ואנך לאחד מהם מאונך גם לשני – הוא הגובה של הטרפז. זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות.

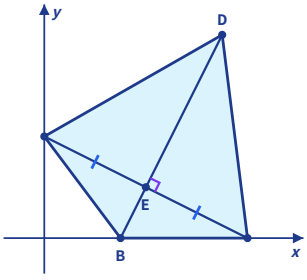
שיעור 79 תרגיל 3 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

לשיעור ⇐

📌 **נתון:** בציור שלפניך מתואר המרובע ABCD. אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E. הקודקוד A נמצא על ציר y. הקודקודים B ו־C נמצאים על ציר x. משוואת האלכסון AC היא $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

סעיף א: מציאת שיעורי הקודקודים A ו־C – חיתוך האלכסון עם הצירים

מצא את שיעורי הקודקודים A ו־C.



סעיף ב1: מציאת משוואת האלכסון BD בעזרת אמצע קטע ושיפוע מאונך

נתון: אלכסוני המרובע ABCD מאונכים זה לזה. הנקודה E היא אמצע האלכסון AC. מצא את משוואת האלכסון BD.

סעיף ב2: מציאת שיעורי הקודקוד B – חיתוך BD עם ציר x

מצא את שיעורי הקודקוד B.

סעיף ג: מציאת הזווית DCB בעזרת נוסחת שטח משולש עם סינוס

נתון: שטח המשולש BDC הוא 20, $DC = \sqrt{65}$. מצא את $\sphericalangle DCB$.

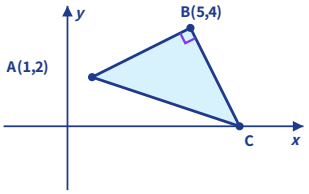
✅ תשובות סופיות

סעיף א	$C(8\ ,\ 0)\ ,A(0\ ,\ 4)$
סעיף ב1	$y = 2x - 6$
סעיף ב2	$B(3\ ,\ 0)$
סעיף ג	$\sphericalangle DCB = 82.87°$

💡 נקודה על ציר y – מציבים $x = 0$; נקודה על ציר x – מציבים $y = 0$. כשנתון שטח משולש ושתי צלעות, מוצאים את הזווית שביניהן מנוסחת השטח עם סינוס.

שיעור 80 תרגיל 4 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

לשיעור ⇐



📌 **נתון:** במשולש ישר הזווית ABC $\sphericalangle B = 90°$. הקודקוד C נמצא על ציר x. נתון: $A(1\ ,\ 2)\ ,B(5\ ,\ 4)$.

א. מצא את משוואת BC.

ב. מצא את משוואת המעגל שהקוטר שלו הוא AC.

ג. מצא את $\sphericalangle ACB$.

✅ תשובות סופיות

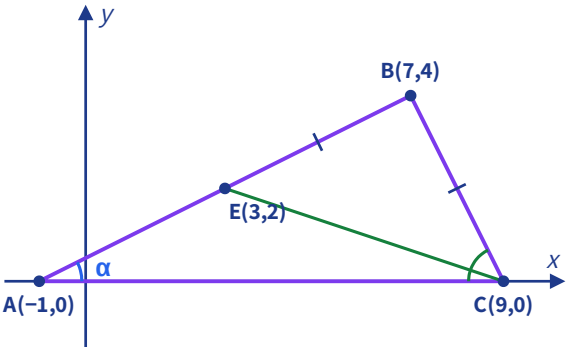
סעיף א	$y = -2x + 14$
סעיף ב	$(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10$
סעיף ג	$\sphericalangle ACB = 45°$

💡 במשולש ישר זווית החסום במעגל – היתר הוא קוטר. מרכז המעגל הוא אמצע היתר, והרדיוס הוא חצי מהיתר.

שיעור 81 תרגיל 5 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

לשיעור ⇐

CE הוא תיכון במשולש ABC. נתון: $A(-1,0)\ ,\ B(7,4)$. הקודקוד C נמצא על ציר ה־x (ראה ציור).



א. מצא את שיעורי הנקודה E.

ב. נתון: $EB = BC$, שיעור ה־x של הקודקוד C גדול משיעור ה־x של הקודקוד B. מצא את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצא את זוויות המשולש BAC.

✅ תשובות סופיות

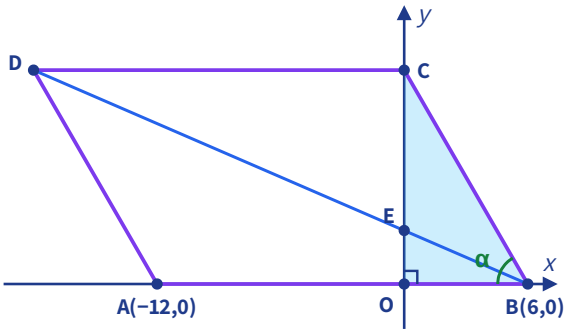
סעיף א	$E(3,2)$
סעיף ב	$C(9,0)$
סעיף ג	$\sphericalangle B = 90°$, $\sphericalangle C = 63.43°$, $\sphericalangle A = 26.565°$

💡 $tan\alpha = m$: השיפוע הוא tan הזווית שהישר יוצר עם ציר x. כשהשיפוע שלילי המחשבון נותן זווית שלילית – לוקחים אותה בערך חיובי.

שיעור 82 תרגיל 6 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

לשיעור ⇐

במקבילית ABCD: $A(-12,0)$, $B(6,0)$. הקודקוד C נמצא על ציר ה־y, O ראשית הצירים. האלכסון BD חותך את CO בנקודה E (ראה ציור). נסמן: $\sphericalangle ABC = \alpha$.



א(1). הראו כי שטח המשולש BOC הוא $18tan\alpha$.

א(2). נתון כי שטח המשולש BOC שווה ל־$18\sqrt{3}$. חשבו את הזווית α.

✅ תשובות סופיות

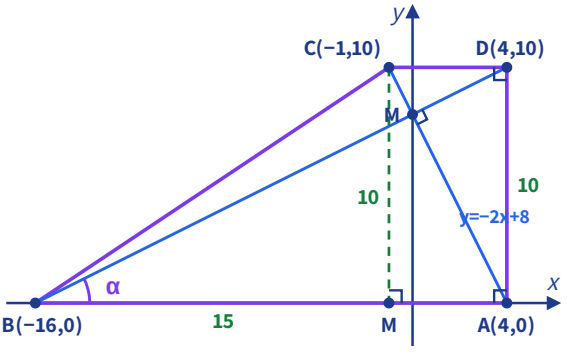
סעיף א(1)	$S_{\triangle BOC} = 18tan\alpha$
סעיף א(2)	$\alpha = 60°$

💡 שטח משולש = $\frac{1}{2}$ · צלע · צלע · sin הזווית שביניהן. במשולש ישר זווית $sin90 = 1$, וניצב אחד אפשר להביע בעזרת tan של הזווית.

שיעור 84 תרגיל 8 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

לשיעור ⇐

נתון טרפז ישר זווית ABCD $(AD \perp AB \ , \ AB \parallel DC)$. הקודקודים A ו־B נמצאים על ציר ה־x (ראה ציור). אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M, הנמצאת על ציר ה־y. נתון: האלכסון AC מאונך לאלכסון BD. משוואת הישר AC היא $y = -2x + 8$.



א. מצאו את משוואת הישר BD.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A, B, C ו־D.

ג(1). חשבו את גודל הזווית ABD.

ג(2). חשבו את גודל הזווית BCD.

ד. מצאו את שטח המשולש BCD.

✅ תשובות סופיות

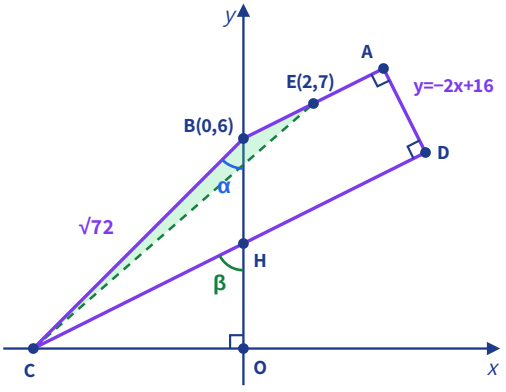
סעיף א	$y = \frac{1}{2}x + 8$
סעיף ב	$A(4,0)\ ,\ B(-16,0)$ $C(-1,10)\ ,\ D(4,10)$
סעיף ג(1)	$\sphericalangle ABD = \alpha = 26.56°$
סעיף ג(2)	$\sphericalangle BCD = 146.31°$
סעיף ד	$S = 25$

💡 ישרים מאונכים – שיפועים הופכיים ונגדיים. בטרפז, סכום הזוויות הסמוכות לאותה שוק הוא 180°. כשהגובה יוצא מחוץ למשולש – מאריכים את הבסיס ומורידים אליו גובה.

שיעור 86 תרגיל 10 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

לשיעור ⇐

בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית ABCD $(AB \parallel DC\ ,\ \sphericalangle D = 90°)$. הקודקוד B נמצא על ציר ה־y, והקודקוד C נמצא על החלק השלילי של ציר ה־x. הבסיס CD חותך את ציר ה־y בנקודה H. נתון: הנקודה $E(2,7)$ נמצאת על הבסיס AB. משוואת שוק הטרפז AD היא $y = -2x + 16$.



א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ב. נתון כי אורך השוק BC של הטרפז הוא $\sqrt{72}$. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את גודל הזווית CBO (O היא ראשית הצירים).

ד(1). מצאו את משוואת הישר CD.

ד(2). מצאו את גודל הזווית CHB.

ה. חשבו את שטח המשולש CBE.

✅ תשובות סופיות

סעיף א	$B(0,6)$
סעיף ב	$C(-6,0)$
סעיף ג	$\alpha = \sphericalangle CBO = 45°$
סעיף ד(1)	$y = \frac{1}{2}x + 3$

סעיף ד(2) $\sphericalangle CHB = 116.57°$

סעיף ה $S = 3$

💡 ישרים מאונכים – שיפועים הופכיים ונגדיים. ישרים מקבילים – שיפועים שווים, ולכן נוצרות זוויות מתחלפות שוות.

פרק 11 – שאלות בגרות 471 אמיתיות

שיעור 27 בגרות 471: שאלות 1–3

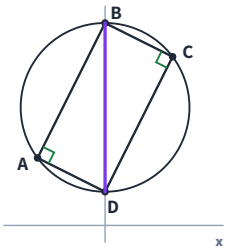
לשיעור ⇐

📄 **דף הסבר**

שלוש שאלות אמיתיות מבגרויות 471 – מעגל, משיק, מרובע חסום ודמיון

קיץ 2022 א שמ 4 · חורף 2022 ב שמ 5 · קיץ 2023 א שמ 5 – פתרון מלא עם נימוק לכל שורה ✅

תרגיל 1: בגרות 471 · קיץ 2022 מועד א · שאלה 4 · סעיף א



המרובע $ABCD$ חסום במעגל, ונתון: $\sphericalangle A = \sphericalangle C$

א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל

תרגיל 2: בגרות 471 · קיץ 2022 מועד א · שאלה 4 · סעיף ב

נתון: $D(0\ ,\ 2)$, $B(0\ ,\ 12)$

ב. מצאו את משוואת המעגל

תרגיל 3: בגרות 471 · קיץ 2022 מועד א · שאלה 4 · סעיף ג

נתון: שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$

ג. (1) מצאו את משוואת DC (2) מצאו את שיעורי C

תרגיל 4: בגרות 471 · קיץ 2022 מועד א · שאלה 4 · סעיף ד

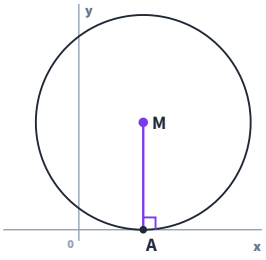
E אמצע הצלע DC

ד. חשבו את שטח המשולש BCE

תרגיל 5: בגרות 471 · קיץ 2022 מועד א · שאלה 4 · סעיף ה

ה. חשבו את גודל הזווית $\sphericalangle BEC$ ואת גודל הזווית $\sphericalangle DBE$

תרגיל 6: בגרות 471 · חורף 2022 (מועד ב) · שאלה 5 · סעיף א



מעגל שמרכזו $M(6\ ,\ 10)$ משיק לציר ה־x בנקודה A

א. מצאו את משוואת המעגל

תרגיל 7: בגרות 471 · חורף 2022 (מועד ב) · שאלה 5 · סעיף ב

B – נקודת חיתוך של המעגל עם ציר ה־y (מעל M). BC משיק למעגל ב־B

ב. (1) מצאו את B (2) מצאו את משוואת המשיק BC

תרגיל 8: בגרות 471 · חורף 2022 (מועד ב) · שאלה 5 · סעיף ג

נתון: $\sphericalangle BCA = 90$

ג. (1) הוכיחו: $AC \parallel MB$ (2) הוכיחו: AB חוצה את $\sphericalangle CAM$

תרגיל 9: בגרות 471 · חורף 2022 (מועד ב) · שאלה 5 · סעיף ד

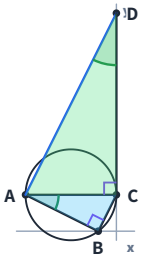
ד. חשבו את אורך הקטע AC

תרגיל 10: בגרות 471 · קיץ 2023 מועד א · שאלה 5 · סעיף א

ABC חסום במעגל שמרכזו M , AC קוטר. המעגל משיק לציר ה־y ב־C. D על ציר ה־y ו־

$\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADC$

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$



תרגיל 11: בגרות 471 · קיץ 2023 מועד א · שאלה 5 · סעיף ב

ב. האם $BC \parallel AD$? נמקו

תרגיל 12: בגרות 471 · קיץ 2023 מועד א · שאלה 5 · סעיף ג

נתון: $B(-2\ ,\ 0)$, $C(0\ ,\ 4)$

ג. (1) משוואת AB (2) שיעורי A (3) משוואת המעגל

תרגיל 13: בגרות 471 · קיץ 2023 מועד א · שאלה 5 · סעיף ד

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין $\triangle ABC$ ל־$\triangle DCA$ (2) מצאו את שטח המרובע $ABCD$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	BD קוטר במעגל
תרגיל 2	$x^2 + (y-7)^2 = 25$
תרגיל 3	(1) $y = 2x + 2$ (2) $C(4\ ,\ 10)$
תרגיל 4	שטח המשולש BCE הוא 10
תרגיל 5	$\sphericalangle DBE \approx 18.43$, $\sphericalangle BEC = 45$
תרגיל 6	$(x-6)^2 + (y-10)^2 = 100$
תרגיל 7	(1) $B(0\ ,\ 18)$ (2) $y = 0.75x + 18$
תרגיל 8	הוכחנו: $AC \parallel MB$, ו־AB חוצה את $\sphericalangle CAM$
תרגיל 9	$AC = 18$
תרגיל 10	$\triangle ABC \sim \triangle DCA$
תרגיל 11	כן, $BC \parallel AD$
תרגיל 12	$(x+5)^2 + (y-4)^2 = 25$, $A(-10\ ,\ 4)$, $y = -\frac{1}{2}x - 1$
תרגיל 13	$k = 1 : \sqrt{5}$, שטח $ABCD$ הוא 120

💡 זווית ישרה במעגל ← קוטר. משיק ← רדיוס מאונך. ומשם שיפועים מאונכים: $m_1 \cdot m_2 = -1$.

שיעור 28 בגרות 471: שאלות 4–6

לשיעור ⇐

דף הסבר

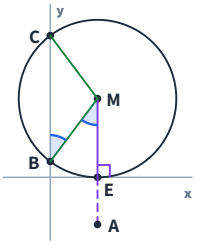
שלוש שאלות אמיתיות מבגרויות 471 – מקבילית במעגל, חפיפה ודמיון, ודלתון

חורף 2023 ש5 · קיץ 2024 א ש5 · חורף 2024 ש5 – פתרון מלא עם נימוק לכל שורה ✅

תרגיל 1: בגרות 471 · חורף 2023 · שאלה 5 · סעיף א

מעגל שמרכזו M משיק לציר ה־x ב־E וחותך את ציר ה־y ב־B ו־C. A על המשך ME

א. (1) הסבירו מדוע $MA \parallel$ ציר ה־y (2) הוכיחו: $\sphericalangle BMA = \sphericalangle CBM$



תרגיל 2: בגרות 471 · חורף 2023 · שאלה 5 · סעיף ב

נתון: AB שווה לרדיוס המעגל

ב. (1) הוכיחו: $\sphericalangle MBA = \sphericalangle CMB$ (2) הוכיחו: $ABCM$ מקבילית

תרגיל 3: בגרות 471 · חורף 2023 · שאלה 5 · סעיף ג

נתון: $M(3\ ,\ 5)$

ג. (1) משוואת המעגל (2) שיעורי B ו־C (3) שיעורי A

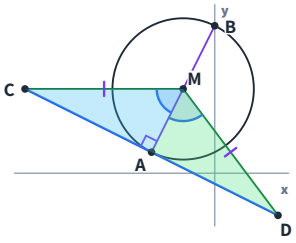
תרגיל 4: בגרות 471 · חורף 2023 · שאלה 5 · סעיף ד

ד. חשבו את שטח המקבילית $ABCM$

תרגיל 5: בגרות 471 · קיץ 2024 מועד א · שאלה 5 · סעיף א

AB קוטר במעגל שמרכזו M. CD משיק למעגל ב־A, ו־AM חוצה את $\sphericalangle CMD$

א. הוכיחו: $\triangle CMD$ שווה שוקיים



תרגיל 6: בגרות 471 · קיץ 2024 מועד א · שאלה 5 · סעיף ב

משוואת המעגל: $(x+3)^2+(y-8)^2=45$, ושיעור ה־y של B גדול מ־8

ב. מצאו את שיעורי B ו־A

תרגיל 7: בגרות 471 · קיץ 2024 מועד א · שאלה 5 · סעיף ג

נתון: CM מקביל לציר ה־x

ג. מצאו את שיעורי C

תרגיל 8: בגרות 471 · קיץ 2024 מועד א · שאלה 5 · סעיף ד

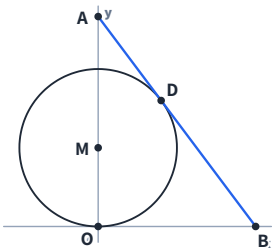
E אמצע CM, F אמצע DM

ד. (1) הוכיחו: $\triangle EMF \sim \triangle CMD$ (2) חשבו את יחס השטחים

תרגיל 9: בגרות 471 · חורף 2024 · שאלה 5 · סעיף א

מרכז המעגל M על החלק החיובי של ציר ה־y; המעגל משיק לציר ה־x. המשיק ב־D: $4x+3y=40$, חותך את הצירים ב־B וב־A

א. מצאו את אורך AB



תרגיל 10: בגרות 471 · חורף 2024 · שאלה 5 · סעיף ב

ב. הוכיחו כי המרובע $OMDB$ הוא דלתון

תרגיל 11: בגרות 471 · חורף 2024 · שאלה 5 · סעיף ג

ג. (1) הוכיחו: $\triangle ADM \sim \triangle AOB$ (2) מצאו את רדיוס המעגל

תרגיל 12: בגרות 471 · חורף 2024 · שאלה 5 · סעיף ד

ד. מצאו את משוואת המעגל

תרגיל 13: בגרות 471 · חורף 2024 · שאלה 5 · סעיף ה

ה. האם הדלתון $OMDB$ בר חסימה במעגל? אם כן – מצאו את מרכז המעגל החוסם

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$MA \parallel$ ציר ה־y , $\sphericalangle CBM = \sphericalangle BMA$
תרגיל 2	$ABCM$, $\sphericalangle MBA = \sphericalangle CMB$ מקבילית
תרגיל 3	$A(3\ ,\ -3)$, $C(0\ ,\ 9)$, $B(0\ ,\ 1)$, $(x-3)^2+(y-5)^2=25$
תרגיל 4	שטח המקבילית 24
תרגיל 5	$\triangle CMD$ שווה שוקיים
תרגיל 6	$A(-6\ ,\ 2)$, $B(0\ ,\ 14)$
תרגיל 7	$C(-18\ ,\ 8)$
תרגיל 8	$\triangle CMD \sim \triangle EMF$, יחס השטחים $1:4$
תרגיל 9	$AB = 50/3$
תרגיל 10	$OMDB$ דלתון
תרגיל 11	$\triangle ADM \sim \triangle AOB$, $R = 5$
תרגיל 12	$x^2+(y-5)^2=25$
תרגיל 13	כן, מרכז המעגל החוסם $(5\ ,\ 2.5)$

💡 בכל שאלה משולבת: מסמנים זוויות ישרות (קוטר, משיק, צירים) – הן המפתח להוכחות ולשיפועים.

שיעור 29 בגרות 471: שאלות 7–8

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

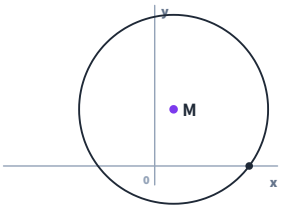
שתי שאלות אמיתיות מבגרויות 471 – משיק ודמיון, מיתרים וחפיפה

קיץ 2025 א שב · קיץ 2025 ב שב – פתרון מלא עם נימוק לכל שורה ✅

תרגיל 1: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד א · שאלה 5 · סעיף א

משוואת המעגל: $(x-2)^2+(y-6)^2=100$. המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה־x ב־A

א. מצאו את שיעורי A



תרגיל 2: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד א · שאלה 5 · סעיף ב

AB קוטר במעגל. דרך B העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה־x ב־C

ב. מצאו את משוואת המשיק BC

תרגיל 3: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד א · שאלה 5 · סעיף ג

ג. מצאו את אורך הצלע AC

תרגיל 4: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד א · שאלה 5 · סעיף ד

D על המעגל כך ש־AB חוצה את $\sphericalangle DAC$

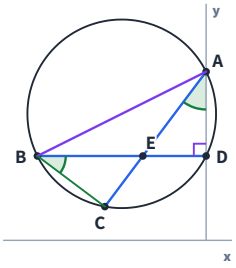
ד. (1) הסבירו מדוע $\sphericalangle ADB=90$ (2) הוכיחו: $\triangle ADB\sim\triangle ABC$

תרגיל 5: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד א · שאלה 5 · סעיף ה

ה. פי כמה גדול שטח $\triangle ABC$ משטח $\triangle ADB$?

תרגיל 6: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד ב · שאלה 5 · סעיף א

מעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה־y ב־A וב־D. המיתרים BD ו־AC נחתכים ב־E, ו־$BD\parallel$ ציר ה־x



א. (1) הסבירו מדוע AB קוטר (2) הוכיחו: $\sphericalangle CBD=\sphericalangle DAC$

תרגיל 7: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד ב · שאלה 5 · סעיף ב

נתון: $BE=AE$

ב. הוכיחו: $\triangle CBE\cong\triangle DAE$

תרגיל 8: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד ב · שאלה 5 · סעיף ג

נתון: $AE=12.5$, $E(-7.5\ ,\ 10)$

ג. מצאו את שיעורי B ו־A

תרגיל 9: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד ב · שאלה 5 · סעיף ד

M מרכז המעגל

ד. מצאו את משוואת המעגל

תרגיל 10: בגרות 471 · קיץ 2025 מועד ב · שאלה 5 · סעיף ה

ה. (1) מהו אורך BC? נמקו (2) חשבו את היקף המרובע $BCEM$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$A(10\ ,\ 0)$
תרגיל 2	$y=4/3\ x+20$
תרגיל 3	$AC=25$

תרגיל 4	$\triangle ABC \sim \triangle ADB$, $\sphericalangle ADB = 90$
תרגיל 5	פי 1.5625 (כלומר $25 : 16$)
תרגיל 6	AB קוטר , $\sphericalangle DAC = \sphericalangle CBD$
תרגיל 7	$\triangle CBE \cong \triangle DAE$
תרגיל 8	$A(0 , 20)$, $B(-20 , 10)$
תרגיל 9	$(x + 10)^2 + (y - 15)^2 = 125$
תרגיל 10	$BC = 10$, היקף $BCEM \approx 34.27$

💡 קוטר ← זווית היקפית 90 ← פיתגורס. חפיפה ← צלעות מתאימות שוות.

שיעור 30 בגרות 471: שאלות 9–10

לשיעור ⇐

📄 דף הסבר

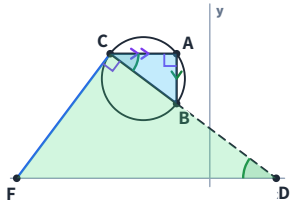
שתי שאלות אמיתיות מבגרויות 471 – דמיון עם משיק וצירים

קיץ 2026 א שב 5 · חורף 2026 שב 4 – פתרון מלא עם נימוק לכל שורה ✅

תרגיל 1: בגרות 471 · קיץ 2026 מועד א · שאלה 5 · סעיף א

ABC חסום במעגל, CB קוטר, $AB \parallel$ ציר ה־y. המשך CB חותך את ציר ה־x ב־D. המשיק ב־C חותך את ציר ה־x ב־F.

א. (1) הסבירו מדוע $AC \parallel$ ציר ה־x (2) הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle CFD$



תרגיל 2: בגרות 471 · קיץ 2026 מועד א · שאלה 5 · סעיף ב

נתון: $D(8 , 0)$, והמשיק CF: $y = 4/3\ x + 31$

ב. מצאו את אורך FD

תרגיל 3: בגרות 471 · קיץ 2026 מועד א · שאלה 5 · סעיף ג

ג. (1) מצאו את משוואת CD (2) מצאו את אורך CD

תרגיל 4: בגרות 471 · קיץ 2026 מועד א · שאלה 5 · סעיף ד

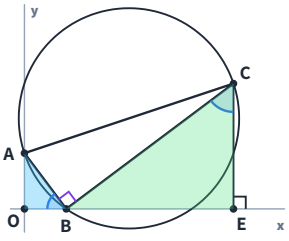
נתון: יחס הדמיון בין $\triangle ABC$ ל־$\triangle CFD$ הוא $8 : 25$

ד. חשבו את היקף $\triangle ABC$

תרגיל 5: בגרות 471 · חורף 2026 · שאלה 4 · סעיף א

ABC חסום במעגל, AC קוטר. A על ציר ה־B , y על ציר ה־x , $CE \perp$ ציר ה־x

א. (1) הוכיחו: $\sphericalangle ABO = \sphericalangle BCE$ (2) הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle BEC$



תרגיל 6: בגרות 471 · חורף 2026 · שאלה 4 · סעיף ב

נתון: יחס הדמיון בין $\triangle BEC$ ל־$\triangle AOB$ הוא 3 , $B(9 , 0)$, $A(0 , 12)$

ב. (1) מצאו את BE (2) מצאו את שיעורי C

תרגיל 7: בגרות 471 · חורף 2026 · שאלה 4 · סעיף ג

בנקודה C העבירו משיק למעגל

ג. מצאו את משוואת המשיק

תרגיל 8: בגרות 471 · חורף 2026 · שאלה 4 · סעיף ד

K – חיתוך המשיק עם ציר ה־x

ד. חשבו את שטח המרובע $ABKC$

✅ תשובות סופיות

תרגיל 1	$AC \parallel$ ציר ה־x , $\triangle ABC \sim \triangle CFD$
תרגיל 2	$FD = 31.25$
תרגיל 3	$y = -3/4\,x + 6$, $CD = 25$
תרגיל 4	היקף $\triangle ABC$ הוא 24
תרגיל 5	$\triangle AOB \sim \triangle BEC$, $\sphericalangle ABO = \sphericalangle BCE$
תרגיל 6	$BE = 36$, $C(45 , 27)$
תרגיל 7	$y = -3x + 162$
תרגיל 8	שטח המרובע $ABKC$ הוא 945

💡 זווית שטוחה + סכום זוויות במשולש – הדרך להוכיח שתי זוויות שוות כששתיהן "משלימות" לאותה זווית.

© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף

גאומטריה

דמיון משולשים · מעגל: זוויות, משיקים ומיתרים · חוצה זווית

גאומטריה
שאלון 471

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

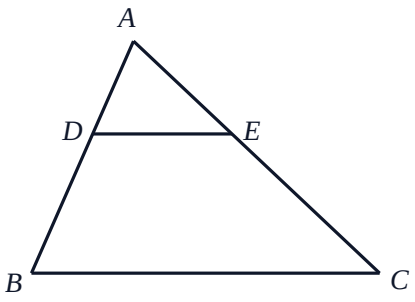
📌 תזכורת

- משולשים דומים (ז.ז): שתי זוויות שוות. היחס בין השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון.
- זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית שנשענת על אותה קשת. זווית היקפית שנשענת על קוטר – ישרה.
- רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה. שני משיקים מנקודה אחת – שווים זה לזה.
- חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמולה ביחס הצלעות הכולאות: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$.

חלק א – שאלות בסיסיות

1 שאלה 1 בסיסי

במשולש ABC הנקודה D על הצלע AB והנקודה E על הצלע AC, כך ש־$DE \parallel BC$. נתון: $AD = 4 , DB = 6 , DE = 6$.



א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

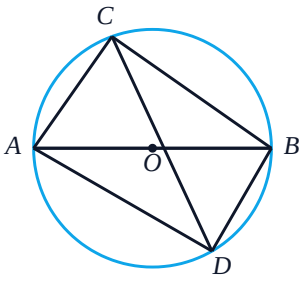
ב. מצאו את אורך הצלע BC.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ADE לשטח המשולש ABC.

ד. נתון ששטח המשולש ADE הוא 12. מצאו את שטח הטרפז $DECB$.

2 שאלה 2 בסיסי

הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O. הנקודות C ו־D על המעגל, משני צידי הקוטר (ראו סרטוט). נתון: $\sphericalangle ABC = 35°$.



א. מצאו את $\sphericalangle ACB$.

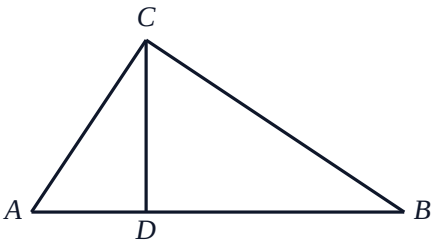
ב. מצאו את $\sphericalangle BAC$.

ג. מצאו את $\sphericalangle ADC$.

ד. מצאו את $\sphericalangle BDC$.

שאלה 3 בסיסי

במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle ACB = 90°$) הקטע CD הוא הגובה ליתר. נתון: $AD = 4$, $DB = 9$.



א. הוכיחו: $\triangle ACD \sim \triangle CBD$.

ב. מצאו את אורך הגובה CD.

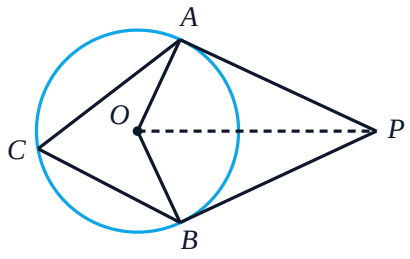
ג. מצאו את אורכי הניצבים AC ו־BC.

ד. מצאו את שטח המשולש ABC.

חלק ב – שאלות ברמה בינונית

שאלה 4 בינוני

מהנקודה P העבירו שני משיקים למעגל שמרכזו O. המשיקים נוגעים במעגל בנקודות A ו־B. הנקודה C על הקשת הגדולה AB. נתון: $\sphericalangle APB = 50°$.



א. מצאו את $\sphericalangle AOB$.

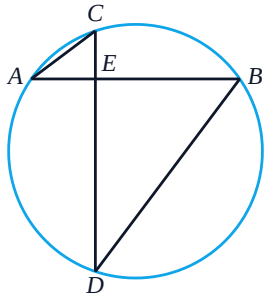
ב. מצאו את $\sphericalangle ACB$.

ג. הוכיחו: PO חוצה את הזווית APB.

ד. מצאו את $\sphericalangle OAB$.

שאלה 5 בינוני

במעגל נחתכים המיתרים AB ו־CD בנקודה E. נתון: $AE = 4$, $EB = 9$, $CD = 15$, $CE < ED$.



א. הוכיחו: $\triangle DEB \sim \triangle AEC$.

ב. מצאו את CE ואת ED.

ג. נתון גם $AC = 5$. מצאו את DB.

שאלה 6 בינוני

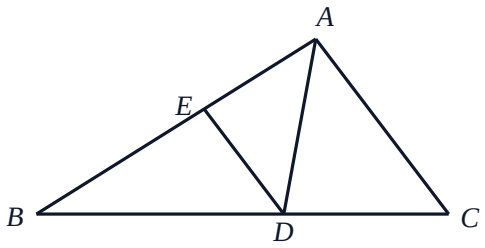
במשולש ABC נתון: $AB = 12$, $AC = 8$, $BC = 15$. הקטע AD חוצה את הזווית A. דרך D העבירו ישר מקביל ל־AC שחותך את AB בנקודה E.

א. מצאו את BD ואת DC.

ב. מצאו את DE.

ג. הוכיחו שהמשולש AED שווה שוקיים.

ד. מצאו את AE.



חלק ג – שאלות ברמת בגרות

שאלה 7 מתקדם

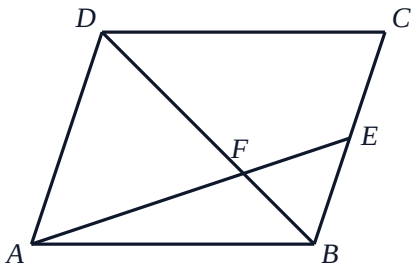
ABCD הוא מקבילית ששטחה 48. הנקודה E היא אמצע הצלע BC. הקטע AE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

א. הוכיחו: $\triangle BFE \sim \triangle DFA$.

ב. מצאו את היחס $BF : FD$.

ג. מצאו את שטח המשולש ABF.

ד. מצאו את שטח המשולש BFE.



שאלה 8 מתקדם

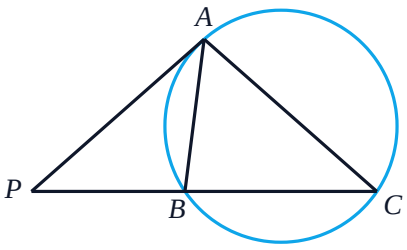
הישר PA משיק למעגל בנקודה A. ישר אחר שיוצא מ־P חותך את המעגל בנקודות B ו־C (B בין P ל־C). נתון: $PB = 4$, $BC = 5$.

א. הוכיחו: $\triangle PCA \sim \triangle PAB$.

ב. מצאו את PA.

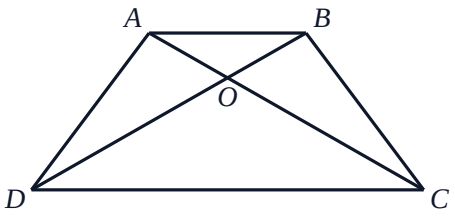
ג. נתון $AB = 4$. מצאו את AC.

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש PAB לשטח המשולש PCA.



9 שאלה 9 מתקדם

בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) נתון: $AB = 6$, $DC = 15$. האלכסונים נחתכים בנקודה O. שטח המשולש AOB הוא 8.



א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle COD$.

ב. מצאו את היחס $AO : OC$.

ג. מצאו את שטח המשולש COD.

ד. מצאו את שטח הטרפז.

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · גאומטריה

תשובות סופיות

דמיון משולשים · מעגל: זוויות, משיקים ומיתרים · חוצה זווית

גאומטריה
שאלון 471

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. הדרך המלאה – בקובץ "פתרונות מלאים".

שאלה 1

א. **הוכחה (ז.ז)**

ב. $BC = 15$

ג. $4 : 25$

ד. 63

שאלה 2

א. $90°$

ב. $55°$

ג. $35°$

ד. $55°$

שאלה 3

א. **הוכחה (ז.ז)**

ב. $CD = 6$

ג. $BC = 3\sqrt{13} \approx 10.82 \,,\, AC = 2\sqrt{13} \approx 7.21$

ד. 39

שאלה 4

א. $130°$

ב. $65°$

ג. **הוכחה (חפיפה)**

ד. $25°$

שאלה 5

א. **הוכחה (ז.ז)**

ב. $CE = 3 \,,\, ED = 12$

ג. $DB = 15$

שאלה 6

א. $BD = 9 \,,\, DC = 6$

ב. $DE = 4.8$

ג. **הוכחה**

ד. $AE = 4.8$

שאלה 7

א. **הוכחה (ז.ז)**

ב. $1 : 2$

ג. 8

ד. 4

שאלה 8

א. **הוכחה (ז.ז)**

ב. $PA = 6$

ג. $AC = 6$

ד. $4 : 9$

שאלה 9

א. **הוכחה (ז.ז)**

ב. $2 : 5$

ג. 50

ד. 98

דף עבודה – תרגול נוסף · גאומטריה

פתרונות מלאים

דמיון משולשים · מעגל: זוויות, משיקים ומיתרים · חוצה זווית

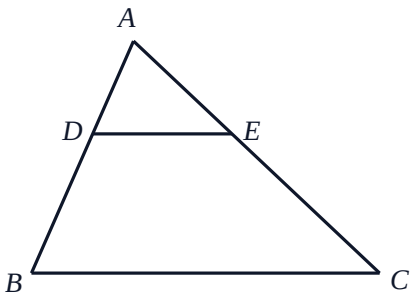
מתמטריק ללמוד ולהצליח

גאומטריה
שאלון 471

הפתרון המלא של כל שאלה בדף העבודה, שלב אחרי שלב. התשובה הסופית של כל סעיף מסומנת באדום.

1 שאלה 1 בסיסי

במשולש ABC הנקודה D על הצלע AB והנקודה E על הצלע AC, כך ש־$DE \parallel BC$. נתון: $AD = 4 , DB = 6 , DE = 6$.



א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

ב. מצאו את אורך הצלע BC.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש ADE לשטח המשולש ABC.

ד. נתון ששטח המשולש ADE הוא 12. מצאו את שטח הטרפז DECB.

סעיף א

$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$ – זוויות מתאימות ($DE \parallel BC$)

$\sphericalangle A$ – זווית משותפת

לכן $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ לפי ז.ז.

תשובה: הוכחה (ז.ז)

סעיף ב

יחס הדמיון:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5} \Rightarrow BC = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

תשובה: $BC = 15$

סעיף ג

יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון:

$$(\frac{2}{5})^2 = \frac{4}{25}$$

תשובה: $4 : 25$

סעיף ד

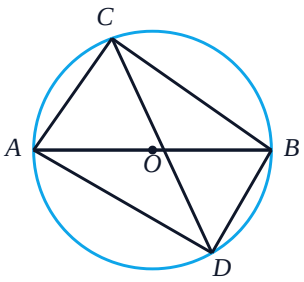
$$S_{ABC} = 12 \cdot \frac{25}{4} = 75$$

$$S_{DECB} = 75 - 12 = 63$$

תשובה: 63

2 שאלה 2 בסיסי

הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O. הנקודות C ו־D על המעגל, משני צידי הקוטר (ראו סרטוט). נתון: $\sphericalangle ABC = 35°$.



א. מצאו את $\sphericalangle ACB$.

ב. מצאו את $\sphericalangle BAC$.

ג. מצאו את $\sphericalangle ADC$.

ד. מצאו את $\sphericalangle BDC$.

סעיף א

זווית היקפית שנשענת על הקוטר AB:

$$\sphericalangle ACB = 90°$$

תשובה: $90°$

סעיף ב

סכום הזוויות במשולש ABC:

$$\sphericalangle BAC = 180° - 90° - 35° = 55°$$

תשובה: $55°$

סעיף ג

הזוויות $\sphericalangle ADC$ ו־$\sphericalangle ABC$ הן זוויות היקפיות שנשענות על אותה קשת AC:

$$\sphericalangle ADC = \sphericalangle ABC = 35°$$

תשובה: $35°$

סעיף ד

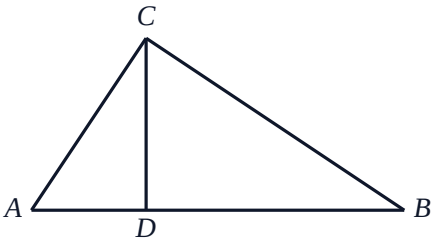
זוויות היקפיות שנשענות על הקשת BC:

$$\sphericalangle BDC = \sphericalangle BAC = 55°$$

תשובה: $55°$

3 שאלה 3 בסיסי

במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle ACB = 90°$) הקטע CD הוא הגובה ליתר. נתון: $AD = 4$, $DB = 9$.



א. הוכיחו: $\triangle ACD \sim \triangle CBD$.

ב. מצאו את אורך הגובה CD.

ג. מצאו את אורכי הניצבים AC ו־BC.

ד. מצאו את שטח המשולש ABC.

סעיף א

$\sphericalangle ADC = \sphericalangle CDB = 90°$ (גובה)

$\sphericalangle B = \sphericalangle A = 90° - \sphericalangle ACD$ (סכום זוויות במשולש)

לכן $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ לפי ז.ז.

תשובה: **הוכחה (ז.ז)**

סעיף ב

מהדמיון:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB}$$

$$CD^2 = AD \cdot DB = 36$$

$$CD = 6$$

תשובה: $CD = 6$

סעיף ג

לפי פיתגורס:

$$AC = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{9^2 + 6^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

תשובה: $BC = 3\sqrt{13} \approx 10.82$, $AC = 2\sqrt{13} \approx 7.21$

סעיף ד

$$S = \frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{13 \cdot 6}{2} = 39$$

תשובה: 39

4 שאלה 4 בינוני

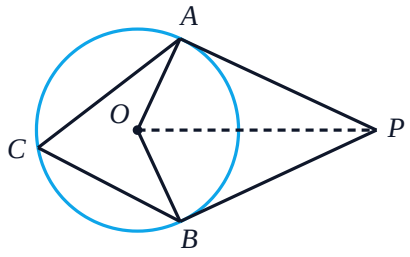
מהנקודה P העבירו שני משיקים למעגל שמרכזו O. המשיקים נוגעים במעגל בנקודות A ו־B. הנקודה C על הקשת הגדולה AB. נתון: $\sphericalangle APB = 50°$.

א. מצאו את $\sphericalangle AOB$.

ב. מצאו את $\sphericalangle ACB$.

ג. הוכיחו: PO חוצה את הזווית APB.

ד. מצאו את $\sphericalangle OAB$.



סעיף א

רדיוס מאונך למשיק:

$$\sphericalangle OAP = \sphericalangle OBP = 90°$$

סכום הזוויות במרובע $OAPB$:

$$\sphericalangle AOB = 360° - 90° - 90° - 50° = 130°$$

תשובה: $130°$

סעיף ב

זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית שנשענת על אותה קשת:

$$\sphericalangle ACB = \frac{130°}{2} = 65°$$

תשובה: $65°$

סעיף ג

$OA = OB$ (רדיוסים)

OP – צלע משותפת

$\sphericalangle OAP = \sphericalangle OBP = 90°$

לכן $\triangle OBP \cong \triangle OAP$ (לפי משפט חפיפה צ.צ.ז – מול הזווית הגדולה)

ומכאן $\sphericalangle BPO = \sphericalangle APO$.

תשובה: **הוכחה (חפיפה)**

סעיף ד

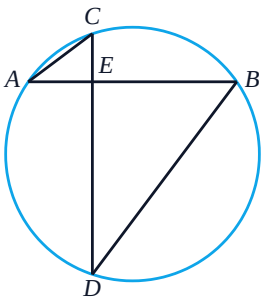
המשולש OAB שווה שוקיים ($OA = OB$):

$$\sphericalangle OAB = \frac{180° - 130°}{2} = 25°$$

תשובה: $25°$

5 שאלה 5 בינוני

במעגל נחתכים המיתרים AB ו־CD בנקודה E. נתון: $AE = 4 , EB = 9 , CD = 15 , ED > CE$.



א. הוכיחו: $\triangle DEB \sim \triangle AEC$.

ב. מצאו את CE ואת ED.

ג. נתון גם $AC = 5$. מצאו את DB.

סעיף א

$\sphericalangle ABD = \sphericalangle ACD$ – זוויות היקפיות על הקשת AD

$\sphericalangle DEB = \sphericalangle AEC$ – זוויות קודקודיות

לכן $\triangle DEB \sim \triangle AEC$ לפי ז.ז.

תשובה: הוכחה (ז.ז)

סעיף ב

מהדמיון: $\frac{AE}{DE} = \frac{CE}{BE}$

$$CE \cdot ED = AE \cdot EB = 36$$

נסמן $CE = t$:

$$t(15 - t) = 36$$

$$t^2 - 15t + 36 = 0$$

$$t = 12 \text{ או } t = 3$$

כי $CE < ED$: $CE = 3 , ED = 12$

תשובה: $CE = 3 , ED = 12$

סעיף ג

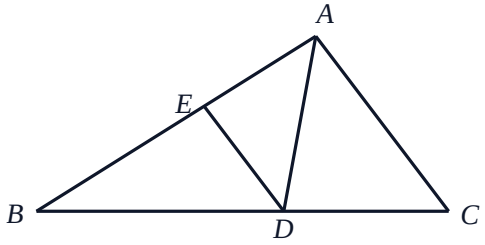
$$\frac{AC}{DB} = \frac{AE}{DE} = \frac{4}{12}$$

$$DB = 15$$

תשובה: $DB = 15$

6 שאלה 6 בינוני

במשולש ABC נתון: $AB = 12 , AC = 8 , BC = 15$. הקטע AD חוצה את הזווית A. דרך D העבירו ישר מקביל ל־AC שחותך את AB בנקודה E.



א. מצאו את BD ואת DC.

ב. מצאו את DE.

ג. הוכיחו שהמשולש AED שווה שוקיים.

ד. מצאו את AE.

סעיף א

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$BD = \frac{3}{5} \cdot 15 = 9$$

$$DC = 6$$

תשובה: $BD = 9\ ,\ DC = 6$

סעיף ב

$\triangle EBD \sim \triangle ABC$ (כי $DE \parallel AC$):

$$\frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{9}{15}$$

$$DE = 8 \cdot \frac{3}{5} = 4.8$$

תשובה: $DE = 4.8$

סעיף ג

$\sphericalangle DAC = \sphericalangle EDA$ – זוויות מתחלפות ($DE \parallel AC$)

$\sphericalangle DAE = \sphericalangle DAC$ – AD חוצה זווית

לכן $\sphericalangle EAD = \sphericalangle EDA$ ו־$AE = DE$.

תשובה: הוכחה

סעיף ד

מסעיף ג: $AE = DE = 4.8$

בדיקה: $BE = \frac{3}{5} \cdot 12 = 7.2\ ,\ 12 - 7.2 = 4.8$

תשובה: $AE = 4.8$

7 שאלה 7 מתקדם

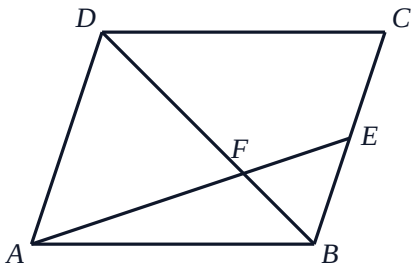
$ABCD$ הוא מקבילית ששטחה 48. הנקודה E היא אמצע הצלע BC. הקטע AE חותך את האלכסון BD בנקודה F.

א. הוכיחו: $\triangle DFA \sim \triangle BFE$.

ב. מצאו את היחס $BF : FD$.

ג. מצאו את שטח המשולש ABF.

ד. מצאו את שטח המשולש BFE.



סעיף א

$\sphericalangle FDA = \sphericalangle FBE$ – זוויות מתחלפות ($BC \parallel AD$)

$\sphericalangle DFA = \sphericalangle BFE$ – זוויות קודקודיות

לכן $\triangle DFA \sim \triangle BFE$.

תשובה: הוכחה (ז.ז)

סעיף ב

$$\frac{BF}{FD} = \frac{BE}{DA} = \frac{\frac{1}{2}BC}{BC} = \frac{1}{2}$$

תשובה: $1 : 2$

סעיף ג

$$S_{ABD} = \frac{48}{2} = 24$$

למשולשים ABF ו־ABD אותו גובה מ־A:

$$S_{ABF} = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8$$

תשובה: 8

סעיף ד

יחס הדמיון $\triangle DFA : \triangle BFE$ הוא $2 : 1$, לכן $FE = \frac{1}{2}AF$.

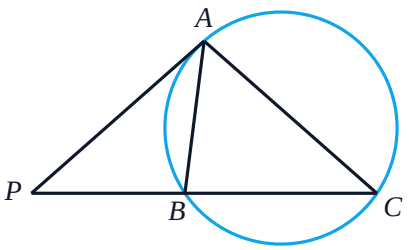
למשולשים BFE ו־ABF אותו גובה מ־B:

$$S_{BFE} = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$$

תשובה: 4

8 שאלה 8 מתקדם

הישר PA משיק למעגל בנקודה A. ישר אחר שיוצא מ־P חותך את המעגל בנקודות B ו־C (B בין P ל־C). נתון: $PB = 4$, $BC = 5$.



א. הוכיחו: $\triangle PCA \sim \triangle PAB$.

ב. מצאו את PA.

ג. נתון $AB = 4$. מצאו את AC.

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש PAB לשטח המשולש PCA.

סעיף א

$\sphericalangle P$ – זווית משותפת

$\sphericalangle PCA = \sphericalangle PAB$ – זווית בין משיק למיתר שווה לזווית ההיקפית שנשענת על אותה קשת AB

לכן $\triangle PCA \sim \triangle PAB$.

תשובה: הוכחה (ז.ז)

סעיף ב

$$\frac{PA}{PC} = \frac{PB}{PA}$$

$$PA^2 = PB \cdot PC = 4 \cdot 9 = 36$$

$$PA = 6$$

תשובה: $PA = 6$

סעיף ג

$$\frac{AB}{CA} = \frac{PA}{PC} = \frac{6}{9}$$

$$AC = \frac{4 \cdot 9}{6} = 6$$

תשובה: $AC = 6$

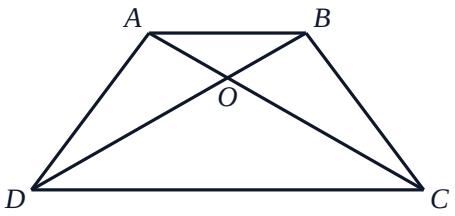
סעיף ד

$$\left(\frac{PA}{PC}\right)^2 = \left(\frac{6}{9}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

תשובה: $4 : 9$

9 שאלה 9 מתקדם

בטרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ נתון: $AB = 6$, $DC = 15$. האלכסונים נחתכים בנקודה O. שטח המשולש AOB הוא 8.



א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle COD$.

ב. מצאו את היחס $AO : OC$.

ג. מצאו את שטח המשולש COD.

ד. מצאו את שטח הטרפז.

סעיף א

$\sphericalangle OAB = \sphericalangle OCD$ – זוויות מתחלפות $(AB \parallel DC)$

$\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD$ – זוויות קודקודיות

תשובה: **הוכחה (ז.ז)**

סעיף ב

$$\frac{AO}{OC} = \frac{AB}{CD} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

תשובה: **2 : 5**

סעיף ג

$$S_{COD} = 8 \cdot (\frac{5}{2})^2 = 50$$

תשובה: **50**

סעיף ד

למשולשים AOB ו־BOC אותו גובה מ־B:

$$S_{BOC} = 8 \cdot \frac{5}{2} = 20$$

באותו אופן $S_{AOD} = 20$.

$$S = 8 + 20 + 20 + 50 = 98$$

תשובה: **98**

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 7

הנדסה אנליטית

55 שיעורים בקורס · עמודים 221–246

בפרק הזה

חוברת קורס אנליטית וטריגו שאלון 471-4 יחידות – עמ' 1–20 בחוברת (20 עמודים) עמ' 221
שיעור 42- מעגל חוסם משולש או מלבן עמ' 241
שיעור 42- מעגל חוסם משולש או מלבן עמ' 244

בס"ד

חוברת הקורס – הנדסה אנליטית בשילוב טריגונומטריה

4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

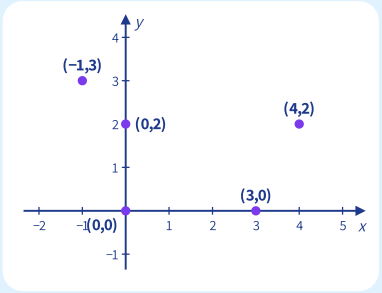
הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 1: הקו הישר

1 שיעור 0 – סימון נקודות במערכת צירים

סרטון שיעור 0

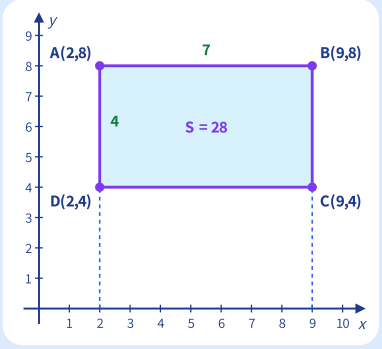


תרגיל 1 סמן את הנקודות במערכת צירים: (−1,3), (4,2), (3,0), (0,2), (0,0)

✅ **פתרון סופי: (0,0) ראשית הצירים; (0,2) על ציר y; (3,0) על ציר x; (4,2) ו-(−1,3) – נקודות המפגש של ה-x וה-y שלהן**

2 שיעור 1 – נקודות במערכת צירים ומציאת שטח מלבן

סרטון שיעור 1



סעיף א נתון מלבן ABCD, AD מקביל לציר y ו-AB מקביל לציר x (לפי השרטוט). מצא את הנקודות A, B, C, D.

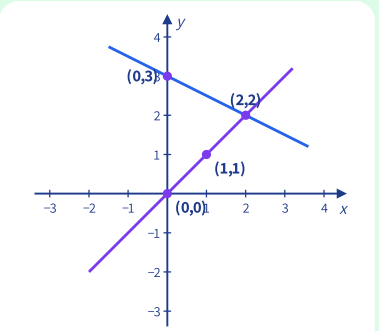
✅ **פתרון סופי: A(2,8), B(9,8), C(9,4), D(2,4)**

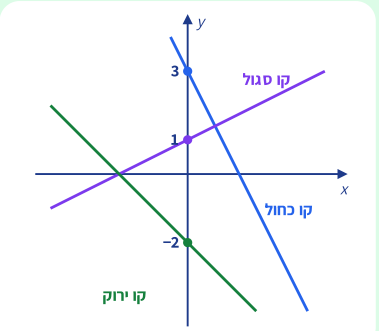
סעיף ב חשב את שטח המלבן.

✅ **פתרון סופי: S = 28 יח'**

3 שיעור 2 – הגדרת משוואת קו ישר-חיתוך עם ציר y

סרטון שיעור 2





תרגיל 1 מהו b בישר העובר דרך (0,0) ו-(1,1), ובישר העובר דרך (2,2) ו-(0,3)?

✅ **פתרון סופי: b = 0 ו-b = 3**

תרגיל 2 התאם כל משוואה לקו שלה: I. y=−2x+3, II. y=½x+1, III. y=−1x−2

✅ **פתרון סופי: I חותך את ציר y ב-3, II ב-1, III ב-−2**

4 שיעור 3 – הגדרת קו ישר-שיפוע m

סרטון שיעור 3

ישר 1 רשום את m וקבע אם הקו עולה או יורד: y=2x+4

✅ **פתרון סופי: m=2, עולה**

ישר 2 רשום את m וקבע אם הקו עולה או יורד: y=3x+6

✅ **פתרון סופי: m=3, עולה**

ישר 3 רשום את m וקבע אם הקו עולה או יורד: y=−5x

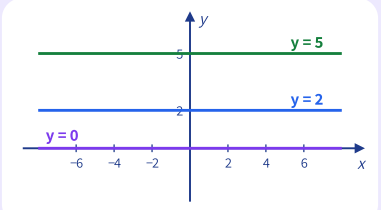
✅ **פתרון סופי: m=−5, יורד**

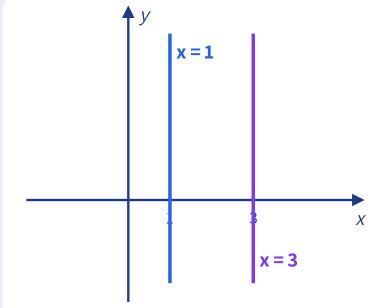
ישר 4 רשום את m וקבע אם הקו עולה או יורד: y=−10x+4

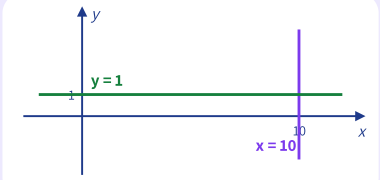
✅ **פתרון סופי: m=−10, יורד**

5 שיעור 4 – משוואות ישרים המקבילים לצירים

סרטון שיעור 4







תרגיל 1 מה השיפוע של הישרים y=0, y=2, y=5? איפה הם עוברים?

✅ **פתרון סופי: m=0 לכולם; y=5 ו-y=2 מקבילים לציר x, y=0 הוא ציר x**

תרגיל 2 מה השיפוע של הישרים x=1, x=3?

✅ **פתרון סופי: השיפוע לא מוגדר (ישרים מקבילים לציר y)**

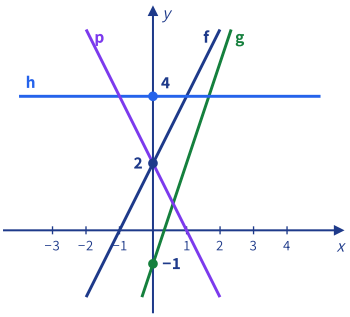
תרגיל 3 שרטטו את הישרים x=10 ו-y=1.

✅ **פתרון סופי: x=10 – ישר מקביל לציר y דרך 10; y=1 – ישר מקביל לציר x דרך 1**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

6 שיעור 5 – התאמת משוואה לגרף שלה

סרטון שיעור 5



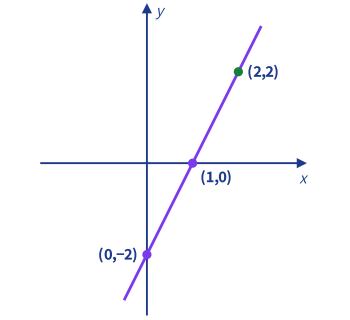
תרגיל שייכו כל משוואה לקו שלה: 1) $y=2x+2$ 2) $y=3x-1$ 3) $y=4$ 4) $y=-2x+2$

✅ **פתרון סופי: 1 – הקו שחותך את ציר y ב-2 ועולה; 2 – הקו שחותך ב-1− ועולה; 3 – הקו המקביל לציר x בגובה 4; 4 – הקו היורד**

7 שיעור 6 – חיתוך עם הצירים ושרטוט

סרטון שיעור 6

נתונה המשוואה $y=2x-2$.



סעיף א נתונה המשוואה $y=2x-2$. מצא נקודות חיתוך עם הצירים.

✅ **פתרון סופי: (0,−2) ו-(1,0)**

סעיף ב שרטט את הקו.

✅ **פתרון סופי: הקו עובר דרך (0,−2) ו-(1,0)**

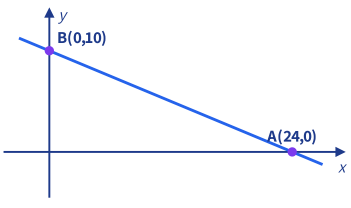
סעיף ג האם הנקודות (2,2) ו-(−1,−6) נמצאות על הקו?

✅ **פתרון סופי: (2,2) על הקו; (−1,−6) לא על הקו (עבור $x=-1$ מתקבל $y=-4$)**

8 שיעור 7 – חיתוך עם הצירים ומציאת שיפוע ישר

סרטון שיעור 7

הישר $5x+12y=120$ חותך את ציר ה-x בנקודה A ואת ציר ה-y בנקודה B.



סעיף א הישר $5x+12y=120$ חותך את ציר ה-x בנקודה A ואת ציר ה-y בנקודה B. מצא את השיעורים של הנקודה A ואת השיעורים של הנקודה B.

✅ **פתרון סופי: A(24,0), B(0,10)**

סעיף ב מצא את שיפוע הישר.

✅ **פתרון סופי:** $m = \frac{-5}{12}$

9 שיעור 8 – מציאת שיפוע ומציאת חיתוך עם ציר y

סרטון שיעור 8

מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y במשוואות הבאות.

משוואה 1 מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y:

$Y = 2x + 9$

✅ **פתרון סופי:** $m = 2, n = 9$

משוואה 2 מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y:

$Y = -3x - 1$

✅ **פתרון סופי:** $m = -3, n = -1$

משוואה 3 מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y: $Y = x$

✅ **פתרון סופי:** $m = 1, n = 0$

משוואה 4 מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y:

$2y = 2x + 8$

✅ **פתרון סופי:** $m = 1, n = 4$

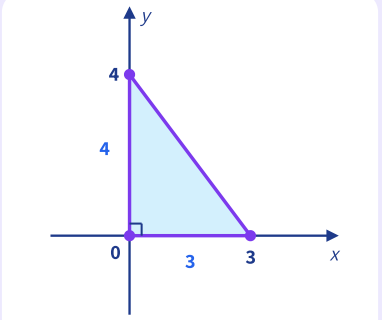
משוואה 5 מצא את השיפוע ואת החיתוך עם ציר y:

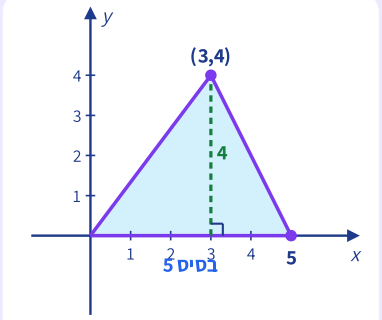
$3y = -9x - 12$

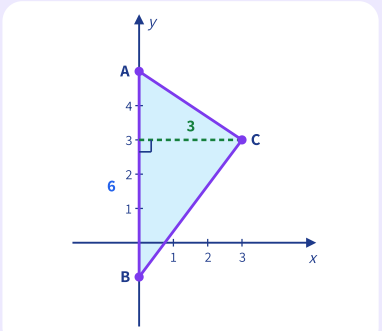
✅ **פתרון סופי:** $m = -3, n = -4$

10 שיעור 9 – מציאת שטח משולש

סרטון שיעור 9







תרגיל 1 מצא את שטח המשולש שקודקודיו $(0,0), (3,0), (0,4)$.

✅ **פתרון סופי:** $S = 6$

תרגיל 2 מצא את שטח המשולש שבסיסו על ציר x מ-0 עד 5 והקודקוד השלישי בגובה 4.

✅ **פתרון סופי:** $S = 10$

תרגיל 3 מצא את שטח המשולש ABC:

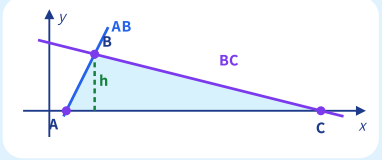
$A(0,5), B(0,-1), C(3,3)$.

✅ **פתרון סופי:** $S = 9$

11 שיעור 10 – בגרות 2018 ב-מציאת חיתוך בין 2 ישרים, אורכי קטעים ומציאת שטח משולש

סרטון שיעור 10

הישר שמשוואתו $y=2x-3$ והישר שמשוואתו $y=-\frac{1}{4}x+6$ יוצרים עם ציר ה-x את המשולש ABC (ראה ציור).



סעיף א מצא את שיעורי הקודקודים A, B, C.

✅ **פתרון סופי:** A(1.5,0), B(4,5), C(24,0)

סעיף ב מצא את אורך הצלע AC.

✅ **פתרון סופי:** AC = 22.5

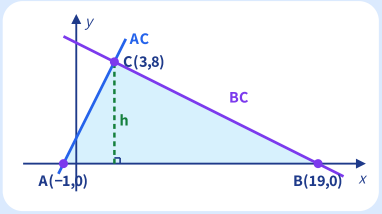
סעיף ג חשב את שטח המשולש ABC.

✅ **פתרון סופי:** S = 56.25

12 שיעור 11 – 2019 ב-מציאת חיתוך בין 2 ישרים, אורכי קטעים ומציאת שטח משולש

🎬 סרטון שיעור 11

הישר שמשוואתו y=2x+2 והישר שמשוואתו y=−½x+9½ יוצרים עם ציר ה-x את המשולש ABC, כמתואר בציור.



סעיף א מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

✅ **פתרון סופי:** A(−1,0), B(19,0)

סעיף ב מצא את אורך הקטע AB.

✅ **פתרון סופי:** AB = 20

סעיף ג מצא את שיעורי הנקודה C.

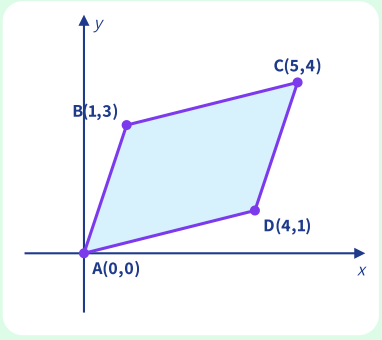
✅ **פתרון סופי:** C(3,8)

סעיף ד חשב את שטח המשולש ABC.

✅ **פתרון סופי:** S = 80 סמ"ר

13 שיעור 12 – הוכחת מקבילית

🎬 סרטון שיעור 12



תרגיל קודקודי מרובע ABCD הם: A(0,0), B(1,3), C(5,4), D(4,1). הראו שהמרובע הוא מקבילית.

✅ **פתרון סופי:** m_AB = 3 = m_DC ו-m_AD = $\frac{1}{4}$ = m_BC, לכן ABCD מקבילית

14 שיעור 13 – מציאת משוואת ישר לפי שיפוע ונקודה

🎬 סרטון שיעור 13

תרגיל 1 מצא את משוואת הישר ששיפועו m=1 והוא עובר בנקודה (2,0).

✅ **פתרון סופי:** y = x − 2

תרגיל 2 האם הנקודה (4,2) נמצאת על הישר y=x−2?

✅ **פתרון סופי:** כן (2 = 2 − 4 = y)

תרגיל 3 מצא את משוואת הישר ששיפועו m=−2 והוא עובר בנקודה (0,−5).

✅ **פתרון סופי:** y = −2x − 5

15 שיעור 14 – מציאת שיפוע לפי 2 נקודות

סרטון שיעור 14

תרגיל 1 מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות (4,2) ו-(0,10).

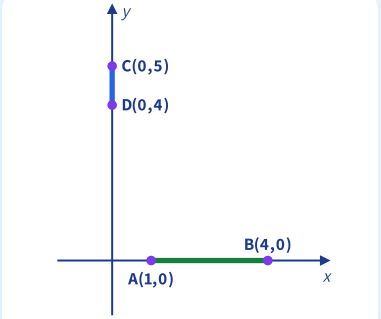
✅ **פתרון סופי:** $y = -2x + 10$

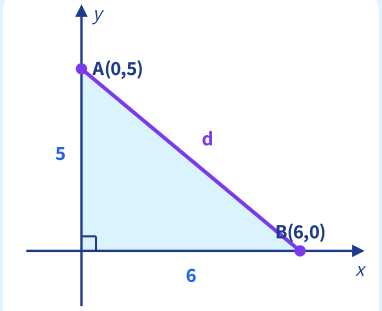
תרגיל 2 מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות (−4,12) ו-(8,16).

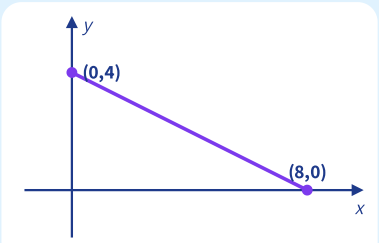
✅ **פתרון סופי:** $y = \frac{1}{3}x + 13$ $\frac{1}{3}$

16 שיעור 15 – נוסחת המרחק

סרטון שיעור 15







תרגיל 1 מצא את המרחק AB עבור A(1,0), B(4,0), ואת המרחק DC עבור C(0,5), D(0,4).

✅ **פתרון סופי:** $AB = 3,\ DC = 1$

תרגיל 2 מצא את המרחק בין A(0,5) ל-B(6,0).

✅ **פתרון סופי:** $d = \sqrt{61}$

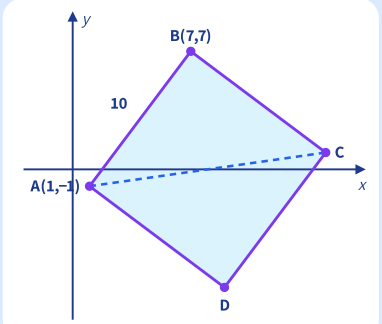
תרגיל 3 מצא את המרחק בין הנקודות (0,4) ו-(8,0).

✅ **פתרון סופי:** $d = \sqrt{80}$

17 שיעור 16 – 2018 ח1-שימוש בנוסחת הדיסטנס ומציאת שטח ריבוע

סרטון שיעור 16

הנקודות A(1,−1) ו-B(7,7) הן שני קודקודים סמוכים של ריבוע ABCD (ראה ציור).



סעיף א חשב את אורך הצלע AB.

✅ **פתרון סופי:** $AB = 10$

סעיף ב חשב את שטח הריבוע.

✅ **פתרון סופי:** $S = 100$ יח"ר

סעיף ג חשב את אורך האלכסון של הריבוע.

✅ **פתרון סופי:** $AC = \sqrt{200}$

18 שיעור 17 – מציאת חיתוך בין שני ישרים ומציאת מרחק

סרטון שיעור 17

נתונות משוואות של שני ישרים: $y=3x-3$ ו-$y=2x+2$. הישרים חותכים זה את זה בנקודה M.

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

סעיף א מצא את שיעורי הנקודה M.

✅ **פתרון סופי: M(5,12)**

סעיף ב האם הישר y=−3x+15 עובר דרך הנקודה M? נמק.

✅ **פתרון סופי: לא – הצבה נותנת 0 ≠ 12**

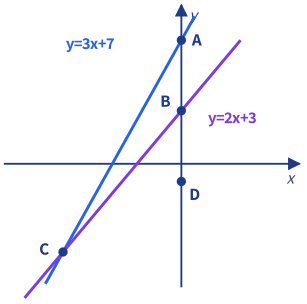
סעיף ג חשב את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.

✅ **פתרון סופי: d = 13**

19 שיעור 18 – מציאת נקודות על הצירים ומציאת משוואות ישרים

🎬 סרטון שיעור 18

הישר CA שמשוואתו y = 3x + 7 והישר CB שמשוואתו y = 2x + 3 נחתכים בנקודה C. הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה-y.



סעיף א מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

✅ **פתרון סופי: A(0,7), B(0,3)**

סעיף ב מצא את שיעורי הנקודה C.

✅ **פתרון סופי: C(−4,−5)**

סעיף ג הנקודה D נמצאת על ציר ה-y כך שהנקודה B היא אמצע הקטע AD. מצא את שיעורי הנקודה D.

✅ **פתרון סופי: D(0,−1)**

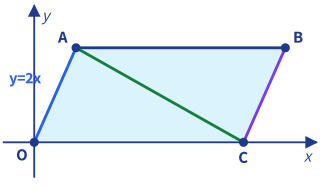
סעיף ד מצא את משוואת הישר CD.

✅ **פתרון סופי: y = x − 1**

20 שיעור 19 – מציאת שיעורי נקודות ומציאת נוסחת קו ישר

🎬 סרטון שיעור 19

בציור שלפניך מתואר מרובע OABC (O – ראשית הצירים). הנקודה C נמצאת על ציר ה-x. נתון: משוואת הישר AC היא y = −½x + 5.



סעיף א מצא את שיעורי הנקודה C.

✅ **פתרון סופי: C(10,0)**

סעיף ב נתון: משוואת הישר OA היא y = 2x. מצא את שיעורי הנקודה A.

✅ **פתרון סופי: A(2,4)**

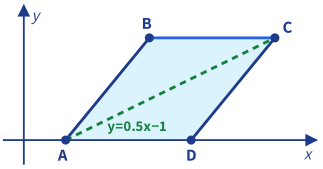
סעיף ג נתון: הישר BC מקביל לישר OA. מצא את משוואת הישר BC.

✅ **פתרון סופי:** $y = 2x - 20$

21 שיעור 20 – מציאת נקודות על הצירים ומציאת משוואות ישרים ומציאת אורך קטע

🎬 סרטון שיעור 20

בציור מתוארת מקבילית ABCD. משוואת האלכסון AC היא $y = 0.5x - 1$. הקודקודים A ו-D נמצאים על ציר ה-x.



סעיף א מצא את שיעורי הקודקוד A.

✅ **פתרון סופי:** $A(2,0)$

סעיף ב(1) נתון B(6,5). מהו שיעור ה-y של הקודקוד C? נמק.

✅ **פתרון סופי:** $y = 5$ (BC מקבילה לציר x)

סעיף ב(2) מצא את שיעור ה-x של הקודקוד C.

✅ **פתרון סופי:** $x = 12$, $C(12,5)$

סעיף ג(1) מצא את אורך הצלע BC.

✅ **פתרון סופי:** $BC = 6$

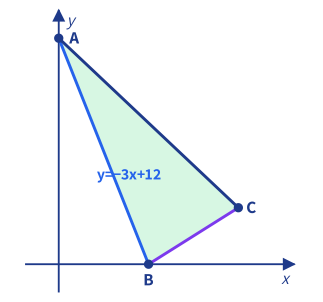
סעיף ג(2) מצא את שיעורי הקודקוד D.

✅ **פתרון סופי:** $D(8,0)$

22 שיעור 21 – מציאת נקודות על הצירים ומציאת משוואות ישרים

🎬 סרטון שיעור 21

במשולש ABC הנקודה A נמצאת על ציר ה-y והנקודה B על ציר ה-x. משוואת הישר AB היא $y = -3x + 12$.



סעיף א מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

✅ **פתרון סופי:** $A(0,12)$, $B(4,0)$

סעיף ב שיפוע הישר BC הוא 0.75. מצא את משוואת הישר BC.

✅ **פתרון סופי:** $y = 0.75x - 3$

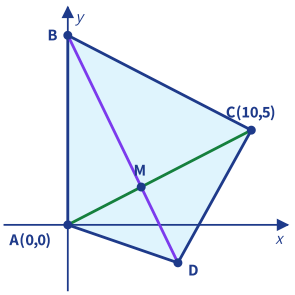
סעיף ג שיעור ה-x של הנקודה C הוא 8. מצא את שיעור ה-y של הנקודה C.

✅ **פתרון סופי:** $y = 3$, $C(8,3)$

23 שיעור 22 – מציאת נקודות על הצירים , מציאת שיפוע ומציאת משוואות ישרים

סרטון שיעור 22

נתון המרובע ABCD. A(0,0), C(10,5). הקודקוד B מונח על ציר ה-y. שיעור ה-x של הקודקוד D הוא 6. משוואת האלכסון BD היא $y = -2x + 10$.



סעיף א מצא את השיעורים של הקודקוד B ואת שיעור ה-y של הקודקוד D.

✅ **פתרון סופי:** B(0,10), D(6,−2)

סעיף ב(1) מצא את שיפוע האלכסון AC.

✅ **פתרון סופי:** $m = \frac{1}{2}$

סעיף ב(2) מצא את משוואת האלכסון AC.

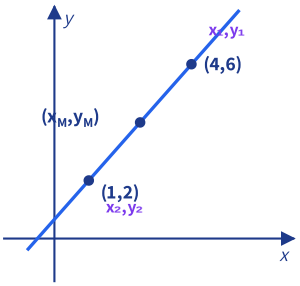
✅ **פתרון סופי:** y = ½x

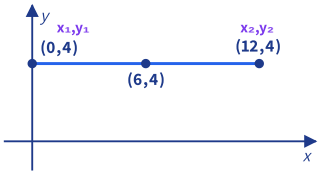
סעיף ג אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה M. מצא את השיעורים של הנקודה M.

✅ **פתרון סופי:** M(4,2)

24 שיעור 23 – נקודת אמצע קטע 1

סרטון שיעור 23





תרגיל 1 מצא את נקודת האמצע של הקטע שקצותיו (0,4) ו-(12,4).

✅ **פתרון סופי:** M(6,4)

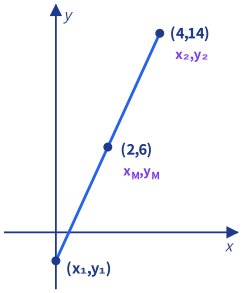
תרגיל 2 מצא את נקודת האמצע של הקטע שקצותיו (4,6) ו-(1,2).

✅ **פתרון סופי:** M(2½ , 4)

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

25 שיעור 24 – נקודת אמצע קטע 2

סרטון שיעור 24



תרגיל קצה אחד של קטע הוא (4,14) ונקודת האמצע של הקטע היא (2,6). מצא את הקצה השני.

✅ **פתרון סופי:** (0,−2)

26 שיעור 25 – שיפעים שווים ושיפועים הופכי ונגדי

סרטון שיעור 25

תרגיל 1 במלבן ABCD שיפוע הצלע AB הוא 2 ו-AD מאונכת ל-AB. מה שיפוע AD?

✅ **פתרון סופי:** $m_{AD} = \frac{-1}{2}$

תרגיל 2 שיפוע של ישר הוא 3. מה השיפוע של ישר המאונך לו?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{-1}{3}$

תרגיל 3 שיפוע של ישר הוא $\frac{-1}{4}$. מה השיפוע של ישר המאונך לו?

✅ **פתרון סופי:** 4

תרגיל 4 שיפוע של ישר הוא $\frac{1}{10}$. מה השיפוע של ישר המאונך לו?

✅ **פתרון סופי:** −10

27 שיעור 26 – מציאת קו ישר מקביל ומאונך 1

סרטון שיעור 26

נתון הישר $y = mx + 4$.

סעיף א נתון הישר $y = mx + 4$. מה צריך להיות ערכו של m כדי שהישר יקביל לישר $y = 4x$?

✅ **פתרון סופי:** $m = 4$

סעיף ב מה צריך להיות ערכו של m כדי שהישר יקביל לישר $2y - 8x = 6$?

✅ **פתרון סופי:** $m = 4$

סעיף ג מה צריך להיות ערכו של m כדי שהישר יהיה מאונך לישר $y = 5x - 4$?

✅ **פתרון סופי:** $m = \frac{-1}{5}$

סעיף ד מה צריך להיות ערכו של m כדי שהישר יהיה מאונך לישר $y = \frac{1}{4}x + 8$?

✅ **פתרון סופי:** $m = -4$

28 שיעור 27 – מציאת קו ישר מקביל ומאונך 2

סרטון שיעור 27

נתונות הנקודות A(1,4), B(−1,8).

סעיף א נתונות הנקודות A(1,4), B(−1,8). מצא משוואת ישר העובר דרך הנקודה C(2,−3) ומקביל לישר AB.

✅ **פתרון סופי:** $y = -2x + 1$

סעיף ב מצא משוואת ישר העובר דרך הנקודה A ומאונך לישר AB.

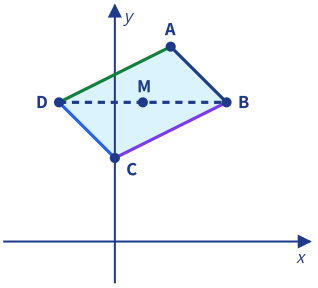
✅ **פתרון סופי:** $y = 0.5x + 3.5$

פרק 2: תרגול מרובעים (ללא מעגל)

29 שיעור 28 – תרגול מפגש אלכסונים במקבילית

סרטון שיעור 28

במקבילית ABCD נתון: הצלע AD מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 6$, הצלע DC מונחת על הישר $y = -x + 3$, הקודקוד C נמצא על ציר ה-y.



סעיף א מצא את שיעורי הקודקוד C.

✅ **פתרון סופי:** $C(0,3)$

סעיף ב מצא את משוואת הישר שהצלע BC מונחת עליו.

✅ **פתרון סופי:** $y = \frac{1}{2}x + 3$

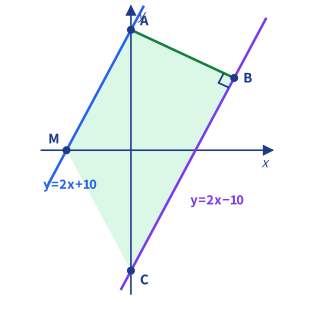
סעיף ג נתון גם כי האלכסון DB מקביל לציר ה-x. מצא את השיעורים של נקודת מפגש האלכסונים במקבילית.

✅ **פתרון סופי:** $M(1,5)$

30 שיעור 29 – פתרון בגרות 2013 א- שימוש בישרים מאונכים ומציאת שטח טרפז

סרטון שיעור 29

נתונים שני ישרים: I. $y = 2x + 10$, II. $y = 2x - 10$. ישר I חותך את ציר ה-y בנקודה A, ישר II חותך את ציר ה-y בנקודה C. דרך A העבירו אנך לישר II, החותך את הישר II בנקודה B.



סעיף א מצא את השיעורים של הנקודה B.

✅ **פתרון סופי:** $B(8,6)$

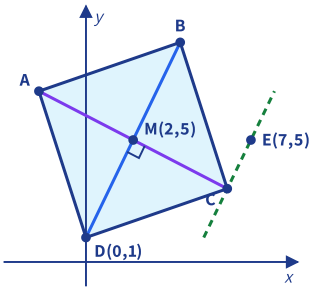
סעיף ב ישר I חותך את ציר ה-x בנקודה M. מצא את שטח הטרפז ABCM.

✅ **פתרון סופי:** $S = 130$

31 שיעור 30 – פתרון בגרות 2016 ח-מפגש אלכסונים בריבוע

סרטון שיעור 30

נתון ריבוע ABCD. אלכסוני הריבוע נפגשים בנקודה M(2,5). שיעורי הקודקוד D הם (0,1).



סעיף א מצא את השיפוע של הישר DM.

✅ **פתרון סופי:** $m = 2$

סעיף ב מצא את משוואת האלכסון AC.

✅ **פתרון סופי:** $y = -\frac{1}{2}x + 6$

סעיף ג(1) ישר המקביל לישר DM עובר דרך הנקודה E(7,5). מצא את המשוואה של הישר המקביל.

✅ **פתרון סופי:** $y = 2x - 9$

סעיף ג(2) הישר שמצאת עובר דרך הקודקוד C. מצא את השיעורים של הקודקוד C.

✅ **פתרון סופי:** $C(6,3)$

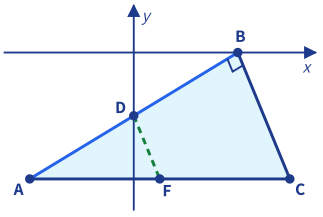
סעיף ד מצא את ההיקף של הריבוע ABCD.

✅ **פתרון סופי:** $P = 4\sqrt{40} \approx 25.3$

32 שיעור 31 – פתרון בגרות 2017 ב-משולש ישר זוית, שימוש בנקודת אמצע

סרטון שיעור 31

משולש ABC הוא ישר זווית ($\sphericalangle ABC = 90°$). הצלע AC מקבילה לציר ה-x. משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x - 4$. הישר AB חותך את ציר ה-x בנקודה B ואת ציר ה-y בנקודה D.



סעיף א מצא את שיעורי הנקודות B ו-D.

✅ **פתרון סופי:** $B(8,0),\ D(0,-4)$

סעיף ב הנקודה D היא אמצע הצלע AB. מצא את שיעורי הנקודה A.

✅ **פתרון סופי:** $A(-8,-8)$

סעיף ג דרך הנקודה D עובר ישר המקביל לצלע BC. מצא את משוואת הישר.

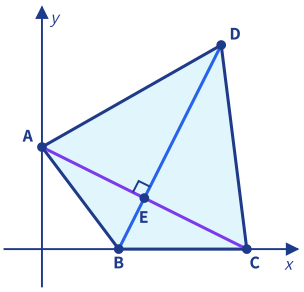
✅ **פתרון סופי:** $y = -2x - 4$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

33 שיעור 32 – פתרון בגרות 2021 א1

סרטון שיעור 32

מרובע ABCD, אלכסוניו נפגשים בנקודה E. A על ציר ה-y, B ו-C על ציר ה-x. משוואת האלכסון AC: $y = -\frac{1}{2}x + 4$. נתון: האלכסונים מאונכים זה לזה, E אמצע AC.



סעיף א מצא את שיעורי הקודקודים A ו-C.

✅ **פתרון סופי:** A(0,4), C(8,0)

סעיף ב(1) מצא את משוואת האלכסון BD.

✅ **פתרון סופי:** $y = 2x - 6$

סעיף ב(2) מצא את שיעורי הנקודה B.

✅ **פתרון סופי:** B(3,0)

סעיף ג(1) נתון: שטח המשולש BDC הוא 20. מצא את אורך הצלע BC.

✅ **פתרון סופי:** $BC = 5$

סעיף ג(2) מצא את שיעור ה-y של הנקודה D.

✅ **פתרון סופי:** $y = 8$

סעיף ג(3) מצא את שיעור ה-x של הנקודה D.

✅ **פתרון סופי:** $x = 7$

סעיף ד הוכח כי שטח המשולש BDA שווה לשטח המשולש BDC.

✅ **פתרון סופי:** $S_{BDC} = 20 = S$

פרק 3: מעגל

34 שיעור 33 – מהי משוואת מעגל

סרטון שיעור 33

תרגיל מצא את משוואת המעגל שמרכזו (1,1) ורדיוסו R=2.

✅ **פתרון סופי:** $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$

35 שיעור 34 – מהי משוואת מעגל 2

סרטון שיעור 34

תרגיל 1 מצא את משוואת המעגל שמרכזו M(9,−5) והרדיוס שלו 6.

✅ **פתרון סופי:** $(x-9)^2 + (y+5)^2 = 36$

תרגיל 2 מצא את משוואת המעגל שמרכזו M(0,0) והרדיוס שלו $\sqrt{2}$.

✅ **פתרון סופי:** $x^2 + y^2 = 2$

36 שיעור 35 – מציאת משוואת מעגל

סרטון שיעור 35

תרגיל 1 מצא את משוואת המעגל: M(1,2), R=3

✅ **פתרון סופי:** $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$

תרגיל 2 מצא את משוואת המעגל: M(−1,0), R=1

✅ **פתרון סופי:** $(x+1)^2 + y^2 = 1$

תרגיל 3 מצא את משוואת המעגל: M(3,−2), R=2

✅ **פתרון סופי:** $(x-3)^2+(y+2)^2=4$

תרגיל 4 מצא את משוואת המעגל: M(0,0), R=4

✅ **פתרון סופי:** $x^2+y^2=16$

37 שיעור 36 – מציאת מרכז ורדיוס

סרטון שיעור 36

תרגיל 5 מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס:
$(x-2)^2+(y-4)^2=4$

✅ **פתרון סופי:** מרכז (2,4), R=2

תרגיל 6 מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס:
$(x-2)^2+(y+1)^2=1$

✅ **פתרון סופי:** מרכז (2,−1), R=1

תרגיל 7 מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס:
$(x+5)^2+(y+4)^2=9$

✅ **פתרון סופי:** מרכז (−5,−4), R=3

תרגיל 8 מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס:
$x^2+(y-3)^2=4$

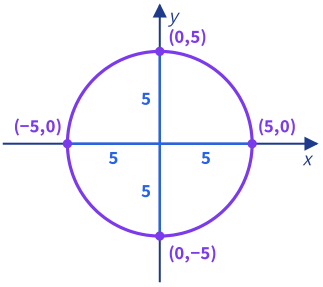
✅ **פתרון סופי:** מרכז (0,3), R=2

תרגיל 9 מצא את שיעורי נקודת המרכז ואת הרדיוס:
$x^2+y^2=1$

✅ **פתרון סופי:** מרכז (0,0), R=1

38 שיעור 37 – חיתוך מעגל עם הצירים

סרטון שיעור 37



תרגיל 10 מצא נקודות חיתוך עם הצירים: $x^2+y^2=25$

✅ **פתרון סופי:** עם ציר y: (0,−5), (0,5); עם ציר x: (−5,0), (5,0)

39 שיעור 38 – חיתוך מעגל עם הצירים 2

סרטון שיעור 38

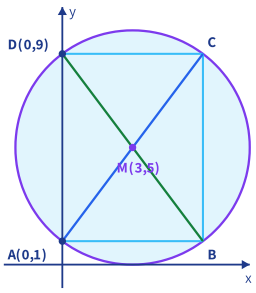
תרגיל 11 מצא נקודות חיתוך עם הצירים: $x^2+(y-3)^2=4$

✅ **פתרון סופי:** עם ציר y: (0,5), (0,1); עם ציר x: אין חיתוך

40 שיעור 39 – תרגיל

סרטון שיעור 39

מעגל שמרכזו M חותך את ציר ה-y בנקודות A ו-D. AC ו-DB הם קטרים במעגל. משוואת AC היא $y=\frac{4}{3}x+1$, ומשוואת DB היא $y=\frac{-4}{3}x+9$.



סעיף א מצא את השיעורים של הנקודות A, D ו-M.

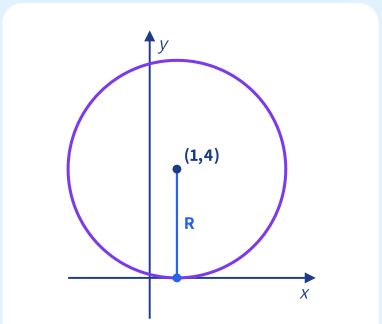
✅ **פתרון סופי:** A(0,1), D(0,9), M(3,5)

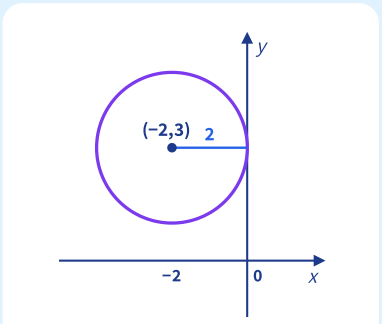
סעיף ב מצא את משוואת המעגל.

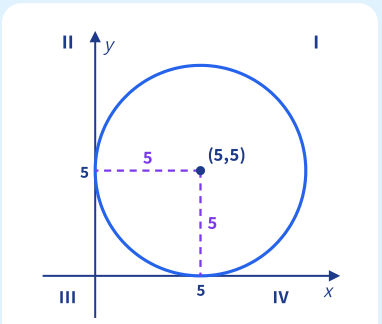
✅ **פתרון סופי:** $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$

41 שיעור 40 – מעגל משיק לצירים 1

🎬 סרטון שיעור 40







שאלה 12 מצא משוואת מעגל שמרכזו בריבוע הראשון ורדיוסו 5, והוא משיק לשני הצירים.

✅ **פתרון סופי:** $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

שאלה 13 מצא משוואת מעגל שמרכזו M(−2,3) והוא משיק לציר y.

✅ **פתרון סופי:** $(x+2)^2+(y-3)^2=4$

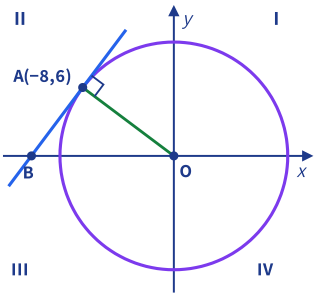
שאלה 14 מצא משוואת מעגל שמרכזו M(1,4) והוא משיק לציר x.

✅ **פתרון סופי:** $(x-1)^2+(y-4)^2=16$

42 שיעור 41 – משיק למעגל

🎬 סרטון שיעור 41

נתון המעגל $x^2+y^2=100$. המשיק למעגל בנקודה A, הנמצאת ברביע השני, חותך את ציר ה־x בנקודה B. O – ראשית הצירים.
שיעור ה־y של נקודה A הוא 6.



סעיף א נתון המעגל $x^2+y^2=100$. המשיק למעגל בנקודה A ברביע השני חותך את ציר x בנקודה B. שיעור ה־y של A הוא 6. מצא את שיעור ה־x של A.

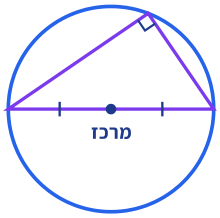
✅ **פתרון סופי:** $A(-8,6),\ x=-8$

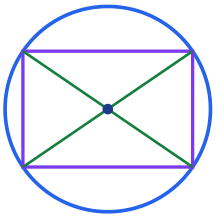
סעיף ב מצא את משוואת המשיק.

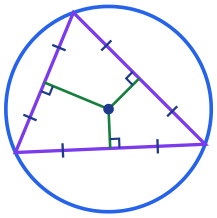
✅ **פתרון סופי:** $y=\frac{4}{3}x+\frac{50}{3}$

43 שיעור 42 – מעגל חוסם משולש או מלבן

🎬 סרטון שיעור 42







מקרה 1 איפה נמצא מרכז המעגל החוסם משולש ישר זווית?

✅ **פתרון סופי: מרכז המעגל החוסם משולש ישר זווית נמצא באמצע היתר**

מקרה 2 איפה נמצא מרכז המעגל החוסם מלבן (או ריבוע)?

✅ **פתרון סופי: מרכז המעגל החוסם מלבן (או ריבוע) נמצא בנקודת מפגש האלכסונים**

מקרה 3 איפה נמצא מרכז המעגל החוסם משולש כלשהו?

✅ **פתרון סופי: מרכז המעגל החוסם משולש כלשהו הוא מפגש האנכים האמצעיים במשולש**

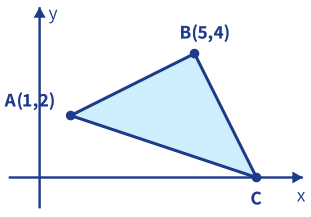
מקרה 4 מה מיוחד במשולש שווה שוקיים החסום במעגל?

✅ **פתרון סופי: במשולש שווה שוקיים האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד, ועליו נמצא מרכז המעגל**

44 שיעור 43 – משולש ישר זוית חסום במעגל

🎬 סרטון שיעור 43

במשולש ישר-זווית ABC ($\sphericalangle B = 90°$) הקדקוד C נמצא על ציר ה-x. נתון: $A(1,2),\ B(5,4)$.



סעיף א מצא את המשוואה של BC.

✅ **פתרון סופי:** $y=-2x+14$

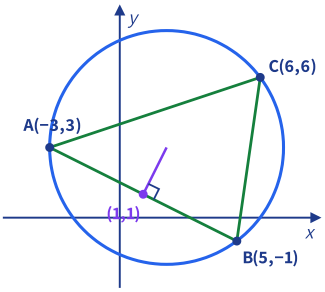
סעיף ב מצא את משוואת המעגל שהקוטר שלו הוא הקטע AC.

✅ **פתרון סופי:** $(x-4)^2+(y-1)^2=10$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

45 שיעור 44 – משולש כלשהו חסום במעגל

סרטון שיעור 44

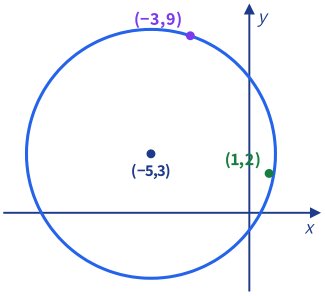


תרגיל מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש A(−3,3), B(5,−1), C(6,6).

✅ **פתרון סופי: מרכז המעגל (2,3)**

46 שיעור 45 – השלמה לריבוע

סרטון שיעור 45



דוגמה 1 סדר את משוואת המעגל: $x^2+y^2-8x+6y=11$

✅ **פתרון סופי: $(x-4)^2+(y+3)^2=36$**

דוגמה 2 נתון המעגל $(x+5)^2+(y-3)^2=40$. האם הנקודה (1,2) בתוך המעגל, על המעגל או מחוץ למעגל?

✅ **פתרון סופי: $37<40$ – בתוך המעגל**

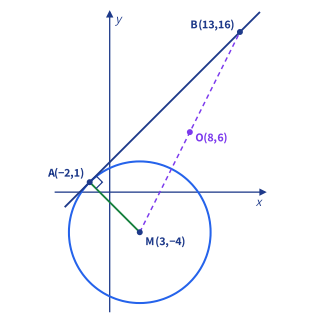
דוגמה 3 האם הנקודה (−3,9) בתוך המעגל $(x+5)^2+(y-3)^2=40$, עליו או מחוצה לו?

✅ **פתרון סופי: $40=40$ – על המעגל**

47 שיעור 46 – פתרון בגרות 2021 א-1-כולל מעגל

סרטון שיעור 46

בציור שלפניך מתואר מעגל שמשוואתו $(x-3)^2+(y+4)^2=50$. נתונה הנקודה A(−2,1). הנקודה B נמצאת על המשיק שאת משוואתו מצאת בתת־סעיף ב(2). שיעור ה־y של הנקודה B הוא 16.



סעיף א הוכח כי הנקודה A נמצאת על המעגל.

✅ **פתרון סופי:** $(-2-3)^2+(1+4)^2=25+25=50$ – A על המעגל

סעיף ב(1) מצא את השיפוע של רדיוס המעגל AM.

✅ **פתרון סופי:** $m_{AM}=-1$

סעיף ב(2) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

✅ **פתרון סופי:** $y=x+3$

סעיף ג מצא את שיעור ה־x של הנקודה B.

✅ **פתרון סופי:** $B(13,16)$, $x=13$

סעיף ד מצא את משוואת המעגל ש־BM הוא הקוטר שלו.

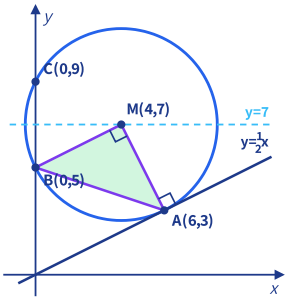
✅ **פתרון סופי:** $(x-8)^2+(y-6)^2=125$

פרק 4: תרגול אנליטית ברמת בגרות 4 יחידות

48 שיעור 47 – בגרות 2013 מועד חורף

סרטון שיעור 47

נתון מעגל שמרכזו M נמצא על הישר $y=7$. הישר $y=\frac{1}{2}x$ משיק למעגל בנקודה $A(6,3)$. המעגל חותך את ציר ה־y בנקודות B ו־C. נקודה C נמצאת מעל נקודה B.



סעיף א(1) מצא את השיעורים של המרכז M.

✅ **פתרון סופי:** $M(4,7)$

סעיף א(2) מצא את משוואת המעגל.

✅ **פתרון סופי:** $(x-4)^2+(y-7)^2=20$

סעיף ב(1) הראה כי הישר BM מקביל לישר המשיק למעגל בנקודה A.

✅ **פתרון סופי:** $B(0,5)$, $m_{BM}=\frac{1}{2}$ = שיפוע המשיק ← **מקבילים**

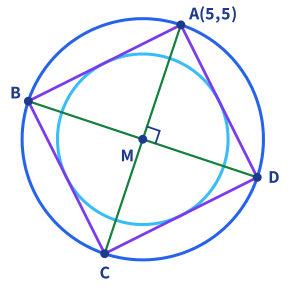
סעיף ב(2) מצא את שטח המשולש BMA.

✅ **פתרון סופי:** $S=10$

49 שיעור 48 – פתרון בגרות 2016 מועד ב

סרטון שיעור 48

אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה M. שיעורי הקודקוד A הם (5,5). משוואת האלכסון BD היא $y=\frac{-1}{3}x$.



סעיף א מצא את משוואת האלכסון AC.

✅ **פתרון סופי:** $y=3x-10$

סעיף ב מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

✅ **פתרון סופי:** $(x-3)^2+(y+1)^2=40$

סעיף ג חשב את האורך של צלע הריבוע.

✅ **פתרון סופי:** $AB=\sqrt{80}$

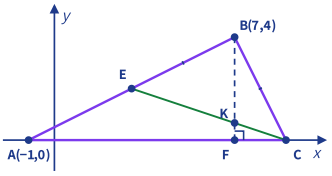
סעיף ד חשב את אורך הרדיוס של המעגל החסום בריבוע.

✅ **פתרון סופי:** $r=\frac{\sqrt{80}}{2}$

50 שיעור 49 – פתרון בגרות 2018 מועד א

סרטון שיעור 49

CE הוא תיכון במשולש ABC. נתון: $A(-1,0)$, $B(7,4)$. הקודקוד C נמצא על ציר ה־x. נתון: $EB=BC$, שיעור ה־x של הקודקוד C גדול משיעור ה־x של הקודקוד B. מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה־x. האנך חותך את הקטע CE בנקודה K ואת ציר ה־x בנקודה F.



סעיף א מצא את שיעורי הנקודה E.

✅ **פתרון סופי:** $E(3,2)$

סעיף ב מצא את שיעורי הקודקוד C.

✅ **פתרון סופי:** $C=(9,0)$

סעיף ג(1) מצא את שיעורי הנקודה K ואת אורך הקטע KF

.

✅ **פתרון סופי:** $K(7,\frac{2}{3})$, $KF=\frac{2}{3}$

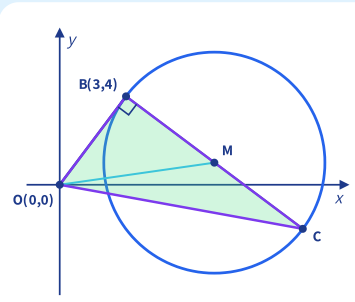
סעיף ג(2) חשב את שטח המשולש EKF.

✅ **פתרון סופי:** $S=\frac{4}{3}$

51 שיעור 50 – פתרון בגרות 2019 מועד חורף

סרטון שיעור 50

בציור שלפניך נתון מעגל שמרכזו M. ישר העובר בראשית הצירים משיק למעגל בנקודה $B(3,4)$. חיברו את מרכז המעגל, M, עם ראשית הצירים, O. נתון: משוואת הישר OM היא $y=\frac{1}{7}x$.



סעיף א מצא את משוואת הישר BM.

✅ **פתרון סופי:** $y=\frac{-3}{4}x+6\frac{1}{4}$

סעיף ב מצא את משוואת המעגל.

✅ **פתרון סופי:** $(x-7)^2+(y-1)^2=25$

סעיף ג המשך הקטע BM חותך את המעגל בנקודה C. מצא את שטח המשולש OBC.

✅ **פתרון סופי:** $S=25$

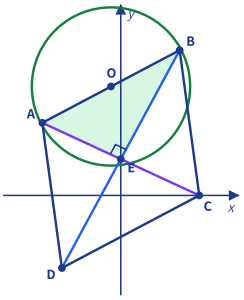
סעיף ד העבירו מעגל נוסף כך ש־OM הוא קוטר שלו. האם המרכז של המעגל הנוסף נמצא בתוך המעגל שמרכזו M, עליו או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

✅ **פתרון סופי:** $r=\frac{\sqrt{50}}{2}\approx 3.54<5$ ← **בתוך המעגל הנתון**

52 שיעור 51 – פתרון בגרות 2021 מועד א

סרטון שיעור 51

המרובע ABCD הוא מעוין, הנקודה B בריבוע הראשון. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה E הנמצאת על ציר ה-y. נתון: C(4,0), שיפוע הישר BD הוא 2.



סעיף א(1) מצא את שיעורי הנקודה E.

✅ **פתרון סופי:** E(0,2)

סעיף א(2) מצא את משוואת הישר BD.

✅ **פתרון סופי:** $y = 2x + 2$

סעיף ב(1) נתון: שטח המשולש BEC הוא 15. מצא את אורך הקטע BE.

✅ **פתרון סופי:** $BE = 3\sqrt{5}$

סעיף ב(2) מצא את שיעורי הנקודה B.

✅ **פתרון סופי:** B(3,8)

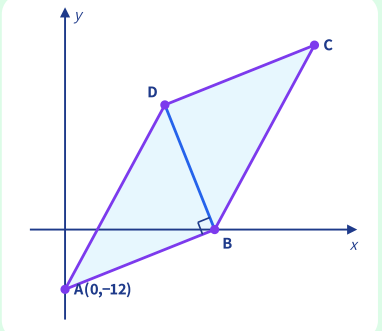
סעיף ג מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש AEB.

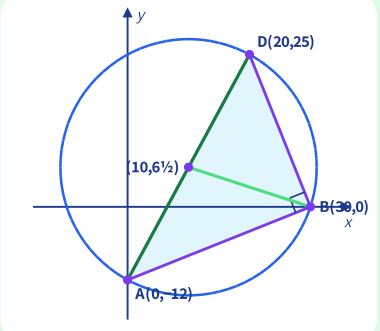
✅ **פתרון סופי:** $(x + ½)^2 + (y - 6)^2 = \frac{65}{4}$

53 שיעור 52 – פתרון בגרות 2022 מועד ב גרסה ג

סרטון שיעור 52

נתונה מקבילית ABCD. הקודקוד B נמצא על ציר ה-x. האלכסון DB מאונך לצלע AB (ראו ציור). נתון: A(0,−12). משוואת הצלע DC היא: $y = \frac{2}{5}x + 17$.





סעיף א מצאו את שיעורי הקודקוד B.

✅ **פתרון סופי:** B(30,0)

סעיף ב מצאו את משוואת DB.

✅ **פתרון סופי:** $y = \frac{-5}{2}x + 75$

[video/]["mp4.מעגל-חוסם-משולש-או-ריבוע/video width="1878" height="866" mp4="http://eldadh.co.il/wp-content/uploads/2020/10

הנדסה אנליטית · 4 יחידות · שאלון 471

📄 דף הסבר: מרכז המעגל החוסם משולש או מלבן

איפה נמצאת נקודת המרכז של מעגל שחוסם משולש ישר זווית, מלבן (או ריבוע) או משולש כלשהו – ולמה

משולש ישר זווית

זווית של 90° נשענת על הקוטר, ולכן **היתר הוא הקוטר** – ומרכז המעגל נמצא באמצע היתר.

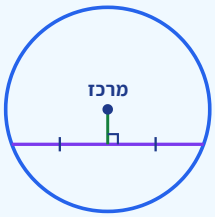
מלבן או ריבוע

מרכז המעגל החוסם נמצא ב**נקודת מפגש האלכסונים**. (ריבוע הוא גם סוג של מלבן.)

משולש כלשהו

מרכז המעגל הוא **מפגש האנכים האמצעיים**. אנך אמצעי יוצר 90° עם הצלע וחוצה אותה לשני חלקים שווים.

במעגל: קטע שיוצא מהמרכז ומאונך למיתר – גם חוצה אותו.



טעות נפוצה ⚠️

אנך אמצעי ≠ מהקודקוד

האנך האמצעי יוצא מאמצע הצלע ולא מהקודקוד. רק במשולש שווה שוקיים – האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד (הגובה הוא גם תיכון).

שלבים איך מזהים את מרכז המעגל החוסם

1 מה חסום?

בודקים איזו צורה חסומה במעגל: משולש ישר זווית, מלבן/ריבוע או משולש כלשהו.

2 ישר זווית

המרכז באמצע היתר (היתר הוא הקוטר).

3 מלבן / ריבוע

המרכז בנקודת מפגש האלכסונים.

4 משולש כלשהו

המרכז במפגש האנכים האמצעיים.

ישר זווית ← אמצע היתר · מלבן ← מפגש האלכסונים

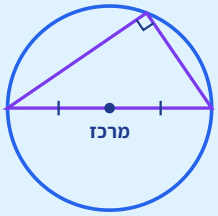
משולש כלשהו ← מפגש האנכים האמצעיים ✅

✏️ תרגילים שנפתרים בסרטון

בסרטון אין תרגיל מספרי: על הלוח משרטטים ארבעה מקרים ומזהים בכל אחד את נקודת המרכז של המעגל החוסם.

🔵 מקרה 1: משולש ישר זווית חסום במעגל – המרכז באמצע היתר

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם משולש ישר זווית?



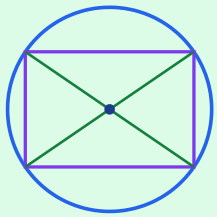
זווית ישרה (90°) נשענת על הקוטר.

לכן היתר – הצלע שמול זווית ה־90° – הוא הקוטר.

תשובה: מרכז המעגל החוסם משולש ישר זווית נמצא באמצע היתר

🟢 מקרה 2: מלבן או ריבוע חסום במעגל – המרכז במפגש האלכסונים

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם מלבן (או ריבוע)?



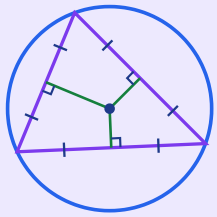
ריבוע הוא גם סוג של מלבן.

האלכסונים של המלבן נפגשים במרכז המעגל.

תשובה: מרכז המעגל החוסם מלבן (או ריבוע) נמצא בנקודת מפגש האלכסונים

🟣 מקרה 3: משולש כלשהו חסום במעגל – המרכז במפגש האנכים האמצעיים

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם משולש כלשהו?



משולש כלשהו – לאו דווקא שווה שוקיים או שווה צלעות.

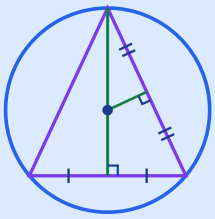
אנך אמצעי: יוצא מאמצע הצלע, יוצר איתה 90° וחוצה אותה לשני חלקים שווים.

שימו לב: האנך האמצעי לא יוצא מהקודקוד – אם נמשיך אותו, הוא לא מגיע לקודקוד.

תשובה: מרכז המעגל החוסם משולש כלשהו הוא מפגש האנכים האמצעיים במשולש

🔷 מקרה 4: משולש שווה שוקיים חסום במעגל – האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד

מה מיוחד במשולש שווה שוקיים החסום במעגל?



במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון.

לכן האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד ועובר דרך מרכז המעגל.

שני האנכים האמצעיים האחרים לא בהכרח יוצאים מהקודקוד.

תשובה: במשולש שווה שוקיים האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד, ועליו נמצא מרכז המעגל

💡 לזכור

ישר זווית ← אמצע היתר; מלבן או ריבוע ← מפגש האלכסונים; משולש כלשהו ← מפגש האנכים האמצעיים (מאמצע הצלעות, לא מהקודקודים).

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

נושא השיעור :

מרכז המעגל החוסם משולש:

מרכז המעגל החוסם משולש הוא הנקודה המיוחדת שבה נפגשים שלושת האנכים האמצעיים של המשולש. אנך אמצעי הוא ישר העובר דרך אמצע צלע במשולש ומאונך אליה.

מרכז המעגל החוסם משולש ישר-זווית

במשולש ישר-זווית, מרכז המעגל החוסם נמצא תמיד באמצע היתר.

[video/][["mp4.מעגל-חוסם-משולש-או-ריבוע/video width="1878" height="866" mp4="http://eldadh.co.il/wp-content/uploads/2020/10

הנדסה אנליטית · 4 יחידות · שאלון 471

📄 דף הסבר: מרכז המעגל החוסם משולש או מלבן

איפה נמצאת נקודת המרכז של מעגל שחוסם משולש ישר זווית, מלבן (או ריבוע) או משולש כלשהו – ולמה

משולש ישר זווית

זווית של 90° נשענת על הקוטר, ולכן **היתר הוא הקוטר** – ומרכז המעגל נמצא באמצע היתר.

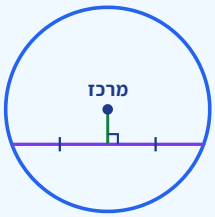
מלבן או ריבוע

מרכז המעגל החוסם נמצא ב**נקודת מפגש האלכסונים**. (ריבוע הוא גם סוג של מלבן.)

משולש כלשהו

מרכז המעגל הוא **מפגש האנכים האמצעיים**. אנך אמצעי יוצר 90° עם הצלע וחוצה אותה לשני חלקים שווים.

במעגל: קטע שיוצא מהמרכז ומאונך למיתר – גם חוצה אותו.



טעות נפוצה ⚠️

אנך אמצעי ≠ מהקודקוד

האנך האמצעי יוצא מאמצע הצלע ולא מהקודקוד. רק במשולש שווה שוקיים – האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד (הגובה הוא גם תיכון).

שלבים איך מזהים את מרכז המעגל החוסם

1 מה חסום?

בודקים איזו צורה חסומה במעגל: משולש ישר זווית, מלבן/ריבוע או משולש כלשהו.

2 ישר זווית

המרכז באמצע היתר (היתר הוא הקוטר).

3 מלבן / ריבוע

המרכז בנקודת מפגש האלכסונים.

4 משולש כלשהו

המרכז במפגש האנכים האמצעיים.

ישר זווית ← אמצע היתר · מלבן ← מפגש האלכסונים

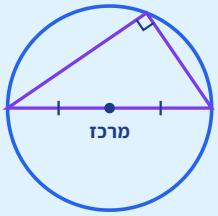
משולש כלשהו ← מפגש האנכים האמצעיים ✅

✏️ תרגילים שנפתרים בסרטון

בסרטון אין תרגיל מספרי: על הלוח משרטטים ארבעה מקרים ומזהים בכל אחד את נקודת המרכז של המעגל החוסם.

🔵 מקרה 1: משולש ישר זווית חסום במעגל – המרכז באמצע היתר

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם משולש ישר זווית?



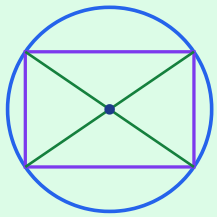
זווית ישרה (90°) נשענת על הקוטר.

לכן היתר – הצלע שמול זווית ה־90° – הוא הקוטר.

תשובה: מרכז המעגל החוסם משולש ישר זווית נמצא באמצע היתר

🟢 מקרה 2: מלבן או ריבוע חסום במעגל – המרכז במפגש האלכסונים

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם מלבן (או ריבוע)?



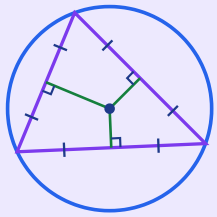
ריבוע הוא גם סוג של מלבן.

האלכסונים של המלבן נפגשים במרכז המעגל.

תשובה: מרכז המעגל החוסם מלבן (או ריבוע) נמצא בנקודת מפגש האלכסונים

🟣 מקרה 3: משולש כלשהו חסום במעגל – המרכז במפגש האנכים האמצעיים

איפה נמצא מרכז המעגל החוסם משולש כלשהו?



משולש כלשהו – לאו דווקא שווה שוקיים או שווה צלעות.

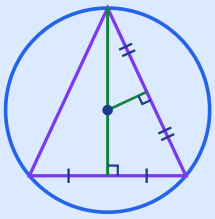
אנך אמצעי: יוצא מאמצע הצלע, יוצר איתה 90° וחוצה אותה לשני חלקים שווים.

שימו לב: האנך האמצעי לא יוצא מהקודקוד – אם נמשיך אותו, הוא לא מגיע לקודקוד.

תשובה: מרכז המעגל החוסם משולש כלשהו הוא מפגש האנכים האמצעיים במשולש

🔷 מקרה 4: משולש שווה שוקיים חסום במעגל – האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד

מה מיוחד במשולש שווה שוקיים החסום במעגל?



במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון.

לכן האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד ועובר דרך מרכז המעגל.

שני האנכים האמצעיים האחרים לא בהכרח יוצאים מהקודקוד.

תשובה: במשולש שווה שוקיים האנך האמצעי לבסיס יוצא מהקודקוד, ועליו נמצא מרכז המעגל

💡 לזכור

ישר זווית ← אמצע היתר; מלבן או ריבוע ← מפגש האלכסונים; משולש כלשהו ← מפגש האנכים האמצעיים (מאמצע הצלעות, לא מהקודקודים).

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 8

אנליטית וטריגו

35 שיעורים בקורס · עמודים 248–265

בפרק הזה

חוברת קורס אנליטית וטריגו שאלון 471-4 יחידות – עמ' 21–36 בחוברת (16 עמודים) — עמ' 248

שיעור 58- תרגול במשולש ישר זווית 1 — עמ' 264

סעיף ג חוסמים את המשולש ABD במעגל. מצאו את משוואת המעגל.

✅ **פתרון סופי:** $(x-10)^2+(y-6\frac{1}{2})^2=442.25$

סעיף ד האם הישר BC משיק למעגל בנקודה B? נמקו.

✅ **פתרון סופי: לא** – $\frac{37}{20}\cdot\left(\frac{-13}{40}\right)\neq -1$

פרק 5: טריגונומטריה במשולש ישר זווית, משפט הסינוסים, שטח משולש

54 שיעור 53 – שימוש במחשבון

🎬 סרטון שיעור 53

תרגיל 1 חשבו במחשבון: sin30

✅ **פתרון סופי:** $\sin 30=\frac{1}{2}$

תרגיל 2 חשבו במחשבון: sin45

✅ **פתרון סופי:** $\sin 45=\frac{\sqrt{2}}{2}$

תרגיל 3 חשבו במחשבון: cos30

✅ **פתרון סופי:** $\cos 30=\frac{\sqrt{3}}{2}$

תרגיל 4 חשבו במחשבון: cos45

✅ **פתרון סופי:** $\cos 45=\frac{\sqrt{2}}{2}$

תרגיל 5 מצאו את הזווית α: $\sin\alpha=\frac{1}{2}$

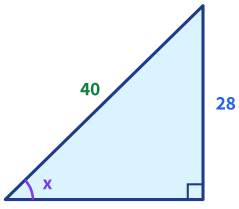
✅ **פתרון סופי:** $\alpha=30$

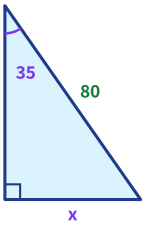
תרגיל 6 מצאו את הזווית α: $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$

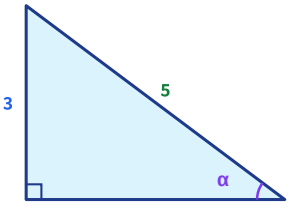
✅ **פתרון סופי:** $\alpha=45$

55 שיעור 54 – sin במשולש ישר זווית

🎬 סרטון שיעור 54







תרגיל 1 במשולש ישר זווית הניצב שמול α שווה 3 והיתר שווה 5. מצאו את α.

✅ **פתרון סופי:** $\alpha=36.86$

תרגיל 2 במשולש ישר זווית היתר שווה 80 והזווית 35. מצאו את הניצב x שמול הזווית 35.

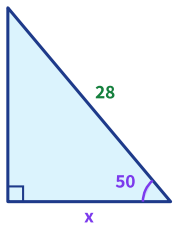
✅ **פתרון סופי:** $x=80\cdot\sin 35=45.88$

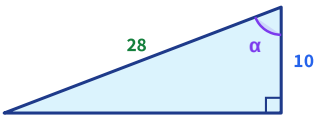
תרגיל 3 במשולש ישר זווית הניצב שמול הזווית x שווה 28 והיתר שווה 40. מצאו את x.

✅ **פתרון סופי:** $x=44.42$

56 שיעור 55 – cos במשולש ישר זווית

🎬 סרטון שיעור 55





תרגיל 1 במשולש ישר זווית הזווית 50 והיתר 28. מצאו את הניצב x שליד הזווית 50.

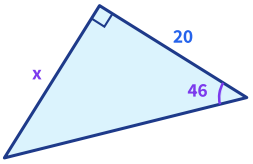
✅ **פתרון סופי:** $x = 28 \cdot \cos 50 = 17.99$

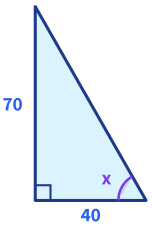
תרגיל 2 במשולש ישר זווית הניצב שליד הזווית α שווה 10 והיתר 28. מצאו את α.

✅ **פתרון סופי:** $\alpha = 69.07$

57 שיעור 56 – tan במשולש ישר זווית

🎬 סרטון שיעור 56





תרגיל 1 במשולש ישר זווית הניצב שליד הזווית 46 שווה 20. מצאו את הניצב x שמול הזווית 46.

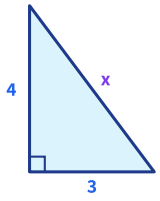
✅ **פתרון סופי:** $x = 20 \cdot \tan 46 = 20.71$

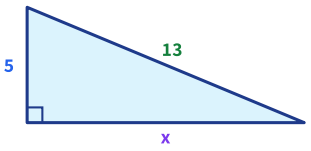
תרגיל 2 במשולש ישר זווית הניצב שמול הזווית x שווה 70 והניצב שלידה 40. מצאו את x.

✅ **פתרון סופי:** $x = 60.25$

58 שיעור 57 – משפט פיתגורס

🎬 סרטון שיעור 57





תרגיל 1 במשולש ישר זווית הניצבים הם 3 ו-4. מצאו את היתר x.

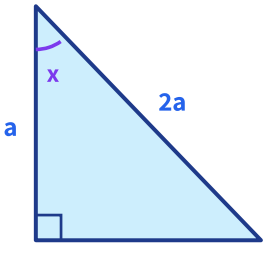
✅ **פתרון סופי:** $x = 5$

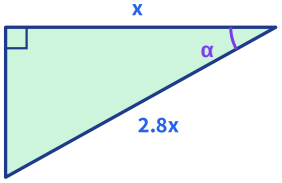
תרגיל 2 במשולש ישר זווית ניצב אחד 5 והיתר 13. מצאו את הניצב x.

✅ **פתרון סופי:** $x = 12$

59 שיעור 58 – תרגול במשולש ישר זווית 1

🎬 סרטון שיעור 58





א. במשולש ישר זווית הניצב a והיתר $2a$. מצא את הזווית x.

✅ **פתרון סופי:** $x = 60°$

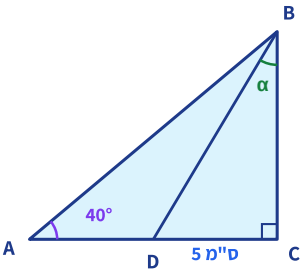
ב. במשולש ישר זווית הניצב x והיתר $2.8x$. מצא את הזווית α.

✅ **פתרון סופי:** $\alpha = 69.08°$

60 שיעור 59 – תרגול במשולש ישר זווית 2

סרטון שיעור 59

במשולש ישר-זווית ($\sphericalangle BCA = 90°$) ABC, BD הוא התיכון לניצב AC. נתון: $\sphericalangle BAC = 40°$, $DC = 5$ ס"מ (ראה ציור).



סעיף א חשב את אורך הניצב AC.

✅ **פתרון סופי:** $AC = 10$ ס"מ

סעיף ב חשב את אורך הניצב BC.

✅ **פתרון סופי:** $BC = 10 \cdot \tan 40° = 8.39$ ס"מ

סעיף ג חשב את שטח המשולש ABD.

✅ **פתרון סופי:** $S = \frac{5 \cdot 8.39}{2} = 20.975$ סמ"ר

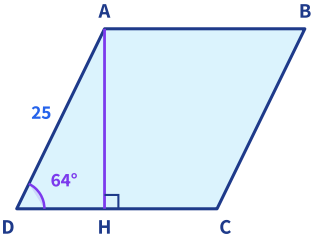
סעיף ד חשב את גודל הזווית CBD.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle CBD = 30.79°$

61 שיעור 60 – תרגול במשולש ישר זווית 3

סרטון שיעור 60

נתון מעוין $ABCD$. אורך הצלע של המעוין 25 ס"מ, והזווית החדה של המעוין היא בת $64°$. AH הוא גובה המעוין (ראה ציור).



סעיף א חשב את אורך הגובה AH.

✅ **פתרון סופי:** $AH = 25 \cdot \sin 64° = 22.46$ ס"מ

סעיף ב חשב את שטח המעוין.

✅ **פתרון סופי:** $S = 25 \cdot 22.46 = 561.5$ סמ"ר

סעיף ג(1) חשב את אורך הקטע DH.

✅ **פתרון סופי:** $DH = 25 \cdot \cos 64° = 10.95$ ס"מ

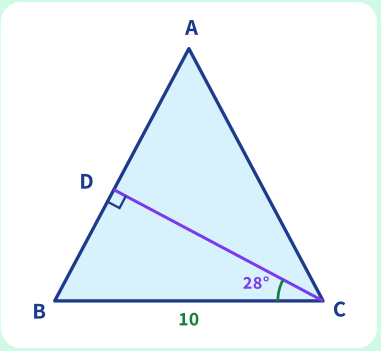
סעיף ג(2) חשב את אורך הקטע HC.

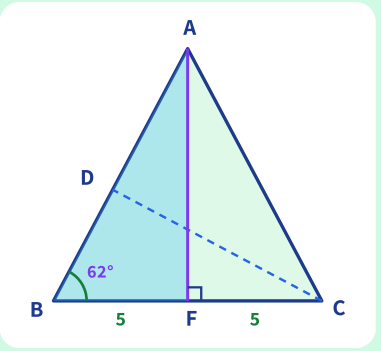
✅ **פתרון סופי:** $HC = 25 - 10.95 = 14.05$ ס"מ

62 שיעור 61 – תרגול 4

סרטון שיעור 61

נתון משולש שווה שוקיים (AC=AB) ABC. הגובה לשוק יוצר זווית של 28° עם בסיס המשולש. אורך הבסיס BC הוא 10.





סעיף א נתון משולש שווה שוקיים (AC=AB) ABC. הגובה לשוק יוצר זווית של 28° עם בסיס המשולש. אורך הבסיס BC הוא 10.

חשבו את זוויות המשולש ABC.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle A = 56°$, $\sphericalangle B = 62°$, $\sphericalangle C = 62°$

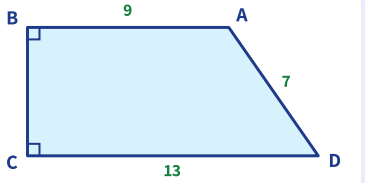
סעיף ב חשבו את היחס בין AB ל-BC.

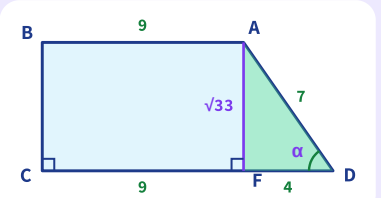
✅ **פתרון סופי:** $\frac{AB}{BC} = 1.065$ $(AB = 10.65)$

63 שיעור 62 – תרגול 5

סרטון שיעור 62

בטרפז ישר זווית (AB∥CD) ABCD, ($\sphericalangle C=90°$): CD=13, AB=9, AD=7.





סעיף א בטרפז ישר זווית (AB∥CD) ABCD, ($\sphericalangle C=90°$) אורכי הבסיסים CD=13 ס"מ, AB=9 ס"מ, אורך השוק הארוכה AD=7 ס"מ. חשבו את אורך השוק האחרת.

✅ **פתרון סופי:** $BC = \sqrt{33} \approx 5.74$ ס"מ

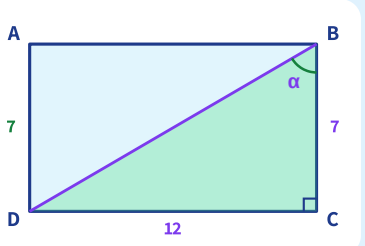
סעיף ב חשבו את זוויות הטרפז.

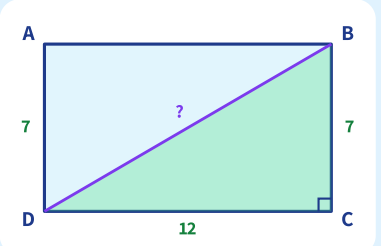
✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle A = 124.85°$, $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 90°$, $\sphericalangle D = 55.15°$

64 שיעור 63 – תרגול 6

סרטון שיעור 63

שטח מלבן ABCD הוא 84 סמ"ר. אורך הצלע AD הוא 7 ס"מ.





סעיף א שטח מלבן ABCD הוא 84 סמ"ר. אורך הצלע AD הוא 7 ס"מ. חשבו את גודל הזווית DBC.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle DBC = 59.74°$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

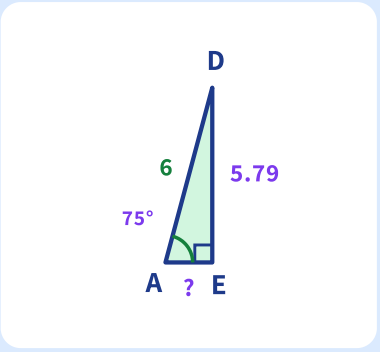
סעיף ב חשבו את אורך האלכסון DB.

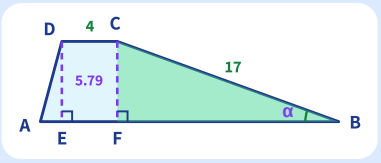
✅ **פתרון סופי: DB = √193 ≈ 13.89 ס"מ**

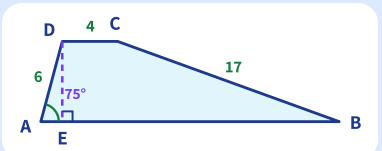
65 שיעור 64 – תרגול 7

סרטון שיעור 64

בטרפז (AB∥CD) ABCD נתון: AD=6 ס"מ, DC=4 ס"מ, CB=17 ס"מ, ∠DAB=75°. DE הוא גובה הטרפז.







סעיף א בטרפז (AB∥CD) ABCD נתון: AD=6 ס"מ, DC=4 ס"מ, CB=17 ס"מ, ∠DAB=75°. DE הוא גובה הטרפז. מצאו את האורך של גובה הטרפז.

✅ **פתרון סופי: DE = 5.79 ס"מ**

סעיף ב מצאו את אורך הקטע AE.

✅ **פתרון סופי: AE = 1.57 ס"מ**

סעיף ג מצאו את גודל הזווית ∠CBA.

✅ **פתרון סופי: ∠CBA = 19.87°**

סעיף ד מצאו את אורך הבסיס הגדול AB.

✅ **פתרון סופי: AB = 21.55 ס"מ**

סעיף ה חשבו את שטח הטרפז.

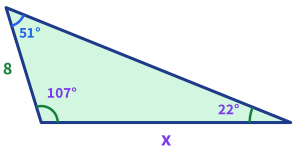
✅ **פתרון סופי: S = 73.96 סמ"ר**

סעיף ו מצאו את גודל הזווית ∠DBA.

✅ **פתרון סופי: ∠DBA = 16.16°**

66 שיעור 65 – משפט הסינוסים 1

סרטון שיעור 65



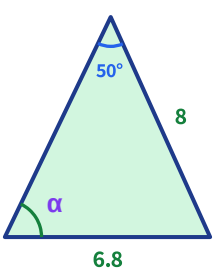
תרגיל 1 במשולש נתונות הזוויות 107° ו-22°, והצלע שמול הזווית 22° היא 8. מצאו את x, הצלע שמול הזווית השלישית.

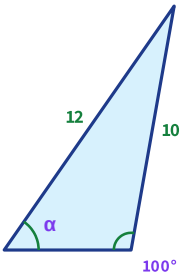
✅ **פתרון סופי: x = 16.59**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

67 שיעור 66 – משפט הסינוסים 2

סרטון שיעור 66





תרגיל 1 במשולש נתונות הצלעות 12 ו-10. הזווית שמול הצלע 12 היא 100°. מצאו את הזווית α שמול הצלע 10.

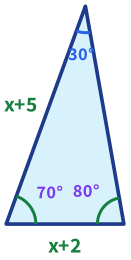
✅ **פתרון סופי:** $\alpha = 55.15°$

תרגיל 2 במשולש נתונות הצלעות 6.8 ו-8. הזווית שמול הצלע 6.8 היא 50°. מצאו את הזווית α שמול הצלע 8.

✅ **פתרון סופי:** $\alpha = 64.28°$

68 שיעור 67 – משפט הסינוסים 3

סרטון שיעור 67

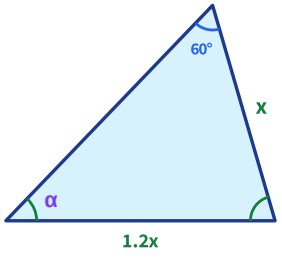


תרגיל 1 במשולש הזוויות 70° ו-80°. הצלע שמול הזווית השלישית היא x+2, והצלע שמול הזווית 80° היא x+5. מצאו את x.

✅ **פתרון סופי:** $x = 1.099$

69 שיעור 68 – משפט הסינוסים 4

סרטון שיעור 68

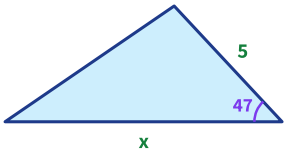


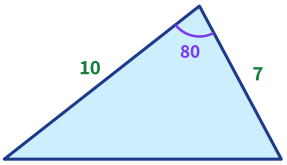
תרגיל 1 אחת מזוויות המשולש היא בת 60°. הצלע שמול זווית זו גדולה פי 1.2 מצלע אחרת במשולש. חשבו את שתי הזוויות האחרות של המשולש.

✅ **פתרון סופי:** 46.19° ו-73.81°

70 שיעור 69 – שטח משולש

סרטון שיעור 69





תרגיל 1 מצא את שטח המשולש ישר הזווית שניצביו 4 ו-8 (בנוסחה הרגילה ובנוסחה עם sin).

✅ **פתרון סופי: S = 16**

תרגיל 2 מצא את שטח המשולש ששתי צלעותיו 10 ו-7 והזווית הכלואה ביניהן 80 מעלות.

✅ **פתרון סופי: S = 34.47**

תרגיל 3 שטח המשולש S = 16. שתי צלעות 5 ו-x והזווית הכלואה ביניהן 47 מעלות. מצא את x.

✅ **פתרון סופי: x = 8.75**

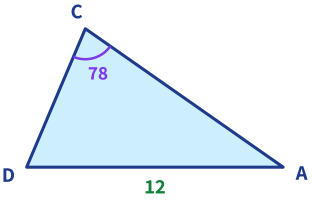
תרגיל 4 שטח המשולש S = 45. שתי צלעות 20 ו-14 והזווית הכלואה ביניהן α. מצא את α.

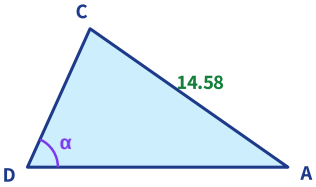
✅ **פתרון סופי: α = 18.75 מעלות**

פרק 6: טריגונומטריה עם מעגל

71 שיעור 70 – טריגו עם מעגל 1

סרטון שיעור 70





תרגיל 1 במשולש ADC נתון: זווית C = 78 מעלות, AD = 12. מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADC.

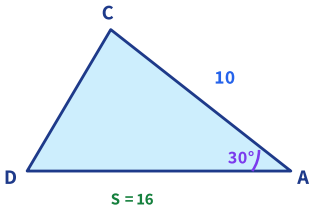
✅ **פתרון סופי: R = 6.13**

תרגיל 2 במשולש DAC נתון: CA = 14.58, זווית D = α. רדיוס המעגל החוסם את המשולש DAC שווה 8. מצא את α.

✅ **פתרון סופי: α = 65.68 מעלות**

72 שיעור 71 – טריגו עם מעגל 2

סרטון שיעור 71



שאלה במשולש ACD נתון: זווית A = 30°, AC = 10, שטח המשולש ACD שווה 16. מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACD.

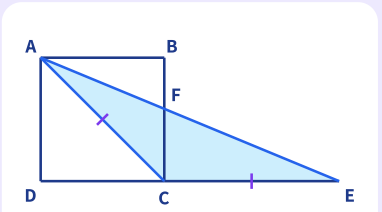
✅ **פתרון סופי:** R = 5.48

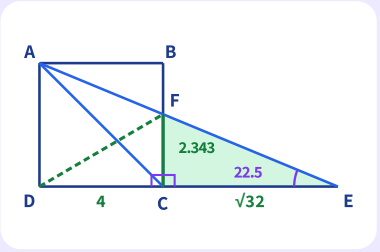
פרק 7: פתרון בגרויות עבר – טריגו מותאם לשאלון 471

73 שיעור 72 – פתרון בגרות 2017 ב-מותאם לשאלון 471

סרטון שיעור 72

ABCD הוא ריבוע. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור. המשולש ACE הוא שווה שוקיים (AC = CE). הישר AE חותך את הצלע BC בנקודה F.





סעיף א מצא את זוויות המשולש ACE.

✅ **פתרון סופי:** ∠ECA = 135, ∠CEA = ∠CAE = 22.5

סעיף ב שטח המשולש ACE הוא 8√2 סמ"ר. חשב את אורך צלע הריבוע.

✅ **פתרון סופי:** 4 ס"מ

סעיף ג חשב את אורך הקטע DF.

✅ **פתרון סופי:** DF = 4.64 ס"מ

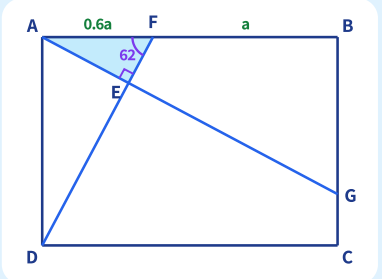
סעיף ד מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DFE.

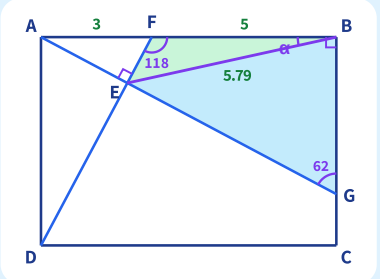
✅ **פתרון סופי:** R = 6.06 ס"מ

74 שיעור 73 – פתרון בגרות 2017 מותאם לשאלון 471

סרטון שיעור 73

ABCD מלבן. הנקודה F נמצאת על הצלע AB כך ש-AF = 0.6a, FB = a. הנקודה G נמצאת על הצלע BC כך ש-AG מאונך ל-DF. AG ו-DF נחתכים בנקודה E. נתון: זווית AFE = 62°.





סעיף א הבע באמצעות a את אורך הקטע EF.

✅ **פתרון סופי:** $EF = 0.281a$

סעיף ב2 חשב את שטח המשולש EBG.

✅ **פתרון סופי:** $S = 12.04$ סמ"ר

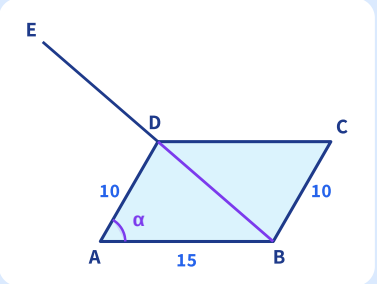
סעיף ב1 נתון $a = 5$ ס"מ (ונתון $BE = 1.158a$). מצא את הזווית EBA.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle EBA = 12.39$ מעלות

75 שיעור 74 – פתרון בגרות 2018 א-מותאם לשאלון 471

🎬 סרטון שיעור 74

ABCD היא מקבילית. נתון: $AB = 15$, $BC = 10$. נסמן $\sphericalangle DAB = \alpha$ ($\alpha < 90°$);



סעיף א הבע באמצעות α את שטח המשולש BAD.

✅ **פתרון סופי:** $S_{\triangle BAD} = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 15\cdot \sin\alpha = 75\sin\alpha$

סעיף ב נתון ששטח המקבילית הוא $75\sqrt{3}$. חשב את גודל הזווית α.

✅ **פתרון סופי:** $\alpha = 60°$

סעיף ג חשב את אורך האלכסון BD.

✅ **פתרון סופי:** $BD = 13.23$

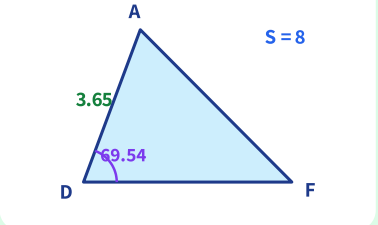
סעיף ד(1) הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD כך ש-$DB = ED$. מצא את גודל הזווית ABE.

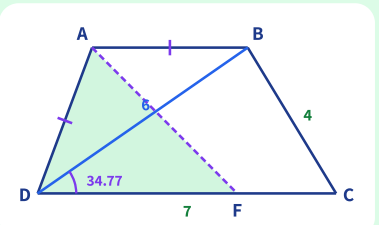
✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle ABE = 40.89°$

76 שיעור 75 – פתרון בגרות 2019 ב מותאם לשאלון 471

🎬 סרטון שיעור 75

בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) שבציור נתון: $BC = 4$, $DC = 7$, $BD = 6$. נתון: זווית $BDC = 34.77$. נתון: $AB = AD$.





סעיף ב נתון $AB = AD$ (ונתון זווית $BDC = 34.77$). מצא את אורך הצלע AD.

✅ **פתרון סופי:** $AD = 3.65$

סעיף ג הנקודה F נמצאת על הצלע DC. נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8. מצא את אורך הצלע DF.

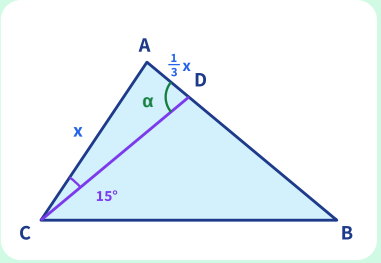
✅ **פתרון סופי:** $DF = 4.68$

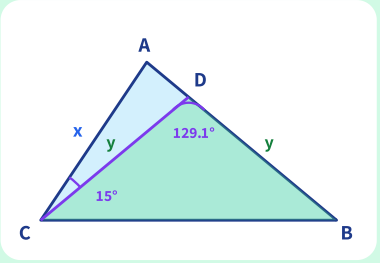
© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

77 שיעור 76 – פתרון בגרות 2021 חורף- מותאם לשאלון 471

סרטון שיעור 76

הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC, כך ש-$AD = \frac{1}{3}AC$. נתון: זווית $ACD = 15°$, והזווית ADC חדה.





סעיף א חשב את גודל הזווית ADC.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle ADC = 50.9°$

סעיף ב נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים ($CD = DB$), ושטחו 40. חשב את אורך הקטע AD.

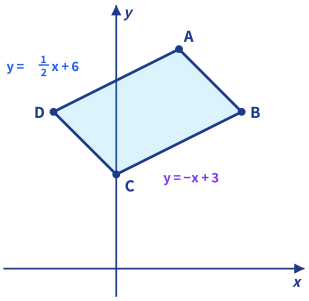
✅ **פתרון סופי:** $AD = 2.87$

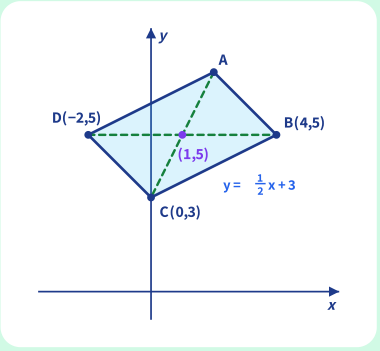
פרק 8: אנליטית בשילוב טריגו

78 שיעור 77 – תרגיל 1 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 77

במקבילית ABCD הצלע AD מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 6$, הצלע DC מונחת על הישר $y = -x + 3$. הקודקוד C נמצא על ציר y.





סעיף א מצא את שיעורי הקודקוד C.

✅ **פתרון סופי:** $C(0,3)$

סעיף ב מצא את משוואת הישר שהצלע BC מונחת עליו.

✅ **פתרון סופי:** $y = \frac{1}{2}x + 3$

סעיף ג נתון כי האלכסון BD מקביל לציר x. מצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים במקבילית.

✅ **פתרון סופי:** $(1,5)$

סעיף ד נתון: M היא נקודת החיתוך של BD עם ציר y. מצא את אורך BC.

✅ **פתרון סופי:** $BC = \sqrt{20}$

סעיף ה מצא את הזווית CBM.

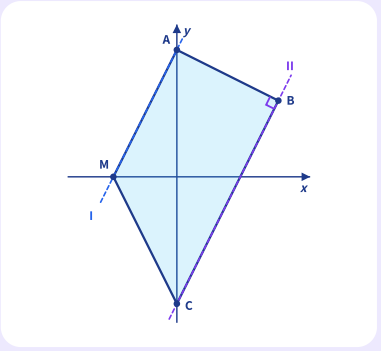
✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle CBM = 26.56°$

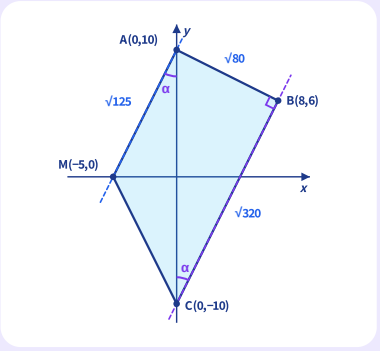
© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

79 שיעור 78 – תרגיל 2 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 78

נתונים שני ישרים: I. $y = 2x + 10$, II. $y = 2x - 10$. ישר I חותך את ציר y בנקודה A. ישר II חותך את ציר y בנקודה C. דרך הנקודה A העבירו אנך לישר II, החותך את הישר II בנקודה B (ראה ציור).





סעיף א מצא את השיעורים של הנקודה B.

✅ **פתרון סופי: B(8,6)**

סעיף ב ישר I חותך את ציר x בנקודה M. מצא את שטח הטרפז ABCM.

✅ **פתרון סופי: 130**

סעיף ג מצא את $\sphericalangle ACB$.

✅ **פתרון סופי: $\sphericalangle ACB = 26.56°$**

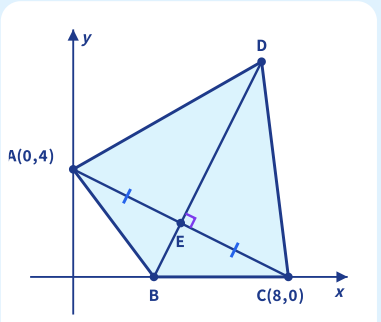
סעיף ד מצא את שטח המשולש AMC.

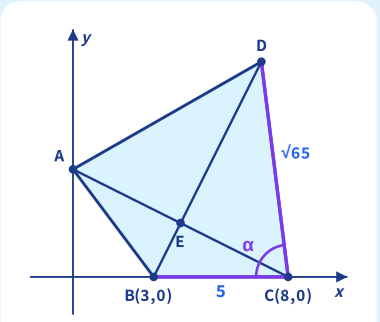
✅ **פתרון סופי: 50**

80 שיעור 79 – תרגיל 3 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 79

בציור שלפניך מתואר המרובע ABCD. אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E. הקודקוד A נמצא על ציר y. הקודקודים B ו-C נמצאים על ציר x. משוואת האלכסון AC היא $y = -\frac{1}{2}x + 4$.





סעיף א מצא את שיעורי הקודקודים A ו-C.

✅ **פתרון סופי: A(0,4), C(8,0)**

סעיף ב1 נתון: אלכסוני המרובע מאונכים זה לזה, הנקודה E היא אמצע האלכסון AC. מצא את משוואת האלכסון BD.

✅ **פתרון סופי: $y = 2x - 6$**

סעיף ב2 מצא את שיעורי הקודקוד B.

✅ **פתרון סופי: B(3,0)**

סעיף ג נתון: שטח המשולש BDC הוא 20, $DC = \sqrt{65}$. מצא את $\sphericalangle DCB$.

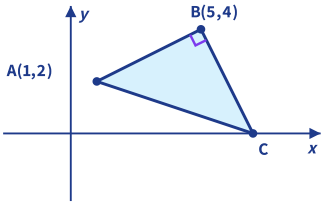
✅ **פתרון סופי: $\sphericalangle DCB = 82.87°$**

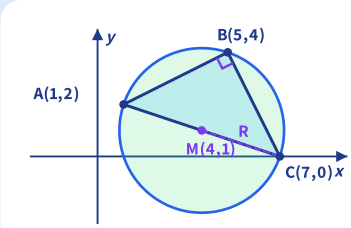
© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

81 שיעור 80 – תרגיל 4 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 80

במשולש ישר הזווית $\sphericalangle B = 90°$ ABC. הקודקוד C נמצא על ציר x. נתון: A(1,2), B(5,4).





סעיף א מצא את משוואת BC.

✅ **פתרון סופי:** $y = -2x + 14$

סעיף ב מצא את משוואת המעגל שהקוטר שלו הוא AC.

✅ **פתרון סופי:** $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10$

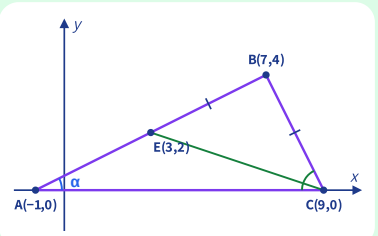
סעיף ג מצא את $\sphericalangle ACB$.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle ACB = 45°$

82 שיעור 81 – תרגיל 5 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 81

CE הוא תיכון במשולש ABC. נתון: A(−1,0), B(7,4). הקודקוד C נמצא על ציר ה-x.



סעיף א CE הוא תיכון במשולש ABC. נתון: A(−1,0), B(7,4). הקודקוד C נמצא על ציר ה-x. מצא את שיעורי הנקודה E.

✅ **פתרון סופי:** E(3,2)

סעיף ב נתון: EB = BC, שיעור ה-x של הקודקוד C גדול משיעור ה-x של הקודקוד B. מצא את שיעורי הקודקוד C.

✅ **פתרון סופי:** C(9,0)

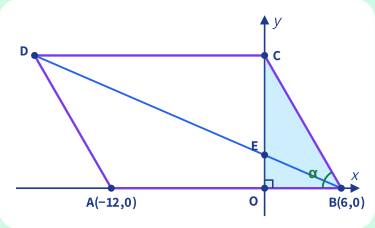
סעיף ג מצא את זוויות המשולש BAC.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle A = 26.565°$, $\sphericalangle C = 63.43°$, $\sphericalangle B = 90°$

83 שיעור 82 – תרגיל 6 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 82

במקבילית ABCD: A(−12,0), B(6,0). הקודקוד C נמצא על ציר ה-y, O ראשית הצירים. האלכסון BD חותך את CO בנקודה E. נסמן ∢ABC = α.



סעיף א(1) במקבילית ABCD: A(−12,0), B(6,0). הקודקוד C על ציר ה-y, O ראשית הצירים. האלכסון BD חותך את CO בנקודה E. נסמן ∢ABC = α. הראו כי שטח המשולש BOC הוא $18\tan\alpha$.

✅ **פתרון סופי:** $S_{\triangle BOC} = 18\tan\alpha$

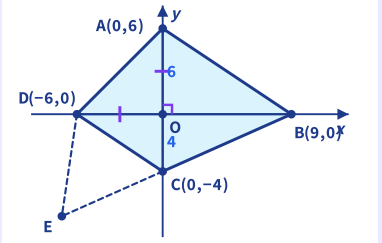
סעיף א(2) נתון כי שטח המשולש BOC שווה ל-$18\sqrt{3}$. חשבו את הזווית α.

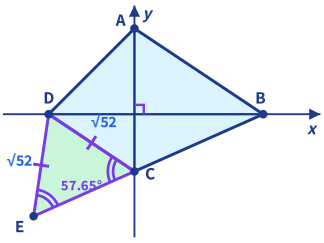
✅ **פתרון סופי:** $\alpha = 60°$

84 שיעור 83 – תרגיל 7 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 83

המרובע ABCD הוא טרפז (AB ∥ CD), שכל קודקודיו מונחים על הצירים. ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז. נתון: A(0,6), AO = OD. ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.





סעיף א1 מצאו את האורך של BD.

✅ **פתרון סופי:** $BD = 15$

סעיף א2 מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

✅ **פתרון סופי:** $D(-6,0)$, $B(9,0)$

סעיף ב מצאו את משוואת הצלע CD.

✅ **פתרון סופי:** $y = -\frac{2}{3}x - 4$

סעיף ג1 מצאו את גודל הזווית OBC.

✅ **פתרון סופי:** $\angle OBC = 23.96°$

סעיף ג2 מצאו את גודל הזווית ABC.

✅ **פתרון סופי:** $\angle ABC = 57.65°$

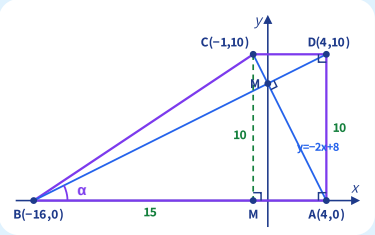
סעיף ד הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC, ונתון כי DE = DC. מצאו את היקף המשולש CDE.

✅ **פתרון סופי:** ≈ 22.14

85 שיעור 84 – תרגיל 8 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 84

נתון טרפז ישר זווית (AD ⊥ AB, AB ∥ DC) ABCD. הקודקודים A ו-B נמצאים על ציר ה-x. אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M, הנמצאת על ציר ה-y. נתון: האלכסון AC מאונך לאלכסון BD. משוואת הישר AC היא $y = -2x + 8$.



סעיף א נתון טרפז ישר זווית (AD ⊥ AB, AB ∥ DC) ABCD. הקודקודים A ו-B על ציר ה-x. אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M שעל ציר ה-y. האלכסון AC מאונך לאלכסון BD. משוואת AC: $y = -2x + 8$. מצאו את משוואת הישר BD.

✅ **פתרון סופי:** $y = \frac{1}{2}x + 8$

סעיף ב מצאו את שיעורי הקודקודים A, B, C ו-D.

✅ **פתרון סופי:** A(4,0), B(−16,0), C(−1,10), D(4,10)

סעיף ג(1) חשבו את גודל הזווית ABD.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle ABD = 26.56°$

סעיף ג(2) חשבו את גודל הזווית BCD.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle BCD = 146.31°$

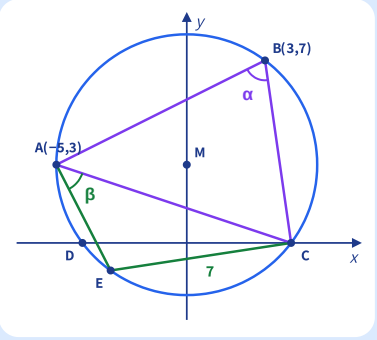
סעיף ד מצאו את שטח המשולש BCD.

✅ **פתרון סופי:** $S = 25$

86 שיעור 85 – תרגיל 9 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 85

במעגל חסום משולש חד-זווית ABC. נתון: A(−5,3), B(3,7). מרכז המעגל M נמצא על ציר ה-y. המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות C ו-D (ראה ציור). הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC. נתון: EC = 7.



סעיף א(1) במעגל חסום משולש חד-זווית ABC. נתון: A(−5,3), B(3,7). מרכז המעגל M נמצא על ציר ה-y. הראו כי שיעורי מרכז המעגל M הם (0,3).

✅ **פתרון סופי:** $MA = MB = 5 \rightarrow M(0,3)$

סעיף א(2) מצאו את משוואת המעגל.

✅ **פתרון סופי:** $(x-0)^2+(y-3)^2 = 25$

סעיף א(3) המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות C ו-D. מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

✅ **פתרון סופי:** $C(4,0)$, $D(-4,0)$

סעיף ב(1) מצאו את אורך הצלע AC.

✅ **פתרון סופי:** $AC = \sqrt{90}$

סעיף ב(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle B = 71.56°$

סעיף ג הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC. נתון: EC = 7. מהו גודל הזווית AEC? נמקו את תשובתכם.

✅ **פתרון סופי:** $\sphericalangle AEC = 108.4°$ (מרובע ABCE חסום במעגל: סכום זוויות נגדיות $180°$)

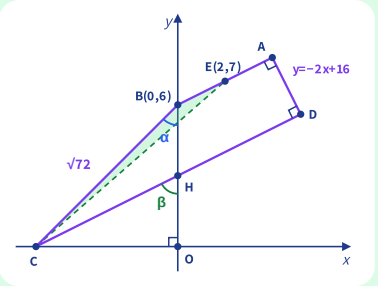
סעיף ד מצאו את שטח המשולש AEC.

✅ **פתרון סופי:** $S = 15.17$

87 שיעור 86 – תרגיל 10 אנליטית בשילוב טריגונומטריה

סרטון שיעור 86

בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית (AB ∥ DC, ∢D = 90°) ABCD. הקודקוד B נמצא על ציר ה-y, והקודקוד C נמצא על החלק השלילי של ציר ה-x. הבסיס CD חותך את ציר ה-y בנקודה H. נתון: הנקודה E(2,7) נמצאת על הבסיס AB. משוואת שוק הטרפז AD היא $y = -2x + 16$.



סעיף א בסרטוט טרפז ישר זווית (AB ∥ DC, ∢D = 90°) ABCD. הקודקוד B על ציר ה-y, הקודקוד C על החלק השלילי של ציר ה-x. הבסיס CD חותך את ציר ה-y בנקודה H. הנקודה E(2,7) על הבסיס AB. משוואת השוק AD: $y = -2x + 16$. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

✅ **פתרון סופי: B(0,6)**

סעיף ב נתון כי אורך השוק BC הוא √72. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

✅ **פתרון סופי: C(−6,0)**

סעיף ג מצאו את גודל הזווית CBO (O ראשית הצירים).

✅ **פתרון סופי: ∢CBO = 45°**

סעיף ד(1) מצאו את משוואת הישר CD.

✅ **פתרון סופי: $y = \frac{1}{2}x + 3$**

סעיף ד(2) מצאו את גודל הזווית CHB.

✅ **פתרון סופי: ∢CHB = 116.57°**

סעיף ה חשבו את שטח המשולש CBE.

✅ **פתרון סופי: S = 3**

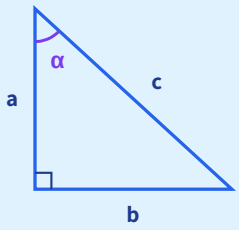
© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

✏️ תרגילים שנפתרים בסרטון

תרגול במשולש ישר זווית: מזהים איזה יחס מתאים – סינוס, קוסינוס או טנגנס – לפי הצלעות הנתונות, ומוצאים את הזווית במחשבון בעזרת SHIFT cos.

📌 על הלוח: היחסים במשולש ישר זווית

a הניצב ליד הזווית α, b הניצב מול הזווית, c היתר (מול ה־90°).



$$a^2 + b^2 = c^2$$

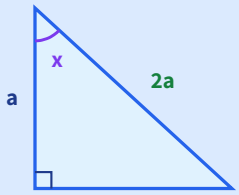
$$\frac{b}{c} = \sin\alpha$$

$$\frac{a}{c} = \cos\alpha$$

$$\frac{b}{a} = \tan\alpha$$

🔵 תרגיל 1: מציאת הזווית x בעזרת cos – ניצב ליד הזווית ויתר

במשולש ישר זווית הניצב ליד הזווית x הוא a והיתר הוא 2a. מצאו את x.



נתונים הניצב ליד הזווית והיתר ← קוסינוס:

ניצב ליד הזווית חלקי היתר = $\cos x$

$$\frac{a}{2a} = \cos x$$

מצמצמים את a:

$$\frac{1}{2} = \cos x$$

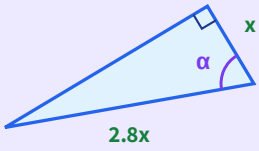
במחשבון: $x = \text{SHIFT cos } \frac{1}{2}$

$$x = \cos^{-1}\frac{1}{2}$$

תשובה: $x = 60°$

🟣 תרגיל 2: מציאת הזווית α בעזרת cos כשהצלעות נתונות באמצעות x

במשולש ישר זווית הניצב ליד הזווית α הוא x והיתר הוא 2.8x. מצאו את α.



נתונים הניצב ליד הזווית והיתר ← קוסינוס:

ניצב ליד הזווית חלקי היתר = $\cos\alpha$

$$\frac{1x}{2.8x} = \cos\alpha$$

מצמצמים את x:

$$\frac{1}{2.8} = \cos\alpha$$

במחשבון: $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2.8}\right)$

תשובה: $\alpha = 69.075°$

💡 לזכור

קודם מזהים מה נתון ביחס לזווית: ניצב מול + יתר ← sin, ניצב ליד + יתר ← cos, שני ניצבים ← tan. כשהצלעות נתונות עם אותה אות (a ו־2a) – האות מצטמצמת.

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק
© כל הזכויות שמורות למתמטריק – אלדד | eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 9

הסתברות

36 שיעורים בקורס · עמודים 267–296

בפרק הזה

חוברת קורס הסתברות שאלון 471-4 יחידות (17 עמודים)	עמ' 267
תרגול נוסף – עץ הסתברות	עמ' 284
תרגול נוסף – טבלה דו-ממדית	עמ' 287
תרגול נוסף – ברנולי	עמ' 291
תרגול נוסף – משולב – עץ, טבלה וברנולי	עמ' 294

בס"ד

חוברת הקורס – הסתברות

4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 1: הסתברות יסודות מאורע 1

1 סרטון שיעור 1

במסיבת פורים במפעל מסוים נמכרו 500 כרטיסי הגרלה. הפרסים שחולקו בהגרלה היו: 1 מכונית, 4 מחשבים, 10 חופשות סוף שבוע, 25 שעוני קיר.

א. מהי ההסתברות לזכות במכונית?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{500}$

ב. מהי ההסתברות לזכות בשעון קיר?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{25}{500}=\frac{1}{20}$

ג. מהי ההסתברות לזכות בפרס כלשהו?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{40}{500}=\frac{2}{25}$

ד. מהי ההסתברות לא לזכות כלל בפרס?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{460}{500}=\frac{23}{25}$

2 סרטון שיעור 1

זורקים שתי קוביות משחק רגילות.

א. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 12?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{36}$

ב. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה 7?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

ג. מהי ההסתברות ששתי הקוביות יראו אותו מספר?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

ד. מהי ההסתברות שסכום המספרים שיראו שתי הקוביות יהיה גדול מ־9?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

ה. מהי ההסתברות שבדיוק קובייה אחת תראה 6?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

ו. מהי ההסתברות שלכל היותר קובייה אחת תראה 6?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{35}{36}$

3 סרטון שיעור 2

גיל ומתן משחקים בסביבון חנוכה, שעליו מסומנות האותיות נ , ג , ה , פ . בכל תור מסובב השחקן את הסביבון פעמיים. גיל מנצח: אם באחד הסיבובים הסביבון נופל על נ ובסיבוב האחר הוא נופל על ג. מתן מנצח: אם בשני הסיבובים הסביבון נופל על פ.

האם לשני השחקנים יש אותו סיכוי לנצח? הסבירו.

✅ **פתרון סופי: לא. גיל:** $\frac{1}{8}=\frac{2}{16}$ **, מתן:** $\frac{1}{16}$ **– לגיל יש יותר סיכוי לנצח.**

4 סרטון שיעור 3

זורקים שני מטבעות. לכל מטבע צד אחד עם תמונה וצד אחר עם מספר.

א. מהי ההסתברות ששני המטבעות יראו אותו צד?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{2}$

ב. מהי ההסתברות ששני המטבעות יראו צדדים שונים?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{2}$

ג. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהמטבעות יראה תמונה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3}{4}$

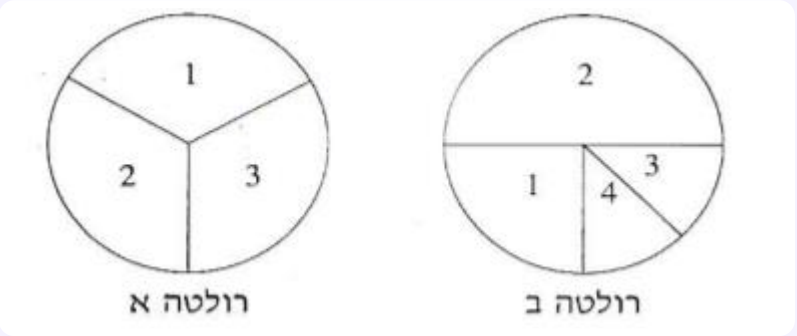
ד. מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהמטבעות יראה תמונה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{2}$

5 סרטון שיעור 4

נתונות שתי רולטות, א ו־ב. רולטה א מחולקת לשלוש גזרות שוות, ועליהן רשומים המספרים 1 , 2 ו־3. רולטה ב מחולקת לארבע גזרות: גזרה אחת היא $\frac{1}{4}$ עיגול, ועליה רשום המספר 1. גזרה שנייה היא $\frac{1}{2}$ עיגול, ועליה רשום המספר 2. שתי הגזרות האחרות הן $\frac{1}{8}$ עיגול כל אחת, על אחת מהן רשום מספר 3 ועל השנייה רשום מספר 4 (ראו סרטוט).

מסובבים כל רולטה פעם אחת.



א. מהי ההסתברות ששתי הרולטות ייעצרו על אותו מספר?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{7}{24}$

ב. מהי ההסתברות שרולטה א תיעצר על מספר גדול מהמספר שעליו תיעצר רולטה ב?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{3}$

ג. מהי ההסתברות שסכום המספרים שעליהם ייעצרו שתי הרולטות יהיה 5?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{4}$

ד. מהי ההסתברות שגם רולטה א וגם רולטה ב ייעצרו על מספר קטן מ־3?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{2}$

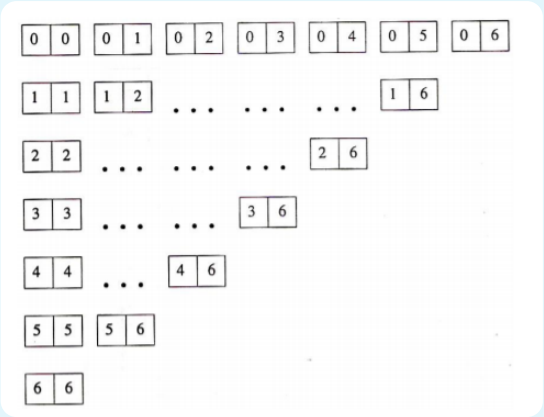
ה. מהי ההסתברות שרולטה א תיעצר על מספר גדול מ־2, ורולטה ב תיעצר על מספר קטן מ־2?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{12}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

7 סרטון שיעור 5

במשחק דומינו 28 אבנים שונות. על כל אחת מהאבנים רשומים שניים מבין המספרים 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 . אבני הדומינו נראות כך:



בוחרים באקראי אבן אחת מבין 28 אבני הדומינו.

א. מהי ההסתברות שעל האבן שבוחרים יהיו רשומים שני המספרים 6 , 6 ?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{28}$

ב. מהי ההסתברות שעל האבן שבוחרים יהיו רשומים שני מספרים שווים ("דאבל")?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$

ג. מהי ההסתברות שעל האבן שבוחרים יהיו רשומים שני מספרים שסכומם הוא 7 ?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3}{28}$

ד. מהי ההסתברות שעל האבן שבוחרים יהיו רשומים שני מספרים שמכפלתם היא 6?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{2}{28}=\frac{1}{14}$

ה. מהי ההסתברות שבדיוק אחד המספרים הרשומים על האבן שבוחרים יהיה המספר 4?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{6}{28}=\frac{3}{14}$

6 סרטון שיעור 6

בכד יש 3 כדורים צהובים, 2 כדורים שחורים, ו־5 כדורים ירוקים. מוציאים באקראי כדור אחד, מחזירים אותו לכד ושוב מוציאים באקראי כדור אחד.

א. מהי ההסתברות שבשתי הפעמים הוצא כדור צהוב?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{9}{100}$

ב. מהי ההסתברות שבשתי הפעמים הוצאו כדורים באותו צבע?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{38}{100}=\frac{19}{50}$

ג. מהי ההסתברות שבתחילה הוצא כדור ירוק ואחריו כדור שחור?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

ד. מהי ההסתברות שאחד משני הכדורים שהוצאו הוא ירוק ואחד הוא שחור?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

ה. מהי ההסתברות שבדיוק אחד משני הכדורים שהוצאו הוא שחור?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{32}{100} = 0.32$

פרק 2: הסתברות 2 מאורעות

🎬 סרטון שיעור 7

בשק יש כדורים בשלושה צבעים: שחור, אדום, ירוק.
ההסתברות להוציא כדור שחור היא 0.25 , וההסתברות להוציא כדור אדום היא 0.3 .

א. מהי ההסתברות להוציא כדור ירוק?

✅ **פתרון סופי:** 0.45

ב. יואב מוציא באקראי כדור מן השק. הוא מחזיר אותו ומוציא שוב באקראי כדור מן השק.
מהי ההסתברות שבשתי הפעמים יוציא יואב כדור אדום?

✅ **פתרון סופי:** 0.09

ג. נתון כי בשק יש 60 כדורים.
כמה כדורים מכל צבע יש בשק?

✅ **פתרון סופי: 15 שחורים, 18 אדומים, 27 ירוקים**

🎬 סרטון שיעור 8

תלמיד נבחן במקצועות מתמטיקה ואנגלית.
ההסתברות שהתלמיד יצליח במבחן במתמטיקה היא 0.75 , וההסתברות שיצליח במבחן באנגלית היא 0.65 .

א. מהי ההסתברות שהתלמיד יצליח בשני המבחנים?

✅ **פתרון סופי:** 0.4875

ב. (1) מהי ההסתברות שהתלמיד יצליח במבחן במתמטיקה ולא יצליח במבחן באנגלית?

✅ **פתרון סופי:** 0.2625

(2) מהי ההסתברות שהתלמיד יצליח רק באחד משני המבחנים?

✅ **פתרון סופי:** 0.425

ג. מהי ההסתברות שהתלמיד יצליח לפחות באחד משני המבחנים?

✅ **פתרון סופי:** 0.9125

🎬 סרטון שיעור 9

אורי, דני ויוסי זורקים כל אחד בתורו כדור לסל.
ההסתברות שאורי יקלע לסל היא 0.9 .
ההסתברות שדני יקלע לסל היא 0.8 .
ההסתברות שיוסי יקלע לסל היא 0.7 .

א. מהי ההסתברות ששלושתם יקלעו לסל?

✅ **פתרון סופי:** 0.504

ב. מהי ההסתברות ששלושתם לא יקלעו לסל?

✅ **פתרון סופי:** 0.006

ג. מהי ההסתברות שאורי לא יקלע לסל ואילו דני ויוסי יקלעו לסל?

✅ **פתרון סופי:** 0.056

ד. מהי ההסתברות שבדיוק שניים מהם יקלעו לסל?

✅ **פתרון סופי:** 0.398

🎬 סרטון שיעור 10

תרופה למחלה מסוימת מצליחה לרפא 70% מהחולים.
3 חולים לוקחים את התרופה.
חשב את ההסתברויות שלפניך:

א. שלושת החולים יחלימו בעזרת התרופה.

✅ **פתרון סופי:** 0.343

ב. אף אחד מן החולים לא יחלים בעזרת התרופה.

✅ **פתרון סופי:** 0.027

🎬 סרטון שיעור 11

תרופה למחלה מסוימת מצליחה לרפא 90% מהחולים.
2 חולים לוקחים את התרופה.

א. מהי ההסתברות ששני החולים יחלימו בעזרת התרופה?

✅ **פתרון סופי:** 0.81

ב. מהי ההסתברות שלפחות חולה אחד יחלים בעזרת התרופה?

✅ **פתרון סופי:** 0.99

ג. מהי ההסתברות שלכל היותר חולה אחד יחלים בעזרת התרופה?

✅ **פתרון סופי:** 0.19

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

🎬 סרטון שיעור 12

במשחק מזל יש 3 אפשרויות: לזכות ב־800 שקל, לזכות ב־400 שקל, או לא לזכות כלל.

ההסתברות לזכות ב־800 שקל היא $\frac{1}{6}$.

ההסתברות לזכות ב־400 שקל היא $\frac{1}{3}$.

ההסתברות לא לזכות כלל היא $\frac{1}{2}$.

אדם משחק במשחק זה <u>פעמיים</u>.

א. מהי ההסתברות שיזכה בדיוק ב־1,600 שקל?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{36}$

ב. מהי ההסתברות שיזכה בדיוק ב־800 שקל?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{6}+\frac{1}{9}=\frac{5}{18}$

🎬 סרטון שיעור 13

בכד יש 8 כדורים צהובים, 7 כדורים שחורים ו־5 כדורים ירוקים.

מוציאים באקראי כדור אחד, <u>מחזירים אותו לכד</u>, ושוב מוציאים באקראי כדור אחד.

א. מהי ההסתברות שבשתי הפעמים הוציאו כדור צהוב?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{64}{400}=\frac{4}{25}=0.16$

ב. מהי ההסתברות שבשתי הפעמים הוציאו כדורים באותו צבע?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{138}{400}=0.345$

ג. מהי ההסתברות שבתחילה הוציאו כדור ירוק ואחריו כדור שחור?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{35}{400}=0.0875$

ד. מהי ההסתברות שאחד משני הכדורים שהוציאו הוא ירוק ואחד הוא שחור?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{70}{400}=0.175$

פרק 3: טבלה דו ממדית, עץ, ברנולי

🎬 סרטון שיעור 14

40% מהסטודנטים למתמטיקה בטכניון הם נשים ו־60% גברים.

ידוע כי ל־80% מהסטודנטים הנ"ל יש רשיון נהיגה.

10% מהסטודנטים הנ"ל הם נשים שאין להן רשיון נהיגה.

א. מלא את הטבלה.

✅ **פתרון סופי:**

	נשים	גברים	סה"כ
יש רשיון	30%	50%	80%
אין רשיון	10%	10%	20%
סה"כ	40%	60%	100%

ב. בוחרים באקראי סטודנט מהסטודנטים הנ"ל, מה ההסתברות שהוא גבר עם רשיון נהיגה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{2}=0.5$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

ג. בוחרים באקראי סטודנט מהסטודנטים הנ"ל, מה ההסתברות שאין לו רשיון נהיגה?

✅ **פתרון סופי:** $0.2 = \frac{1}{5}$

ד. בוחרים באקראי סטודנט מבין הנשים, מה ההסתברות שיש לה רשיון נהיגה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.3}{0.4} = \frac{3}{4}$

ה. ידוע שיש סה"כ 220 סטודנטים שלומדים מתמטיקה בטכניון, לכמה סטודנטים גברים אין רשיון נהיגה?

✅ **פתרון סופי: 22 סטודנטים**

🎬 סרטון שיעור 15

כדי להתקבל למדעי המחשב באוניברסיטה צריך לעבור מבחן כניסה.
למבחן ניגשו בוגרי תיכון רבים: בוגרים שלמדו מחשבים בתיכון, ובוגרים שלא למדו מחשבים בתיכון.
אחוז הנבחנים שלמדו מחשבים בתיכון היה גדול פי 3 מאחוז הנבחנים שלא למדו מחשבים.
אחוז הנבחנים שעברו את המבחן היה גדול פי 4 מאחוז הנבחנים שנכשלו בו.
אחוז הנבחנים שעברו את המבחן וגם למדו מחשבים היה 65%.

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מבין הנבחנים בוגר תיכון שלא למד מחשבים ועבר את המבחן?

✅ **פתרון סופי:** 0.15

ב. ידוע כי נבחן עבר את המבחן.
מהי ההסתברות שהוא לא למד מחשבים בתיכון?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.15}{0.8} = 0.1875$

🎬 סרטון שיעור 16

בבית ספר מסוים 60% מכלל המורים (גברים ונשים) מתנגדים ללעיסת מסטיק בשיעור.
מספר המורים (גברים) בבית הספר גדול פי 4 ממספר המורות (נשים).
0.57 מכלל המורים (גברים ונשים) הם גברים המתנגדים ללעיסת מסטיק.
בוחרים באקראי מורה (גבר או אישה).

א. חשב את ההסתברות שהמורה שנבחר הוא אישה המתנגדת ללעיסת מסטיק.

✅ **פתרון סופי:** 0.03

ב. (1) ידוע שהמורה שנבחר הוא אישה.
חשב את ההסתברות שהיא מתנגדת ללעיסת מסטיק.

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.03}{0.2} = 0.15$

🎬 סרטון שיעור 17

80% מתלמידי שכבה י"א בבית ספר גדול יצאו לטיול.
בשכבה י"א יש בנים ובנות.
ידוע כי 0.75 מן הבנים בשכבה י"א ו־$\frac{5}{6}$ מן הבנות בשכבה יצאו לטיול.
בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א (בן או בת).

א. (1) מהי ההסתברות שנבחרה בת?

✅ **פתרון סופי:** 0.6

(2) מהי ההסתברות שנבחרה בת שיצאה לטיול?

✅ **פתרון סופי:** 0.5

ב. ידוע כי נבחר תלמיד שיצא לטיול (בן או בת). מהי ההסתברות שנבחרה בת?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.5}{0.8}=\frac{5}{8}=0.625$

🎬 סרטון שיעור 18

בשקית א' יש 7 מטפחות צהובות ו־5 מטפחות אדומות.

בשקית ב' יש 10 מטפחות: חלקן צהובות והשאר אדומות.

הוציאו באקראי מטפחת אחת משקית א' ומטפחת אחת משקית ב'.

ההסתברות ששתי המטפחות צהובות היא $\frac{7}{40}$.

כמה מטפחות צהובות היו בשקית ב'?

✅ **פתרון סופי:** **3 מטפחות צהובות**

🎬 סרטון שיעור 19

בכד יש 8 כדורים צהובים, 7 כדורים שחורים ו־5 כדורים ירוקים.

מוציאים באקראי כדור אחד, <u>מחזירים אותו לכד</u>, ושוב מוציאים באקראי כדור אחד.

א. מהי ההסתברות ששתי הפעמים הוציאו כדור צהוב?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{64}{400}=\frac{4}{25}=0.16$

ב. מהי ההסתברות ששתי הפעמים הוציאו כדורים באותו צבע?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{138}{400}=\frac{69}{200}=0.345$

ג. ידוע ששני הכדורים באותו צבע, מה ההסתברות ששניהם צהובים?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{64}{138}=\frac{32}{69}\approx 0.464$

🎬 סרטון שיעור 20

בקופסה I יש 3 כדורים אדומים ו־6 כדורים ירוקים.

בקופסה II יש 12 כדורים אדומים ו־4 כדורים ירוקים.

בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה 2 כדורים זה אחר זה (בלי החזרה).

א. מהי ההסתברות ש־2 הכדורים יהיו באותו צבע?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{11}{20}$

ב. מהי ההסתברות ש־2 הכדורים יהיו בצבעים שונים?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{9}{20}$

ג. ידוע כי 2 הכדורים היו באותו צבע.

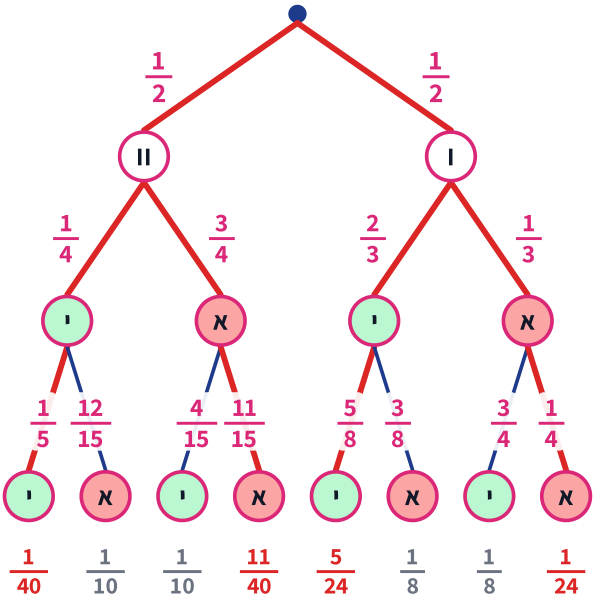
מהי ההסתברות שהם הוצאו מקופסה I ?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{5}{11}$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

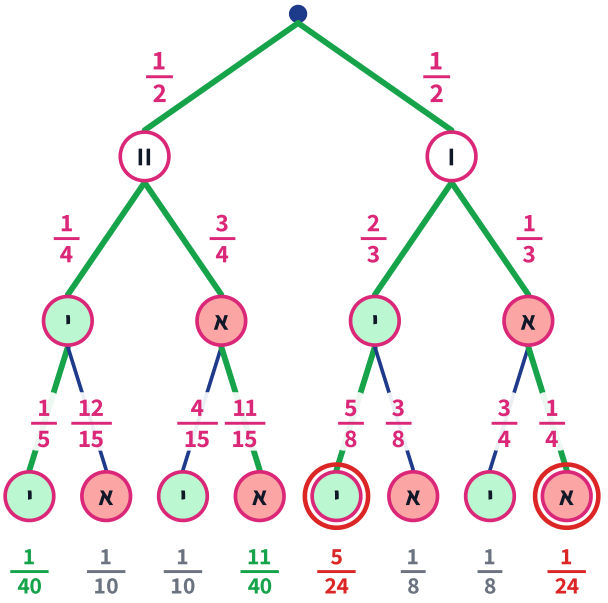
🌳 הפתרון בעץ

סעיף א – אותו צבע



י ירוק · א אדום – **אדום** – אותו צבע

סעיף ג – ידוע: אותו צבע



י ירוק · א אדום – **ירוק** – אותו צבע (המכנה) · עיגול **אדום** – קופסה I (המונה)

🎬 סרטון שיעור 21

בחדר נמצאים x גברים ו־$2x$ נשים, המשחקים את המשחק שלהלן:

בוחרים באקראי שני אנשים מהחדר בזה אחר זה (בלי החזרה).

ידוע שההסתברות לבחור במשחק זה שני אנשים שאחד מהם גבר והאחר אישה, היא $\frac{1}{2}$.

א. חשב את x.

✅ **פתרון סופי:** $\frac{2x}{9x-3}+\frac{2x}{9x-3}=\frac{1}{2} \Rightarrow x=3$

עבור ה־x שחישבת בסעיף א ענה על סעיף ב.

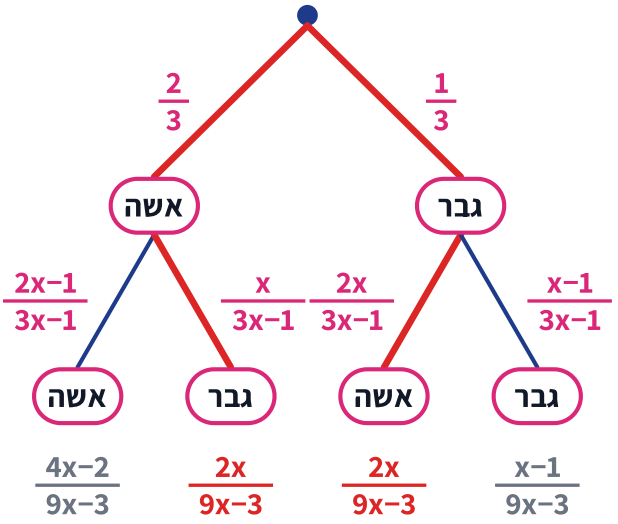
ב. ידוע שהאדם השני שנבחר היה אישה.

מהי ההסתברות שהאדם הראשון שנבחר היה אישה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{\frac{10}{24}}{\frac{10}{24}+\frac{6}{24}}=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$

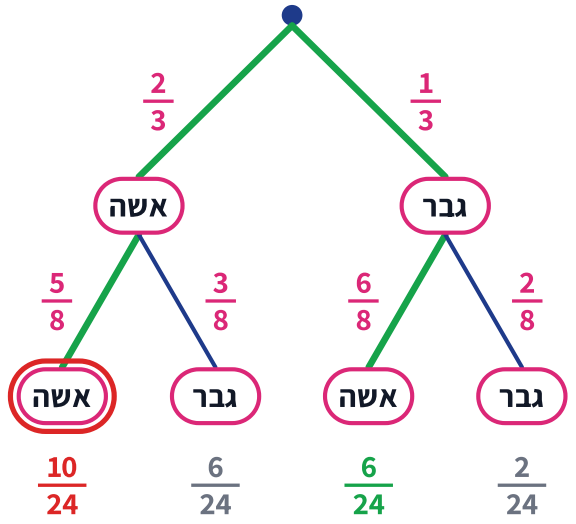
🌳 הפתרון בעץ

סעיף א – עץ עם x



אדום – אחד גבר ואחד אשה

סעיף ב – מציבים x = 3



ירוק – השני אשה (מכנה) · עיגול **אדום** – גם הראשון (מונה)

🎬 סרטון שיעור 22

חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.

כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.

מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.

שלבי המיון היו:

שלב ראשון: מבחן התאמה.

שלב שני: ריאיון אישי.

שלב שלישי: סדנה קבוצתית.

כל המועמדים שעברו בהצלחה את **כל** שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.

נתון:

80% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.

50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.

35% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

✅ **פתרון סופי:** $0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.35 = 0.14$

ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן **התקבלה** לעבודה בחברה?

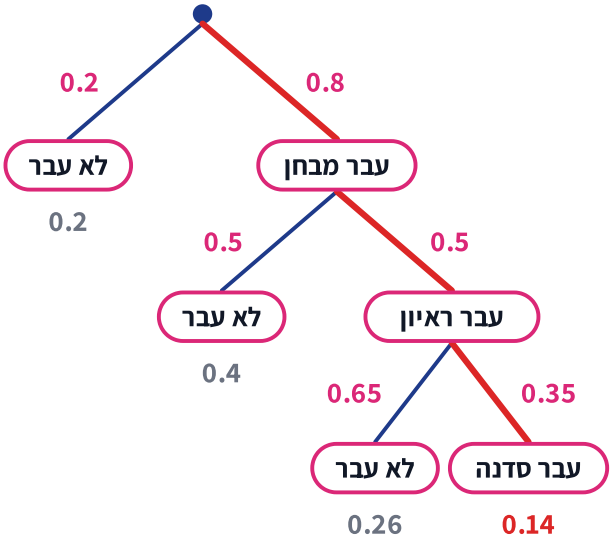
✅ **פתרון סופי:** $1 - 0.14^2 = 0.9804$

ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי, אם ידוע שהיא **<u>לא</u>** התקבלה לעבודה בחברה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.26}{0.86} = \frac{13}{43} \approx 0.302$

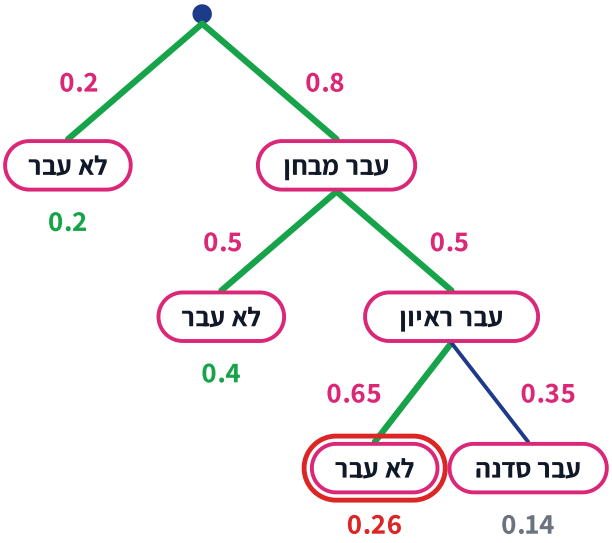
🌳 הפתרון בעץ

סעיף א – מתקבל: עבר את שלושת השלבים



אדום – התקבל

סעיף ג – ידוע שלא התקבלה



ירוק – לא התקבלה (מכנה) · עיגול **אדום** – עברה ראיון (מונה)

🎬 סרטון שיעור 23

מאורע בת"ל

פרק 4: פתרון בגרויות

🎬 סרטון שיעור 24 · 2015 חורף

בשקית א' יש 7 מטפחות צהובות ו־5 מטפחות אדומות.

בשקית ב' יש 10 מטפחות: חלקן צהובות והשאר אדומות.

הוציאו באקראי מטפחת אחת משקית א' ומטפחת אחת משקית ב'.

ההסתברות ששתי המטפחות צהובות היא $\frac{7}{40}$.

א. כמה מטפחות צהובות היו בשקית ב' ?

✅ **פתרון סופי: 3 מטפחות צהובות**

ב. מחזירים כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה, ומוציאים באקראי מטפחת משקית א' ומטפחת משקית ב'.

ידוע כי המטפחות שהוצאו הן בצבעים שונים.

מהי ההסתברות שהמטפחת שהוצאה משקית ב' היא צהובה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{\frac{15}{120}}{\frac{49}{120}+\frac{15}{120}}=\frac{15}{64}$

ג. מחזירים שוב כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה.

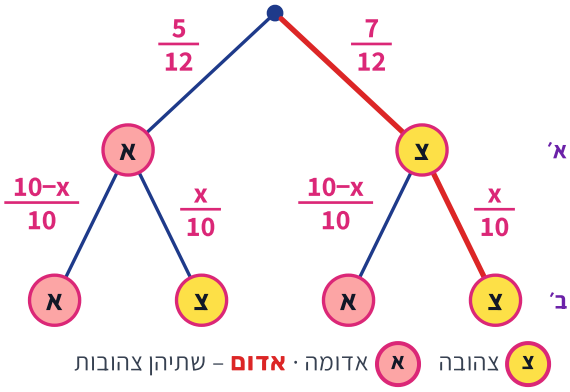
בוחרים באקראי שקית, ומוציאים ממנה באקראי בלי החזרה שתי מטפחות.

מהי ההסתברות ששתי המטפחות הן אדומות?

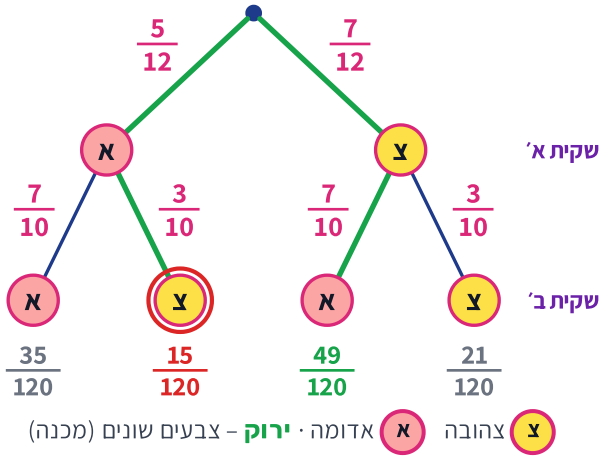
✅ **פתרון סופי:** $\frac{5}{66}+\frac{7}{30}=\frac{17}{55}$

🌳 הפתרון בעץ

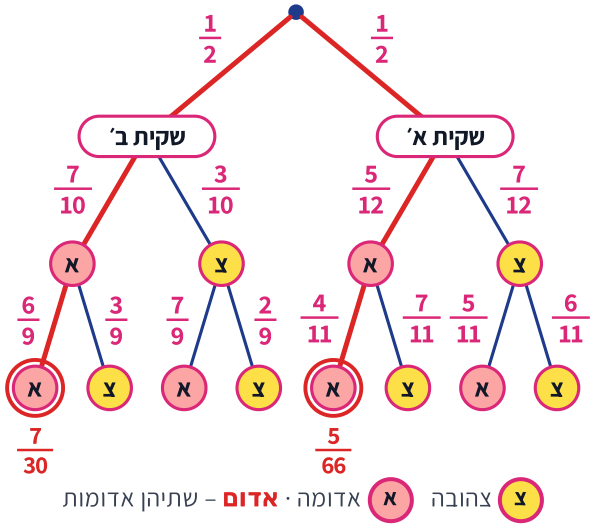
סעיף א – עץ עם x



סעיף ב – x = 3



סעיף ג – בחירת שקית, שתיים בלי החזרה



🎬 סרטון שיעור 25 · 2019 א

במשחק יש שני סיבובים. בכל סיבוב יש שתי אפשרויות בלבד: לזכות או להפסיד. משתתף שזוכה בשני הסיבובים מנצח במשחק כולו.

ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון גדולה פי 3 מן ההסתברות להפסיד בו.

א. מהי ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון? נמק.

✅ **פתרון סופי:** 0.75

אם משתתף במשחק זכה בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.8 .

אם משתתף הפסיד בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.6 .

ב. (1) מהי ההסתברות לזכות בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים?

✅ **פתרון סופי:** $0.15 + 0.15 = 0.3$

(2) ידוע שמשתתף זכה בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים. מהי ההסתברות שהוא זכה בסיבוב הראשון?

✅ **פתרון סופי:** $\dfrac{0.15}{0.15 + 0.15} = 0.5$

ג. (1) מהי ההסתברות לנצח במשחק כולו?

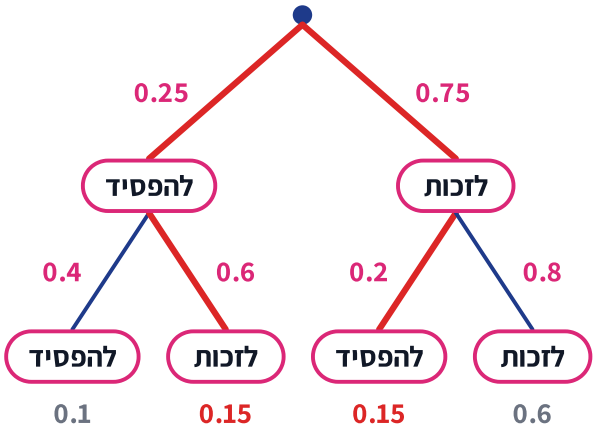
✅ **פתרון סופי:** $0.75 \cdot 0.8 = 0.6$

(2) 4 משתתפים משחקים במשחק. מהי ההסתברות שכל המשתתפים ינצחו במשחק כולו?

✅ **פתרון סופי:** $0.6^4 = 0.1296$

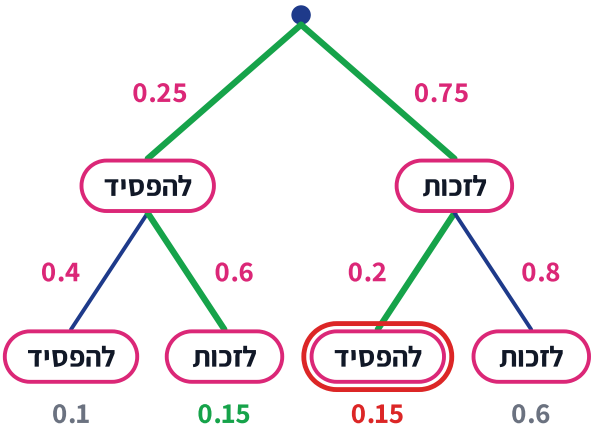
🌳 הפתרון בעץ

סעיף ב(1) – בדיוק בסיבוב אחד



אדום – בדיוק בסיבוב אחד

סעיף ב(2) – ידוע: בדיוק באחד



ירוק – מכנה · עיגול **אדום** – זכה בראשון (מונה)

🎬 סרטון שיעור 26 · 2021 חורף

מנחם ניגש למבחן נהיגה כדי לקבל רישיון נהיגה.
ההסתברות שמנחם לא יעבור מבחן נהיגה אחד היא קבועה, וגדולה פי 4 מן ההסתברות שהוא יעבור אותו.

א. מהי ההסתברות שמנחם יעבור מבחן נהיגה אחד?

✅ **פתרון סופי:** 0.2

בכל פעם שמנחם לא עובר את המבחן, הוא ניגש למבחן נוסף, עד שהוא מצליח לעבור את מבחן הנהיגה.
ידוע שמנחם קיבל רישיון נהיגה.

ב. (1) מהי ההסתברות שמנחם ניגש לשני מבחנים לכל היותר?

✅ **פתרון סופי:** 0.36

(2) מהי ההסתברות שמנחם ניגש למבחן שני, אם ידוע שהוא ניגש לשני מבחנים לכל היותר?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.16}{0.36} = \frac{4}{9}$

🎬 סרטון שיעור 27 · 2021 חורף מאוחר

במדינת עוץ מספר התושבים בעלי רישיון נהיגה גדול פי 3 ממספר התושבים שאין להם רישיון נהיגה.

א. מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא בעל רישיון נהיגה?

✅ **פתרון סופי:** 0.75

נתון: 60% מן התושבים במדינת עוץ הם מבוגרים, והשאר הם צעירים.
מבין התושבים המבוגרים במדינת עוץ, 80% הם בעלי רישיון נהיגה.

ב. מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא צעיר שאין לו רישיון נהיגה?

✅ **פתרון סופי:** 0.13

ג. בחרו באקראי תושב ממדינת עוץ, וידוע שהתושב הוא צעיר. מהי ההסתברות שיש לו רישיון נהיגה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.27}{0.4}=0.675$

🎬 סרטון שיעור 28 · 2021 ב

בעיר מסוימת נערך סקר כדי לבדוק את מספר התושבים בעיר שרוכבים על אופניים.
המשתתפים בסקר חולקו לשתי קבוצות: מבוגרים וצעירים.
נסמן ב־x את ההסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר.
בסקר נמצא:
80% מן הצעירים רוכבים על אופניים.
מספר הצעירים הרוכבים על אופניים גדול פי 4 ממספר המבוגרים שאינם רוכבים על אופניים.
נתון כי ההסתברות לבחור באקראי משתתף בסקר שאיננו רוכב על אופניים היא 0.1 .

א. מצא את x .

✅ **פתרון סופי:** $x=0.25$

בחרו באקראי משתתף בסקר.

ב. אם ידוע שנבחר מבוגר, מהי ההסתברות שהוא רוכב על אופניים?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.7}{0.75}=\frac{14}{15}$

ג. מהי ההסתברות שהמשתתף שנבחר הוא צעיר או שהוא רוכב על אופניים?

✅ **פתרון סופי:** 0.95

ד. נתון כי בסקר השתתפו 3,850 מבוגרים שרוכבים על אופניים.
כמה אנשים סך הכול השתתפו בסקר?

✅ **פתרון סופי:** 5,500 אנשים

🎬 סרטון שיעור 29 · 2021 נבצרים

בסקר ארצי שנערך בקרב תלמידי כיתה י"א וכיתה י"ב, בדקו כמה תלמידים רוצים ללמוד מדעי המחשב.
על פי ממצאי הסקר, 40% מן המשתתפים רוצים ללמוד מדעי המחשב, והשאר אינם רוצים.
מספר התלמידים מכיתה י"א שהשתתפו בסקר היה גדול פי 3 ממספר התלמידים מכיתה י"ב שהשתתפו בסקר.
ידוע כי 60% מתלמידי כיתה י"ב שהשתתפו בסקר רוצים ללמוד מדעי המחשב.

א. בוחרים באקראי תלמיד שהשתתף בסקר.

(1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד כיתה י"א שרוצה ללמוד מדעי המחשב?

✅ **פתרון סופי:** 0.25

(2) ידוע שנבחר תלמיד מכיתה י"א.

מהי ההסתברות שהוא רוצה ללמוד מדעי המחשב?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.25}{0.75}=\frac{1}{3}$

🎬 סרטון שיעור 30 · 2021 א

בקופסה יש 20 כדורים בשלושה צבעים בלבד: אדום, לבן ושחור.

נתון: 40% מן הכדורים שבקופסה אדומים.

מספר הכדורים השחורים בקופסה גדול פי 3 ממספר הכדורים הלבנים בקופסה.

א. מהי ההסתברות להוציא מן הקופסה באקראי כדור לבן?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{3}{20}$

ב. הוציאו באקראי כדור מן הקופסה, החזירו אותו והוציאו שוב באקראי כדור מן הקופסה.

מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{64}{400}+\frac{9}{400}+\frac{81}{400}=\frac{154}{400}=\frac{77}{200}$

ג. מתוך הקופסה שבה 20 הכדורים הוציאו באקראי בזה אחר זה שני כדורים ללא החזרה.

(1) מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?

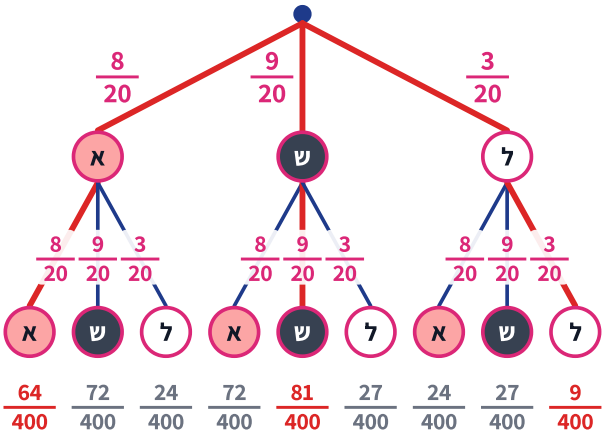
✅ **פתרון סופי:** $\frac{56}{380}+\frac{6}{380}+\frac{72}{380}=\frac{134}{380}=\frac{67}{190}$

(2) אם ידוע ששני הכדורים שהוציאו הם בצבעים שונים, מהי ההסתברות שהכדור הראשון שהוציאו הוא לבן?

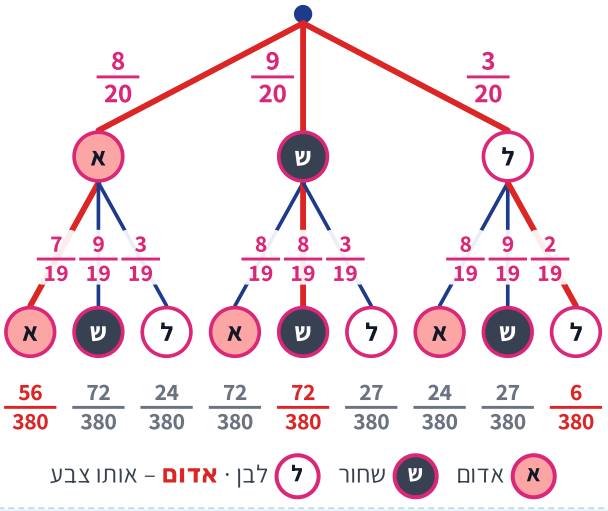
✅ **פתרון סופי:** $\frac{\frac{24}{380}+\frac{27}{380}}{1-\frac{134}{380}}=\frac{51}{246}=\frac{17}{82}$

🌳 הפתרון בעץ

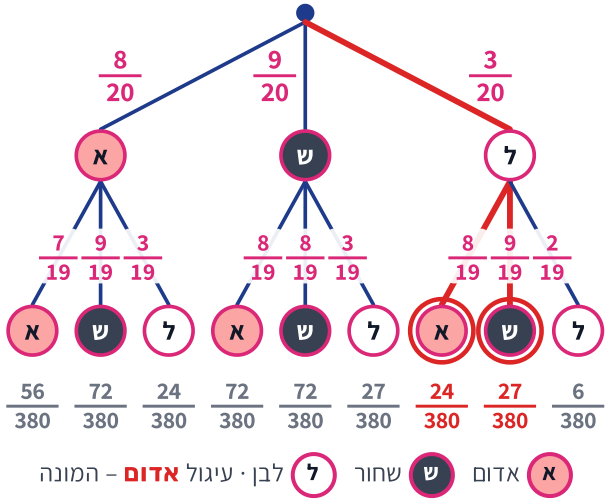
סעיף ב – עם החזרה



סעיף ג(1) – בלי החזרה



סעיף ג(2) – הראשון לבן, השני בצבע אחר



סרטון שיעור 31 · 2022 חורף

במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג **אחד בלבד** מבין שני החוגים האלה.
סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם.
80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל.
מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל.
בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?

✅ **פתרון סופי:** 0.4

ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.1}{0.475} = \frac{4}{19}$

ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכול.

ג. (1) כמה משתתפים סך הכול (בנים ובנות) יש בחוג טניס?

✅ **פתרון סופי:** **95 משתתפים**

(2) מבין <u>כל המשתתפים</u> בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

✅ **פתרון סופי:** $\frac{95}{200} \cdot \frac{94}{199} \approx 0.224$

🎬 סרטון שיעור 32 · 2022 א

חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.

כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.

מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.

שלבי המיון היו:

שלב ראשון: מבחן התאמה.

שלב שני: ריאיון אישי.

שלב שלישי: סדנה קבוצתית.

כל המועמדים שעברו בהצלחה את **כל** שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.

נתון:

80% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.

50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.

35% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

✅ **פתרון סופי:** $0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.35 = 0.14$

ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן **התקבלה** לעבודה בחברה?

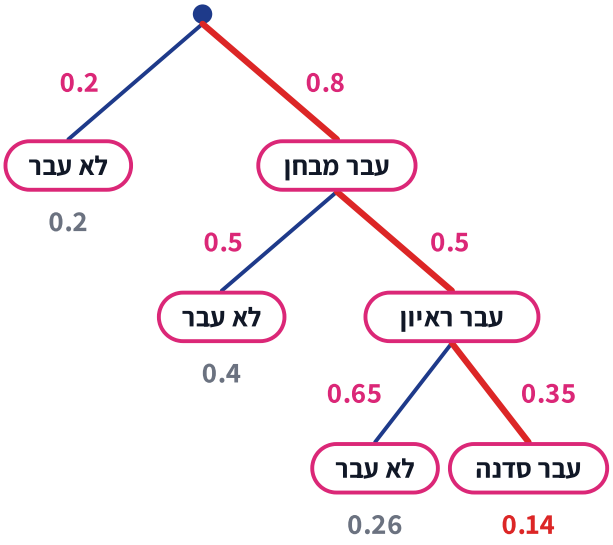
✅ **פתרון סופי:** $1 - 0.14^2 = 0.9804$

ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי,
אם ידוע שהיא **<u>לא</u>** התקבלה לעבודה בחברה?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{0.26}{0.86} = \frac{13}{43} \approx 0.302$

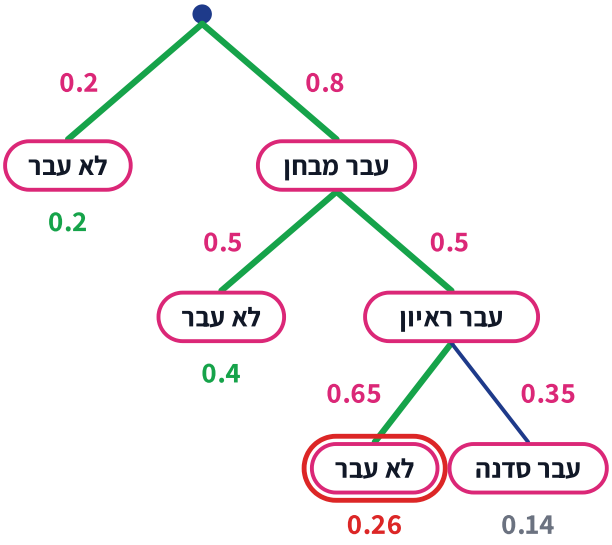
🌳 הפתרון בעץ

סעיף א – מתקבל: עבר את שלושת השלבים



אדום – התקבל

סעיף ג – ידוע שלא התקבלה



ירוק – לא התקבלה (מכנה) · עיגול **אדום** – עברה ראיון (מונה)

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף

עץ הסתברות

עץ הסתברות · הסתברות מותנית

הסתברות
571 · 471

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

תזכורת

- לאורך ענף בעץ – **כופלים** את ההסתברויות.
- כמה ענפים שמתאימים לאותו מאורע – **מחברים** את ההסתברויות שלהם.
- הסתברות מותנית: $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ – "ידוע ש..." הוא המאורע B.
- "ללא החזרה" – בשלב השני משתנה מספר הכדורים בקופסה.

חלק א – שאלות בסיסיות

1 שאלה 1 בסיסי

בקופסה 5 כדורים אדומים ו־3 כדורים כחולים. מוציאים באקראי כדור אחד, לא מחזירים אותו, ואחר כך מוציאים כדור נוסף.

א. מה ההסתברות ששני הכדורים אדומים?

ב. מה ההסתברות שהכדורים בצבעים שונים?

ג. מה ההסתברות שהכדור השני כחול?

ד. ידוע שהכדורים בצבעים שונים. מה ההסתברות שהכדור הראשון כחול?

2 שאלה 2 בסיסי

נועה נוסעת לבית הספר באוטובוס. ההסתברות שהאוטובוס יאחר היא 0.2. אם האוטובוס מאחר, ההסתברות שנועה תאחר לשיעור הראשון היא 0.7. אם האוטובוס לא מאחר, ההסתברות שהיא תאחר לשיעור הראשון היא 0.1.

א. מה ההסתברות שנועה תאחר לשיעור הראשון?

ב. נועה איחרה לשיעור הראשון. מה ההסתברות שהאוטובוס איחר?

ג. מה ההסתברות שהאוטובוס לא איחר וגם נועה לא איחרה?

חלק ב – שאלות ברמה בינונית

3 שאלה 3 בינוני

קשת יורה חיצים למטרה עד שהוא פוגע בה בפעם הראשונה, אבל לכל היותר 3 יריות. בכל ירייה ההסתברות לפגוע היא 0.6, ללא תלות ביריות האחרות.

א. מה ההסתברות שהקשת יורה בדיוק 3 יריות?

ב. מה ההסתברות שהקשת יפגע במטרה?

ג. ידוע שהקשת פגע במטרה. מה ההסתברות שפגע כבר בירייה הראשונה?

ד. ידוע שהקשת פגע במטרה. מה ההסתברות שפגע בירייה השנייה?

4 שאלה 4 בינוני

שחקן כדורסל זורק 3 זריקות עונשין, זו אחר זו. ההסתברות שיקלע בזריקה הראשונה היא 0.8. אם קלע בזריקה מסוימת, ההסתברות שיקלע בזריקה שאחריה היא 0.85. אם החטיא בזריקה מסוימת, ההסתברות שיקלע בזריקה שאחריה היא 0.6.

א. מה ההסתברות שיקלע בכל 3 הזריקות?

ב. מה ההסתברות שיקלע בדיוק בזריקה אחת?

ג. ידוע שקלע בדיוק בזריקה אחת. מה ההסתברות שזו הייתה הזריקה הראשונה?

ד. מה ההסתברות שיקלע לפחות בזריקה אחת?

חלק ג – שאלות מתקדמות (מתאים במיוחד ל־5 יח')

5 שאלה 5 מתקדם

בשקית 4 כדורים לבנים ו־n כדורים שחורים. מוציאים באקראי 2 כדורים, זה אחר זה, ללא החזרה. ההסתברות ששני הכדורים לבנים היא $\frac{3}{14}$.

א. מצאו את n.

ב. מה ההסתברות ששני הכדורים בצבעים שונים?

ג. ידוע שהכדור השני לבן. מה ההסתברות שהכדור הראשון שחור?

6 שאלה 6 מתקדם

רון משחק שני משחקי שחמט, ובכל משחק הוא מנצח או מפסיד. ההסתברות שינצח במשחק הראשון היא p. אם ניצח במשחק הראשון, ההסתברות שינצח בשני היא 0.8. אם הפסיד במשחק הראשון, ההסתברות שינצח בשני היא 0.5. ההסתברות שרון ינצח בדיוק במשחק אחד היא 0.38.

א. מצאו את p.

ב. מה ההסתברות שרון ינצח במשחק השני?

ג. ידוע שרון ניצח במשחק השני. מה ההסתברות שניצח גם במשחק הראשון?

ד. מה ההסתברות שרון יפסיד בשני המשחקים?

7 שאלה 7 מתקדם

4% מהאנשים באוכלוסייה נושאים נגיף מסוים. בדיקה מזהה נכון 95% מהנושאים (תוצאה חיובית). אצל 10% מהאנשים שאינם נושאים את הנגיף, הבדיקה נותנת בטעות תוצאה חיובית.

א. מה ההסתברות שלאדם שנבחר באקראי תצא תוצאה חיובית?

ב. לאדם יצאה תוצאה חיובית. מה ההסתברות שהוא נושא את הנגיף?

ג. לאדם יצאה תוצאה שלילית. מה ההסתברות שהוא לא נושא את הנגיף?

ד. אדם עשה את הבדיקה פעמיים, ובשתי הפעמים יצאה תוצאה חיובית (בהינתן אם הוא נושא או לא, תוצאות שתי הבדיקות אינן תלויות זו בזו). מה ההסתברות שהוא נושא את הנגיף?

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · עץ הסתברות

תשובות סופיות

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. מספר לא שלם מעוגל ל־4 ספרות אחרי הנקודה.

שאלה 1

- א. $\frac{5}{14} \approx 0.3571$
- ב. $\frac{15}{28} \approx 0.5357$
- ג. $\frac{3}{8} = 0.375$
- ד. $\frac{1}{2} = 0.5$

שאלה 2

- א. 0.22
- ב. $\frac{7}{11} \approx 0.6364$
- ג. 0.72

שאלה 3

- א. 0.16
- ב. 0.936
- ג. $\frac{25}{39} \approx 0.641$
- ד. $\frac{10}{39} \approx 0.2564$

שאלה 4

- א. 0.578
- ב. 0.114
- ג. $\frac{8}{19} \approx 0.4211$
- ד. 0.968

שאלה 5

- א. $n = 4$
- ב. $\frac{4}{7} \approx 0.5714$
- ג. $\frac{4}{7} \approx 0.5714$

שאלה 6

- א. $p = 0.4$
- ב. 0.62
- ג. $\frac{16}{31} \approx 0.5161$
- ד. 0.3

שאלה 7

- א. 0.134
- ב. $\frac{19}{67} \approx 0.2836$
- ג. $\frac{432}{433} \approx 0.9977$
- ד. $\frac{361}{457} \approx 0.7899$

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף

טבלה דו־ממדית

טבלה דו־ממדית · הסתברות מותנית · אי־תלות

הסתברות
471 · 571

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

📌 תזכורת

- בטבלה דו־ממדית כל תא הוא "חיתוך" של שורה ועמודה. סכומי השורות והעמודות נרשמים בשוליים, וסכום כל התאים הוא 1 (או מספר האנשים הכולל).
- הסתברות מותנית: $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ – מחלקים בסה"כ של השורה או העמודה של B.
- המאורעות A ו־B **בלתי תלויים** אם $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. באופן שקול: $P(A \mid B) = P(A)$.

חלק א – שאלות בסיסיות

1 שאלה 1 בסיסי

בסקר השתתפו 200 תלמידים: 120 בנים ו־80 בנות. 70 מהתלמידים חברים בחוג ספורט, ומהם 45 בנים. השלימו את הטבלה:

	חבר בחוג	לא חבר בחוג	סה"כ
בנים	45		120
בנות			80
סה"כ	70		200

בוחרים תלמיד באקראי.

א. מה ההסתברות שנבחרה בת שחברה בחוג?

ב. נבחר בן. מה ההסתברות שהוא חבר בחוג?

ג. נבחר תלמיד שחבר בחוג. מה ההסתברות שזו בת?

ד. האם המאורעות "התלמיד בן" ו"התלמיד חבר בחוג" בלתי תלויים? נמקו.

2 שאלה 2 בסיסי

בשכבה 300 תלמידים, מהם 180 בנים. כל תלמיד מגיע לבית הספר באוטובוס או ברגל. מספר הבנות שמגיעות באוטובוס גדול פי 2 ממספר הבנות שמגיעות ברגל. 60 בנים מגיעים ברגל.

א. בנו טבלה דו־ממדית והשלימו אותה.

ב. בוחרים תלמיד באקראי. מה ההסתברות שהוא מגיע באוטובוס?

ג. ידוע שהתלמיד מגיע ברגל. מה ההסתברות שזו בת?

ד. ידוע שנבחר בן. מה ההסתברות שהוא מגיע ברגל?

ה. האם המאורעות "התלמיד בת" ו"התלמיד מגיע באוטובוס" בלתי תלויים? נמקו.

חלק ב – שאלות ברמה בינונית

3 שאלה 3 בינוני

בעיר מסוימת, ל־40% מהתושבים יש מכונית, ל־25% יש אופניים, ול־10% יש גם מכונית וגם אופניים. בוחרים תושב באקראי.

א. השלימו טבלה דו־ממדית של הסתברויות.

ב. מה ההסתברות שלתושב אין מכונית וגם אין אופניים?

ג. מה ההסתברות שלתושב יש מכונית ואין לו אופניים?

ד. האם המאורעות "יש מכונית" ו"יש אופניים" בלתי תלויים? נמקו.

ה. לתושב אין אופניים. מה ההסתברות שיש לו מכונית?

4 שאלה 4 בינוני

בבית ספר תיכון, 60% מהתלמידים לומדים מתמטיקה ברמת 5 יחידות. 30% מכלל התלמידים לומדים גם מתמטיקה ב־5 יחידות וגם פיזיקה. מבין התלמידים שלא לומדים מתמטיקה ב־5 יחידות, 15% לומדים פיזיקה.

א. השלימו טבלה דו־ממדית של הסתברויות.

ב. מה ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי לומד פיזיקה?

ג. תלמיד לומד מתמטיקה ב־5 יחידות. מה ההסתברות שהוא לומד פיזיקה?

ד. תלמיד לומד פיזיקה. מה ההסתברות שהוא לומד מתמטיקה ב־5 יחידות?

ה. מה ההסתברות שתלמיד לא לומד מתמטיקה ב־5 יחידות וגם לא לומד פיזיקה?

חלק ג – שאלות מתקדמות (מתאים במיוחד ל־5 יח')

5 שאלה 5 מתקדם

בחברת הייטק כל עובד שותה בבוקר קפה או תה (בדיוק אחד מהם). 55% מהעובדים הם נשים, ו־40% מכלל העובדים שותים תה. ההסתברות שעובד שנבחר באקראי הוא אישה ששותה תה גדולה פי 3 מההסתברות שהוא גבר ששותה תה.

א. נסמן ב־x את ההסתברות שעובד הוא גבר ששותה תה. מצאו את x והשלימו טבלה דו־ממדית.

ב. נבחרה אישה. מה ההסתברות שהיא שותה תה?

ג. נבחר עובד ששותה קפה. מה ההסתברות שהוא גבר?

ד. האם המאורעות "העובד אישה" ו"העובד שותה תה" בלתי תלויים? נמקו.

6 שאלה 6 מתקדם

במכון כושר, 40% מהמנויים הם גברים. 30% מהגברים ו־60% מהנשים משתתפים בשיעורי יוגה.

א. בנו טבלה דו־ממדית של הסתברויות. מה ההסתברות שמנוי שנבחר באקראי משתתף ביוגה?

ב. מנוי משתתף ביוגה. מה ההסתברות שהוא גבר?

ג. בוחרים באקראי 2 מנויים (המכון גדול, ולכן הבחירות בלתי תלויות). מה ההסתברות ששניהם משתתפים ביוגה?

ד. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהשניים הוא גבר שמשתתף ביוגה?

7 שאלה 7 מתקדם

בתנועת נוער, ההסתברות שחניך השתתף רק במחנה הקיץ (ולא בטיול החורף) היא 0.2, וההסתברות שהשתתף רק בטיול החורף (ולא במחנה הקיץ) היא 0.3. נסמן ב־x את ההסתברות שחניך השתתף בשניהם. ידוע שהמאורעות "השתתף במחנה הקיץ" ו"השתתף בטיול החורף" בלתי תלויים.

א. מצאו את שני הערכים האפשריים של x.

ב. ידוע גם שההסתברות שחניך לא השתתף באף אחד מהם גדולה מההסתברות שהשתתף בשניהם. מהו x? השלימו את הטבלה.

ג. חניך לא השתתף בטיול החורף. מה ההסתברות שהשתתף במחנה הקיץ?

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · טבלה דו־ממדית

תשובות סופיות

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. מספר לא שלם מעוגל ל־4 ספרות אחרי הנקודה.

שאלה 1

	חבר	לא חבר	סה"כ
בנים	45	75	120
בנות	25	55	80
סה"כ	70	130	200

א. $\frac{1}{8} = 0.125$

ב. $\frac{3}{8} = 0.375$

ג. $\frac{5}{14} \approx 0.3571$

ד. **לא** – בכלל $\frac{70}{200} = 0.35$, אבל בקרב הבנים $\frac{45}{120} = 0.375$

שאלה 2

א. **הטבלה המלאה:**

	אוטובוס	ברגל	סה"כ
בנים	120	60	180
בנות	80	40	120
סה"כ	200	100	300

ב. $\frac{2}{3} \approx 0.6667$

ג. $\frac{2}{5} = 0.4$

ד. $\frac{1}{3} \approx 0.3333$

ה. **כן** – בקרב הבנות $\frac{2}{3} = \frac{80}{120}$, וגם בכלל $\frac{2}{3} = \frac{200}{300}$

שאלה 3

א. **הטבלה המלאה:**

	אופניים	אין אופניים	סה"כ
מכונית	0.1	0.3	0.4
אין מכונית	0.15	0.45	0.6
סה"כ	0.25	0.75	1

ב. 0.45

ג. 0.3

ד. **כן** – $0.1 = 0.4 \cdot 0.25$

ה. 0.4

שאלה 4

א. **הטבלה המלאה:**

	פיזיקה	בלי פיזיקה	סה"כ
5 יח'	0.3	0.3	0.6
לא 5 יח'	0.06	0.34	0.4
סה"כ	0.36	0.64	1

ב. 0.36

ג. 0.5

ד. $\frac{5}{6} \approx 0.8333$

ה. 0.34

שאלה 5

	תה	קפה	סה"כ
גברים	0.1	0.35	0.45
נשים	0.3	0.25	0.55
סה"כ	0.4	0.6	1

א. $x = 0.1$

ב. $\frac{6}{11} \approx 0.5455$

ג. $\frac{7}{12} \approx 0.5833$

ד. **לא** – $0.3 \neq 0.22 = 0.55 \cdot 0.4$

שאלה 6

	יוגה	בלי יוגה	סה"כ
גברים	0.12	0.28	0.4
נשים	0.36	0.24	0.6
סה"כ	0.48	0.52	1

א. 0.48

ב. 0.25

ג. 0.2304

ד. 0.2112

שאלה 7

	חורף	לא חורף	סה"כ
קיץ	0.2	0.2	0.4
לא קיץ	0.3	0.3	0.6
סה"כ	0.5	0.5	1

א. $x = 0.2$ או $x = 0.3$

ב. $x = 0.2$

ג. 0.4

מתמטריק
ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף

ברנולי

התפלגות בינומית: בדיוק · לפחות · לכל היותר

הסתברות
571 · 471

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

תזכורת

- נוסחת ברנולי: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ – n ניסויים זהים ובלתי תלויים, ובכל ניסוי הסתברות ההצלחה היא p.
- "לפחות פעם אחת": $1 - P(X = 0)$. "לכל היותר k": מחברים $P(X = 0) + \ldots + P(X = k)$.
- "לפחות k": מחברים מ־k ועד n, או משתמשים במשלים.

חלק א – שאלות בסיסיות

1 שאלה 1 בסיסי

מטילים קובייה הוגנת 5 פעמים.

א. מה ההסתברות לקבל 6 בדיוק פעמיים?

ב. מה ההסתברות שלא יתקבל 6 אף פעם?

ג. מה ההסתברות לקבל 6 לפחות פעם אחת?

2 שאלה 2 בסיסי

קלעית פוגעת במטרה בהסתברות 0.7 בכל ירייה, ללא תלות ביריות האחרות. היא יורה 6 יריות.

א. מה ההסתברות שתפגע בדיוק 4 פעמים?

ב. מה ההסתברות שתפגע לפחות 5 פעמים?

ג. מה ההסתברות שתפגע לכל היותר פעם אחת?

חלק ב – שאלות ברמה בינונית

3 שאלה 3 בינוני

במבחן אמריקאי 8 שאלות, ולכל שאלה 4 תשובות שרק אחת מהן נכונה. תלמיד שלא למד מנחש את התשובה בכל השאלות.

א. מה ההסתברות שיענה נכון בדיוק על 3 שאלות?

ב. כדי לעבור את המבחן צריך לענות נכון לפחות על 6 שאלות. מה ההסתברות שהתלמיד יעבור?

ג. מה ההסתברות שיענה נכון לכל היותר על שאלה אחת?

4 שאלה 4 בינוני

מטבע לא הוגן מוטל 3 פעמים. ההסתברות שלא יתקבל "עץ" אף פעם היא 0.064.

א. מה ההסתברות לקבל "עץ" בהטלה אחת?

ב. מה ההסתברות לקבל "עץ" בדיוק פעמיים ב־3 ההטלות?

ג. מטילים את המטבע 4 פעמים. מה ההסתברות לקבל "עץ" לפחות 3 פעמים?

שאלה 5 בינוני

ההסתברות שכדורסלנית תקלע זריקה מקו 3 הנקודות היא 0.4, ללא תלות בזריקות האחרות.

א. היא זורקת 4 זריקות. מה ההסתברות שתקלע לפחות פעם אחת?

ב. מהו מספר הזריקות הקטן ביותר שעליה לזרוק, כדי שההסתברות שתקלע לפחות פעם אחת תהיה לפחות 0.9? (בדקו ערכים של n)

חלק ג – שאלות מתקדמות (מתאים במיוחד ל־5 יח')

שאלה 6 מתקדם

במפעל, 10% מהמוצרים פגומים. בודק בוחר באקראי 5 מוצרים (הבחירות בלתי תלויות).

א. מה ההסתברות שבדיוק מוצר אחד פגום?

ב. מה ההסתברות שלפחות 2 מוצרים פגומים?

ג. ידוע שלפחות מוצר אחד פגום. מה ההסתברות שבדיוק מוצר אחד פגום?

ד. ידוע שלפחות מוצר אחד פגום. מה ההסתברות שהמוצר הראשון שנבדק פגום?

שאלה 7 מתקדם

יעל משחקת 4 משחקים. בכל משחק היא מנצחת בהסתברות p $(0 < p < 1)$, ללא תלות במשחקים האחרים. ההסתברות שתנצח בדיוק במשחק אחד שווה להסתברות שתנצח בדיוק בשני משחקים.

א. מצאו את p.

ב. מה ההסתברות שיעל תנצח לפחות ב־3 משחקים?

ג. מה ההסתברות שיעל תנצח בדיוק במשחק אחד?

שאלה 8 מתקדם

בחודשי החורף, ההסתברות שירד גשם ביום מסוים היא 0.3, ללא תלות בימים אחרים. מסתכלים על שבוע אחד (7 ימים).

א. מה ההסתברות שירד גשם בדיוק ביומיים?

ב. מה ההסתברות שירד גשם בדיוק בשני הימים הראשונים של השבוע, ובשאר הימים לא?

ג. מה ההסתברות שירד גשם בדיוק ביומיים, ושני הימים האלה צמודים זה לזה?

ד. ידוע שירד גשם בדיוק ביומיים. מה ההסתברות שהם צמודים זה לזה?

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · ברנולי

תשובות סופיות

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. מספר לא שלם מעוגל ל־4 ספרות אחרי הנקודה.

שאלה 1

א. $\frac{625}{3888} \approx 0.1608$

ב. $\frac{3125}{7776} \approx 0.4019$

ג. $\frac{4651}{7776} \approx 0.5981$

שאלה 2

א. ≈ 0.3241

ב. ≈ 0.4202

ג. ≈ 0.0109

שאלה 3

א. $\frac{1701}{8192} \approx 0.2076$

ב. $\frac{277}{65536} \approx 0.0042$

ג. $\frac{24057}{65536} \approx 0.3671$

שאלה 4

א. 0.6

ב. 0.432

ג. 0.4752

שאלה 5

א. 0.8704

ב. $n = 5$

בדיקה: $n = 5 \to \approx 0.9222$, $n = 4 \to 0.8704$

שאלה 6

א. ≈ 0.3281

ב. ≈ 0.0815

ג. ≈ 0.8011

ד. ≈ 0.2442

שאלה 7

א. $p = 0.4$

ב. 0.1792

ג. 0.3456

שאלה 8

א. ≈ 0.3177

ב. ≈ 0.0151

ג. ≈ 0.0908

ד. $\frac{2}{7} \approx 0.2857$

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף

משולב: עץ, טבלה וברנולי

עץ · טבלה דו־ממדית · ברנולי – שאלות בסגנון בגרות

הסתברות
571 · 471

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

📌 תזכורת

- עץ: כופלים לאורך ענף, מחברים בין ענפים. טבלה: $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
- ברנולי: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$. בשאלה משולבת, p של ברנולי הוא לרוב תוצאה של סעיף קודם.

חלק א – שאלות משולבות

1 שאלה 1 בינוני

דני מגיע לבית הספר באופניים או באוטובוס. בכל יום, ההסתברות שיגיע באופניים היא 0.6. כשהוא מגיע באופניים, ההסתברות שיאחר היא 0.05, וכשהוא מגיע באוטובוס, ההסתברות שיאחר היא 0.2.

א. מה ההסתברות שדני יאחר ביום מסוים?

ב. דני איחר. מה ההסתברות שהגיע באוטובוס?

ג. מה ההסתברות שבשבוע לימודים של 5 ימים (הימים בלתי תלויים) דני יאחר בדיוק ביומיים?

ד. מה ההסתברות שבאותו שבוע דני יאחר לכל היותר ביום אחד?

2 שאלה 2 בינוני

בבית ספר גדול, 45% מהתלמידים הם בנים. 18% מכלל התלמידים הם בנים שחברים בחוג רובוטיקה, ו־12% מכלל התלמידים הם בנות שחברות בחוג.

א. השלימו טבלה דו־ממדית של הסתברויות. מה ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי חבר בחוג?

ב. נבחרה בת. מה ההסתברות שהיא חברה בחוג?

ג. האם המאורעות "התלמיד בן" ו"התלמיד חבר בחוג" בלתי תלויים? נמקו.

ד. בוחרים באקראי 4 תלמידים. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם הוא בת שחברה בחוג?

ה. מה ההסתברות שלפחות אחד מה־4 הוא בן שחבר בחוג?

3 שאלה 3 בינוני

במשחק מטילים קובייה הוגנת. אם מתקבל 5 או 6 – מוציאים כדור מקופסה א', שבה 3 כדורים אדומים וכדור לבן אחד. אחרת – מוציאים כדור מקופסה ב', שבה כדור אדום אחד ו־3 כדורים לבנים. מנצחים במשחק אם הכדור שהוצא אדום. אחרי כל משחק מחזירים את הכדור לקופסה.

א. מה ההסתברות לנצח במשחק?

ב. משחק הסתיים בניצחון. מה ההסתברות שהכדור הוצא מקופסה א'?

ג. משחקים 3 משחקים. מה ההסתברות לנצח בדיוק ב־2 מהם?

ד. מה ההסתברות לנצח לפחות במשחק אחד מתוך ה־3?

ה. מהו מספר המשחקים הקטן ביותר שצריך לשחק, כדי שההסתברות לנצח לפחות פעם אחת תהיה גדולה מ־0.95? (בדקו ערכים של n)

חלק ב – שאלות משולבות מתקדמות (5 יח')

4 שאלה 4 מתקדם

בעיר מסוימת, 30% מהתושבים גרים בבית פרטי והשאר בדירה. 36% מהתושבים מגדלים חיית מחמד. ההסתברות שתושב גר בדירה ומגדל חיית מחמד גדולה פי 2 מההסתברות שהוא גר בבית פרטי ומגדל חיית מחמד.

א. נסמן ב־x את ההסתברות שתושב גר בבית פרטי ומגדל חיית מחמד. מצאו את x והשלימו טבלה דו־ממדית.

ב. תושב גר בבית פרטי. מה ההסתברות שהוא מגדל חיית מחמד?

ג. תושב גר בדירה. מה ההסתברות שהוא מגדל חיית מחמד?

ד. תושב לא מגדל חיית מחמד. מה ההסתברות שהוא גר בבית פרטי?

ה. בוחרים באקראי 3 תושבים שגרים בבית פרטי. מה ההסתברות שבדיוק 2 מהם מגדלים חיית מחמד?

5 שאלה 5 מתקדם

בכל סבב באימון, שחקן זורק 2 זריקות עונשין. ההסתברות שיקלע בזריקה הראשונה היא 0.7. אם קלע בראשונה, ההסתברות שיקלע בשנייה היא 0.8. אם החטיא בראשונה, ההסתברות שיקלע בשנייה היא 0.5. סבב נקרא "מוצלח" אם השחקן קלע בשתי הזריקות.

א. מה ההסתברות שסבב יהיה מוצלח?

ב. מה ההסתברות שבסבב השחקן יקלע בדיוק בזריקה אחת?

ג. ידוע שבסבב השחקן קלע בדיוק בזריקה אחת. מה ההסתברות שקלע בזריקה השנייה?

ד. השחקן משחק 5 סבבים בלתי תלויים. מה ההסתברות שבדיוק 3 מהם יהיו מוצלחים?

ה. מה ההסתברות שלפחות 4 מה־5 סבבים יהיו מוצלחים?

6 שאלה 6 מתקדם

במבחן אמריקאי, לכל שאלה 4 תשובות ורק אחת מהן נכונה. ההסתברות שתלמיד יודע את התשובה לשאלה היא p. אם הוא יודע – הוא עונה נכון. אם הוא לא יודע – הוא מנחש אחת מ־4 התשובות.

א. הביעו באמצעות p את ההסתברות שהתלמיד יענה נכון על שאלה.

ב. ידוע שההסתברות שהתלמיד יענה נכון על שאלה היא 0.7. מצאו את p.

ג. התלמיד ענה נכון על שאלה. מה ההסתברות שהוא ידע את התשובה?

ד. במבחן 5 שאלות (בלתי תלויות). מה ההסתברות שהתלמיד יענה נכון לפחות על 4 שאלות?

ה. מה ההסתברות שהתלמיד ניחש בדיוק בשאלה אחת מתוך ה־5?

מתמטריק ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף · משולב: עץ, טבלה וברנולי

תשובות סופיות

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. מספר לא שלם מעוגל ל־4 ספרות אחרי הנקודה.

שאלה 1

א. 0.11

ב. $\frac{8}{11} \approx 0.7273$

ג. ≈ 0.0853

ד. ≈ 0.9035

שאלה 2

	בחוג	לא בחוג	סה"כ
בנים	0.18	0.27	0.45
בנות	0.12	0.43	0.55
סה"כ	0.3	0.7	1

א. 0.3

ב. $\frac{12}{55} \approx 0.2182$

ג. **לא** – $0.18 \neq 0.135 = 0.3 \cdot 0.45$

ד. ≈ 0.3271

ה. ≈ 0.5479

שאלה 3

א. $\frac{5}{12} \approx 0.4167$

ב. $\frac{3}{5} = 0.6$

ג. $\frac{175}{576} \approx 0.3038$

ד. $\frac{1385}{1728} \approx 0.8015$

ה. $n = 6$

בדיקה: $n = 6 \to \approx 0.9606$, $n = 5 \to \approx 0.9325$

שאלה 4

	חיית מחמד	בלי	סה"כ
בית פרטי	0.12	0.18	0.3
דירה	0.24	0.46	0.7
סה"כ	0.36	0.64	1

א. $x = 0.12$

ב. 0.4

ג. $\frac{12}{35} \approx 0.3429$

ד. $\frac{9}{32} \approx 0.2813$

ה. 0.288

שאלה 5

א. 0.56

ב. 0.29

ג. $\frac{15}{29} \approx 0.5172$

ד. ≈ 0.34

ה. ≈ 0.2714

שאלה 6

א. $\frac{3p+1}{4}$

ב. $p = 0.6$

ג. $\frac{6}{7} \approx 0.8571$

ד. ≈ 0.5282

ה. 0.2592

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 10

סטטיסטיקה

16 שיעורים בקורס · עמודים 298–305

בפרק הזה

חוברת קורס סטטיסטיקה-שאלון 471-4 יחידות (8 עמודים) עמ' 298

בס"ד

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – סטטיסטיקה

4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

1 שיעור 1

🎬 סרטון שיעור 1

לפניכם רשימה של ציונים שהתקבלו בכיתה מסוימת:

2 , 8 , 7 , 6 , 8 , 8 , 2 , 6 , 6 , 6 , 7 , 7 , 2 , 2 , 8 , 10

א. סדרו את הציונים בטבלת שכיחויות.

✅ **פתרון סופי:**

ציון	2	6	7	8	10
מספר תלמידים	4	4	3	4	1

ב. חשבו את ממוצע הציונים בכיתה.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = \frac{95}{16} \approx 5.94$

ג. סרטטו דיאגרמת מקלות של התפלגות הציונים.

✅ **פתרון סופי:** **ציר אופקי – הציון, ציר אנכי – מספר התלמידים. מקלות בגובה 4, 4, 3, 4, 1 מעל הציונים 2, 6, 7, 8, 10**

2 שיעור 2

🎬 סרטון שיעור 2

ציון	50	60	70	80
מספר תלמידים	2	3	1	2

א. מהי השכיחות היחסית לקבל את הציון 70?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{1}{8} = 0.125$

ב. מהי השכיחות היחסית לקבל את הציון 50?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25$

3 שיעור 3

🎬 סרטון שיעור 3

מצא את השכיח והחציון לציונים הבאים:

א. 50 , 50 , 50 , 60 , 70 , 80 , 80

✅ **פתרון סופי:** **שכיח = 50 , חציון = 60**

ב. 60 , 60 , 70 , 80 , 90 , 100

✅ **פתרון סופי:** **שכיח = 60 , חציון = 75**

ג. 70 , 80 , 90 , 90 , 100 , 100 , 100

✅ **פתרון סופי:** **שכיח = 100 , חציון = 95**

4 שיעור 4

סרטון שיעור 4

נבדק מספר הילדים במשפחה ב־32 משפחות. התוצאות מוצגות בטבלה:

מספר ילדים במשפחה	1	2	3	4	5
מספר משפחות	4	8	12	6	2

א. חשבו את הממוצע של מספר הילדים במשפחה.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = \frac{90}{32} \approx 2.81$

ב. סרטטו דיאגרמת מקלות.

✅ **פתרון סופי: ציר אופקי – מספר הילדים, ציר אנכי – מספר המשפחות. מקלות בגובה 4, 8, 12, 6, 2 מעל 1, 2, 3, 4, 5**

ג. מהו החציון?

✅ **פתרון סופי: חציון = 3 (המקומות 16 ו־17)**

ד. מהו השכיח?

✅ **פתרון סופי: שכיח = 3**

ה. מהי ההסתברות שבמשפחה שנבחרה באקראי יש לפחות 3 ילדים?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{20}{32} = \frac{5}{8} = 0.625$

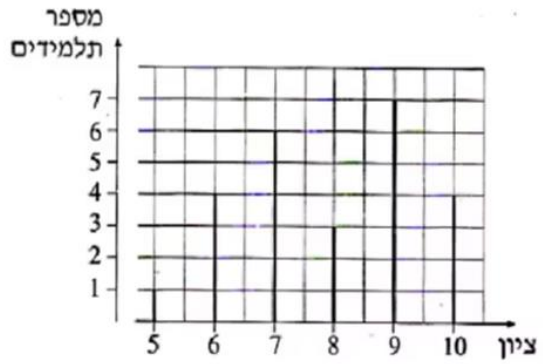
ו. מהי השכיחות היחסית של משפחות עם 2 ילדים?

✅ **פתרון סופי:** $\frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 0.25$

5 שיעור 5

סרטון שיעור 5

לפניכם דיאגרמת מקלות המתארת את התפלגות הציונים בתנ"ך בכיתה מסוימת. בוחרים באקראי תלמיד מהכיתה.



א. כמה תלמידים בכיתה?

✅ **פתרון סופי: 25 תלמידים**

ב. מהו ממוצע הציונים בתנ"ך בכיתה?

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = \frac{198}{25} = 7.92$

ג. מהו חציון הציונים? נמקו.

✅ **פתרון סופי: חציון = 8 (המקום ה־13)**

ד. מהו הציון השכיח? נמקו.

✅ **פתרון סופי: שכיח = 9 (7 תלמידים)**

ה. מהי ההסתברות שציונו נמוך מהממוצע?

✅ **פתרון סופי:** $p = \frac{11}{25} = 0.44$

ו. האם ההסתברות שציונו גבוה מ־9 שווה להסתברות שציונו נמוך מ־6? נמקו.

✅ **פתרון סופי: לא:** $\frac{4}{25} \neq \frac{1}{25}$

ז. מהי ההסתברות שציונו בין 6 ל־9 (כולל)?

✅ **פתרון סופי:** $p = \frac{20}{25} = 0.8$

6 שיעור 6

🎬 סרטון שיעור 6

חורף 2022 יואב נבחן במשך שנת הלימודים בחמישה מבחנים רגילים במתמטיקה. הציונים שקיבל יואב במבחנים אלה הם: **73 , 84 , 76 , 92 , 100.**

א. (1) מהו הציון הממוצע של יואב במבחנים הרגילים במתמטיקה?

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = \frac{425}{5} = 85$

(2) אם נבחר באקראי אחד מחמשת הציונים האלה, מהי ההסתברות שהציון שנבחר יהיה גבוה מן הציון הממוצע?

✅ **פתרון סופי:** $p = \frac{2}{5} = 0.4$

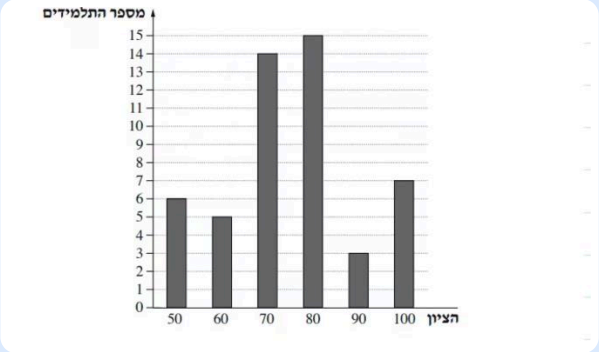
ב. בסוף השנה נבחן יואב במבחן מסכם וקיבל 90. הציון השנתי הסופי מורכב מ־60% מהציון הממוצע במבחנים הרגילים ו־40% מהציון במבחן המסכם. מהו הציון השנתי הסופי במתמטיקה שקיבל יואב?

✅ **פתרון סופי:** $0.6 \cdot 85 + 0.4 \cdot 90 = 87$

7 שיעור 7

🎬 סרטון שיעור 7

2021 ב בדיאגרמת העמודות שלפניך מוצגת התפלגות הציונים במתמטיקה שקיבלו כל תלמידי שכבה י' בתיכון "עירוני א'".



א. מהו מספר התלמידים בשכבה י' בתיכון "עירוני א'"?

✅ **פתרון סופי: 50 תלמידים**

ב. חשב את ממוצע הציונים במתמטיקה של תלמידי שכבה י'.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = \frac{3750}{50} = 75$

ג. תלמיד מצטיין הוא תלמיד שקיבל ציון גבוה מ־89. בוחרים באקראי תלמיד מהשכבה. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא תלמיד מצטיין?

✅ **פתרון סופי:** $p = \frac{10}{50} = 0.2$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

ד. ציונו של אחד התלמידים עלה ב־20 נקודות. מהו ממוצע הציונים החדש של כל תלמידי השכבה?

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = \frac{3770}{50} = 75.4$

8 שיעור 8

סרטון שיעור 8

מצא את סטיית התקן לציונים הבאים:

א. 80 , 80 , 80 , 80

✅ **פתרון סופי:** $S = 0$

ב. 70 , 80 , 80 , 90

✅ **פתרון סופי:** $S = \sqrt{50} \approx 7.07$

9 שיעור 9

סרטון שיעור 9

2020 מועד ב לפניך רשימה של שבעה ציונים: 75 , 79 , 81 , 83 , 85 , 87 , 91.

א. חשב את ממוצע הציונים ברשימה.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = 83$

ב. חשב את סטיית התקן של הציונים ברשימה.

✅ **פתרון סופי:** $S = \sqrt{24} \approx 4.90$

ג. שגיא טוען שאם יוסיפו לרשימת הציונים את הציון 84, הממוצע של רשימת הציונים יגדל. האם הוא צודק? נמק.

✅ **פתרון סופי:** **צודק – 84 גדול מהממוצע 83**

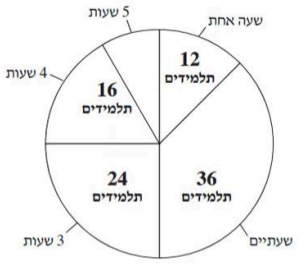
ד. הוסיפו ציון לרשימה של שבעת הציונים, והממוצע של הרשימה לא השתנה. מה היה הציון שהוסיפו? נמק.

✅ **פתרון סופי:** **83 – ציון השווה לממוצע**

10 שיעור 10

סרטון שיעור 10

חורף 2022 בשכבת כיתות י"א בבית ספר מסוים יש 96 תלמידים המתנדבים למען הקהילה. בדיאגרמת העיגול מוצגת התפלגות התלמידים בשכבה זו לפי מספר שעות ההתנדבות שלהם בשבוע.



א. כמה תלמידים בשכבה זו מתנדבים 5 שעות בשבוע?

✅ **פתרון סופי:** **8 תלמידים**

ב. חשב את ממוצע שעות ההתנדבות בשבוע לתלמיד בשכבה זו.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = \frac{260}{96} \approx 2.71$

ג. תלמיד משכבה זו נבחר באקראי. מהי ההסתברות שהוא מתנדב 4 שעות בשבוע בדיוק?

✅ **פתרון סופי:** $p = \frac{16}{96} = \frac{1}{6} \approx 0.167$

ד. לשכבת י״א נוספו 9 תלמידים המתנדבים 3 שעות בשבוע.
האם השתנה ממוצע שעות ההתנדבות? נמק.

✅ **פתרון סופי: כן, גדל:** $\bar{x} = \frac{287}{105} \approx 2.73$

11 שיעור 11

🎬 סרטון שיעור 11

מצא את סוג המשתנה (כמותי בדיד, כמותי רציף, איכותי):

טבלה 1:

שכר ביום בש״ח	300	220	180
מספר עובדים	7	13	20

✅ **פתרון סופי: כמותי רציף**

טבלה 2:

גובה התרומה (בשקלים)	5	10	20	50
מספר התורמים	42	71	53	34

✅ **פתרון סופי: כמותי רציף**

טבלה 3:

מספר הילדים במשפחה	1	2	3	4	5
מספר המשפחות	4	8	12	6	2

✅ **פתרון סופי: כמותי בדיד**

טבלה 4:

כיתה	י״א 1	י״א 2	י״א 3	י״א 4
מספר התלמידים	25	30	35	40
ממוצע הציונים	60	80	50	70

✅ **פתרון סופי: כמותי רציף (ממוצע הציונים)**

טבלה 5:

צבע עיניים	כחול	חום	שחור	ירוק
כמות	2	8	4	3

✅ **פתרון סופי: איכותי**

טבלה 6:

סוג דם	A	B	AB	O
כמות	2	8	4	3

✅ **פתרון סופי: איכותי**

12 שיעור 12

🎬 סרטון שיעור 12

בטבלה שלפניכם מוצגים מחירי הדירות בנות 4 חדרים:

מחיר הדירה (₪)	900,000	1,000,000	1,150,000	1,300,000
מספר דירות	9	36	27	18

א. מצא את הטווח.

✅ **פתרון סופי: טווח = 400,000 ₪**

ב. מצא את השכיח.

✅ **פתרון סופי: שכיח = 1,000,000 ₪**

ג. מצא את החציון.

✅ **פתרון סופי: חציון = 1,075,000 ₪**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

שיעור 13

סרטון שיעור 13

נתונים המספרים 12 , 10 , 8 , 6 , 6.

💡 כלל: הכפלה או הוספה של k לכל הנתונים

אם נכפיל או נחלק פי k כל אחד מהנתונים – גם כל המדדים (טווח, שכיח, ממוצע, חציון, סטיית תקן) יוכפלו או יחולקו פי k.
אם נוסיף או נפחית k מכל אחד מהנתונים – הטווח וסטיית התקן לא ישתנו; הממוצע, החציון והשכיח ישתנו גם הם ב־k.
(בהכפלה במספר שלילי: הטווח וסטיית התקן מוכפלים בערכו המוחלט של k)

א. חשב טווח, ממוצע, חציון, סטיית תקן ושכיח.

✅ **פתרון סופי: טווח = 6 , ממוצע = 8.4 , חציון = 8 , $S \approx 2.33$, שכיח = 6**

ב. אם נכפיל את כל אחד מהנתונים פי 3, האם המדדים ישתנו?

✅ **פתרון סופי: כולם גדלים פי 3: טווח 18 , ממוצע 25.2 , חציון 24 , $S \approx 7$, שכיח 18**

ג. אם נוסיף לכל אחד מהנתונים 2, האם המדדים ישתנו?

✅ **פתרון סופי: ממוצע 10.4 , חציון 10 , שכיח 8 (עולים ב־2). הטווח (6) וסטיית התקן לא משתנים**

שיעור 14

סרטון שיעור 14

בחברה יש 3 דרגות שכר לשעה. 100 מעובדי החברה משתכרים 50 שקלים לשעה. 60 מעובדי החברה משתכרים 75 שקלים לשעה. שאר העובדים משתכרים 125 שקלים לשעה. ממוצע השכר לשעה של כל עובדי החברה הוא 72.5 שקלים.

א. חשב את מספר העובדים בחברה.

✅ **פתרון סופי: 200 עובדים**

ב. מצא את השכר השכיח לשעה ואת השכר החציוני לשעה.

✅ **פתרון סופי: שכיח = 50 , חציון = 62.5**

ג. חשב את הטווח ואת סטיית התקן של השכר לשעה.

✅ **פתרון סופי: טווח = 75 , $S \approx 28.39$**

ד. (1) הוחלט להעלות לכל העובדים את השכר לשעה ב־5 שקלים. האם כל אחד ממדדי המרכז (חציון, שכיח, ממוצע) משתנה? נמק את תשובתך לגבי כל אחד מהמדדים ומצא אותו במקרה של שינוי.

✅ **פתרון סופי: כולם עולים ב־5: חציון 67.5 , שכיח 55 , ממוצע 77.5**

(2) האם סטיית התקן גדלה, קטנה או לא משתנה בעקבות העלאת השכר? נמק.

✅ **פתרון סופי: לא משתנה**

שיעור 15

סרטון שיעור 15

תלמידים נבחנו במבחן בו התקבלו הציונים 6, 8 ו־9 בלבד. התלמידים חולקו לשתי קבוצות בעלות אותו מספר תלמידים: קבוצה א׳ וקבוצה ב׳. ממוצע הציונים בכל קבוצה 8. בקבוצה א׳ 12 תלמידים קיבלו ציון 9 וסטיית התקן הייתה 1.2.

א. (1) בקבוצה א׳: כמה תלמידים קיבלו את הציון 6?

✅ **פתרון סופי: 6 תלמידים**

(2) כמה תלמידים היו בקבוצה?

✅ **פתרון סופי: 25 תלמידים**

(3) מצא את השכיח והחציון של הציונים.

✅ **פתרון סופי: שכיח = 9 , חציון = 8**

ב. בקבוצה ב׳ מספר התלמידים שקיבלו ציון 8 היה גדול ממספר התלמידים שקיבלו ציון זה בקבוצה א׳. האם סטיית התקן בקבוצה ב׳ גדולה, שווה או קטנה מסטיית התקן של קבוצה א׳? נמק.

✅ **פתרון סופי: קטנה – יותר ציונים שווים לממוצע**

ג. לקבוצה ב׳ הצטרפו מספר תלמידים שנבחנו במועד ב׳, וציוניהם 5, 6 ו־7. האם הממוצע של הקבוצה גדל, קטן או נשאר ללא שינוי? נמק.

✅ **פתרון סופי: קטן – ממוצע המצטרפים 6 נמוך מ־8**

ד. לקבוצה א׳ הצטרף תלמיד שנבחן במועד ב׳. מתברר שאחרי הצטרפותו חציון הקבוצה לא השתנה. האם הצטרפותו משנה את הממוצע ואת השכיח של הקבוצה? נמק.

✅ **פתרון סופי: השכיח לא משתנה (9). הממוצע: לא משתנה אם קיבל 8, קטן אם קיבל פחות מ־8**

16 שיעור 16

🎬 סרטון שיעור 16

2020 לפניך טבלה המייצגת התפלגות השכר בש״ח ליום עבודה של עובדי מפעל א׳.

שכר ביום בש״ח	300	220	180
מספר עובדים	7	13	20

א. חשב את המדדים הבאים של מפעל א׳:

(1) השכר השכיח ליום והשכר החציוני ליום.

✅ **פתרון סופי: שכיח = 180 , חציון = 200**

(2) השכר הממוצע ליום.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = 214$

(3) הטווח וסטיית התקן של השכר ליום.

✅ **פתרון סופי: טווח = 120 ,** $S \approx 43.41$

ב. במפעל ב׳, שבו אותו מספר עובדים כמו במפעל א׳, המדדים הם: השכר הממוצע ליום זהה למפעל א׳ (214), השכר השכיח ליום הוא 200 ש״ח, השכר החציוני ליום הוא 218 ש״ח, סטיית התקן היא 15.7 ש״ח.
(1) באיזה מפעל יש הבדלי שכר גדולים יותר בין העובדים? נמק.

✅ **פתרון סופי: במפעל א׳ – סטיית התקן 43.41 גדולה מ־15.7**

(2) האם במפעל ב׳ השכר הנמוך ביותר ליום הוא 210 ש״ח? נמק.

✅ **פתרון סופי: לא – השכיח 200 נמוך מ־210**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

(3) האם במפעל ב׳ רוב (יותר ממחצית) העובדים מקבלים שכר גדול או שווה ל־200 ש״ח ליום? נמק.

✅ **פתרון סופי: כן – החציון 218, כך שלפחות מחצית מקבלים 218 ומעלה, ועוד מי שמקבלים 200**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

מתמטריק ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 11

התפלגות נורמלית

20 שיעורים בקורס · עמודים 307–313

בפרק הזה

חוברת הקורס התפלגות נורמלית 471 (7 עמודים) עמ' 307

ב"ה

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – התפלגות נורמלית

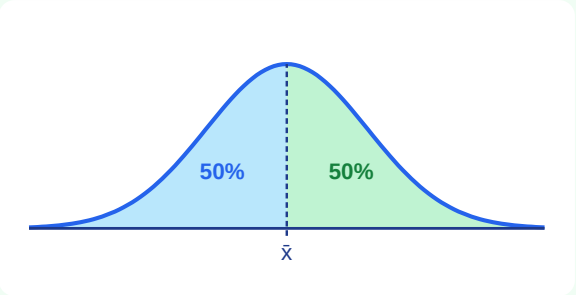
4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

פרק 1 – התפלגות נורמלית

1 שיעור 1 – הסבר על גרף פעמון

🎬 סרטון שיעור 1



הגרף סימטרי: 50% מהנתונים מתחת לממוצע ו־50% מעליו · הממוצע = החציון = השכיח

ציון תקן: $$Z = \frac{X - \bar{x}}{S}$$

2 שיעור 2

🎬 סרטון שיעור 2

ראובן קיבל ציון 65 בבחינה שממוצע הציונים בה היה $\bar{x} = 62$, וסטיית התקן הייתה $S = 5$. שמעון קיבל ציון 72 בבחינה שממוצע הציונים בה היה $\bar{x} = 68$, וסטיית התקן הייתה $S = 8$.

א. מי הצליח יותר בבחינה (בהשוואה לשאר הנבחנים בה), שמעון או ראובן? נמק.

✅ **פתרון סופי: ראובן הצליח יותר:** $Z = 0.6$ **לעומת** $Z = 0.5$ **של שמעון**

ב. תלמיד קיבל ציון 80 בבחינה שבה נבחן ראובן. איזה ציון בבחינה שבה נבחן שמעון שקול לציון זה?

✅ **פתרון סופי:** 96.8

3 שיעור 3

🎬 סרטון שיעור 3

באזור מסוים בארץ נערכו שני מבחנים משווים בהבנת הנקרא. הציונים בכל אחד מהמבחנים התפלגו נורמלית. ממוצע הנקודות במבחן א היה 75, וסטיית התקן הייתה 6 נקודות. ממוצע הנקודות במבחן ב היה 71, וסטיית התקן הייתה 8 נקודות.

א. יובל ניגש לשתי הבחינות, וקיבל בשתי הבחינות אותו ציון: 80. באיזה מבחן הצליח יובל יותר בהשוואה לשאר התלמידים שנבחנו? נמקו.

✅ **פתרון סופי: במבחן ב:** $Z = 1.125$ **לעומת** $Z \approx 0.83$ **במבחן א**

ב. גם הדס ניגשה לשתי הבחינות, ובשתיהן קיבלה אותו ציון: 87. באיזה מבחן הצליחה הדס יותר בהשוואה לשאר התלמידים שנבחנו? נמקו.

✅ **פתרון סופי: באותה מידה בשני המבחנים:** $Z = 2$ **בשניהם**

שיעור 4

סרטון שיעור 4

מצא את ההסתברות המתאימה לציוני התקן הבאים (מה אחוז התלמידים הנמוכים ממנו):

א. $Z = 2$

✅ **פתרון סופי:** 0.9772 **(97.72%)**

ב. $Z = 1.23$

✅ **פתרון סופי:** 0.8907 **(89.07%)**

ג. $Z = -1.92$

✅ **פתרון סופי:** 0.0274 **(2.74%)**

שיעור 5

סרטון שיעור 5

ציוני בחינות בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית. הציון הממוצע הוא 75, וסטיית התקן היא 15.

א. בוחרים באקראי תלמיד. מהי ההסתברות שהציון שלו נמוך מ־95?

✅ **פתרון סופי:** 0.9082 **(90.82%)**

ב. בוחרים באקראי תלמיד. מהי ההסתברות שהציון שלו בין 60 ל־95?

✅ **פתרון סופי:** 0.7495 **(74.95%)**

שיעור 6

סרטון שיעור 6

ציוני בחינות בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית. הציון הממוצע הוא 75, וסטיית התקן היא 15.

מהו הציון ש־0.749 מהתלמידים נמוכים ממנו?

✅ **פתרון סופי:** $Z = 0.67$, $X = 85.05$ **(בערך 85)**

שיעור 7

סרטון שיעור 7

בכיתה ט׳ נערך מבחן במתמטיקה. הציונים במבחן מתפלגים נורמלית. ידוע ש־50% מהתלמידים קיבלו ציון גבוה מ־75 ו־50% קיבלו ציון נמוך מ־75.

א. מצא את הממוצע, החציון והשכיח.

✅ **פתרון סופי:** **ממוצע 75, חציון 75, שכיח 75**

ב. משה קיבל במבחן זה 85, וידוע ש־20% מהתלמידים ציונם גבוה ממנו. מצא את סטיית התקן.

✅ **פתרון סופי:** $S \approx 11.9$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

8 שיעור 8

סרטון שיעור 8

ציוני הכיתה מתפלגים נורמלית. בכל סעיף נתון ציון התקן המתאים למבחנו של אורי. א. קבע האם ציונו של אורי מעל הממוצע או מתחת לממוצע. ב. מצא את אחוז התלמידים שציונם נמוך מאורי ואת אחוז התלמידים שציונם גבוה מאורי.

1. $Z = 0.22$

✅ **פתרון סופי: א. מעל הממוצע. ב. 58.71% נמוכים ממנו, 41.29% גבוהים ממנו**

2. $Z = -0.44$

✅ **פתרון סופי: א. מתחת לממוצע. ב. 33% נמוכים ממנו, 67% גבוהים ממנו**

9 שיעור 9

סרטון שיעור 9

ציוני הכיתה מתפלגים נורמלית. מצא את ציון התקן המתאים לציון של אורי:

1. ידוע ש־80% מהתלמידים קיבלו ציון נמוך מאורי.

✅ **פתרון סופי:** $Z = 0.84$

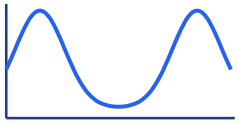
2. ידוע ש־33% מהתלמידים קיבלו ציון גבוה מאורי.

✅ **פתרון סופי:** $Z = 0.44$

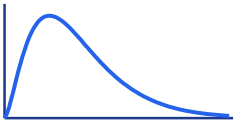
10 שיעור 10

סרטון שיעור 10

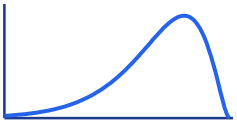
מבחן מסכם של קורס א באוניברסיטה היה קשה מהרגיל. רוב הציונים במבחן היו נמוכים ומעט ציונים היו גבוהים. במבחן המסכם של קורס ב התפלגות הציונים הייתה נורמלית. לפניכם ארבעה גרפים של התפלגות הציונים במבחן.



גרף 1



גרף 2



גרף 3

גרף 4

1. איזה מבין הגרפים יכול לתאר את התפלגות ציוני המבחן המסכם של קורס א, ואיזה מתאים לקורס ב?

✅ **פתרון סופי: קורס א – גרף 2, קורס ב – גרף 1**

2. (1) קבע לאיזה מהגרפים מתאים ההיגד: רוב הציונים גבוהים, מעט ציונים נמוכים. נמק.

✅ **פתרון סופי: גרף 3**

2. (2) קבע לאיזה מהגרפים מתאים ההיגד: הרבה ציונים גבוהים, הרבה ציונים נמוכים, מעט ציוני ביניים. נמק.

✅ **פתרון סופי: גרף 4**

3. (1) בקורס שבו הציונים מתפלגים נורמלית ידוע שציון התקן המתאים ל־78 הוא 0. מהו הממוצע של הציונים בקורס זה?

✅ **פתרון סופי: 78**

3. (2) מהו החציון של הציונים בקורס זה?

✅ **פתרון סופי: 78**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

שיעור 11

סרטון שיעור 11

בבית הספר מסוים נערכה בחינת מתכונת במתמטיקה שתוצאותיה מתפלגות נורמלית. לבחינת המתכונת ניגשו 300 תלמידים. 20% מהציונים נמוכים מהציון 60. הציון הממוצע בבחינה הוא 75.

חשב את סטיית התקן של הציונים של בחינת המתכונת.

✅ **פתרון סופי:** $S \approx 17.86$

שיעור 12

סרטון שיעור 12

בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית. במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15. הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.

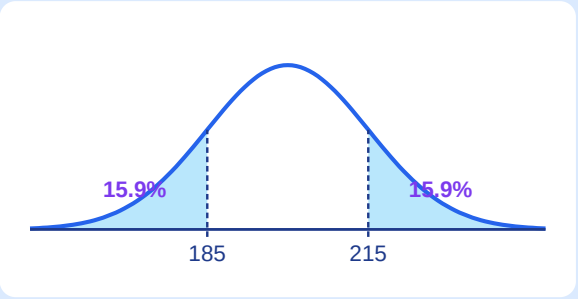
מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?

✅ **פתרון סופי:** 62.93%

שיעור 13

סרטון שיעור 13

אורך החיים של סוללה (בשעות) מתפלג נורמלית, כמתואר בסרטוט:



א. (1) מצאו את אורך החיים הממוצע של הסוללה.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = 200$ שעות

א. (2) מצאו את סטיית התקן.

✅ **פתרון סופי:** $S = 15$ שעות

ב. מפעל קנה 1,000 סוללות. כמה מהן עשויות לפעול למעלה מ־222.5 שעות?

✅ **פתרון סופי:** בערך 67 סוללות

שיעור 14

סרטון שיעור 14

ציוני הפסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם ממוצע 530. יוסי קיבל ציון 600. ידוע כי 84% מכלל הנבחנים קיבלו ציון נמוך מיוסי.

1. מהי סטיית התקן של הציונים?

✅ **פתרון סופי:** $S = 70$

2. מהו אחוז הנבחנים שנמצאים בטווח שבין הממוצע לבין הציון של יוסי?

✅ **פתרון סופי:** 34%

3. למבחן ניגשו 900 נבחנים. 300 מהם קיבלו ציון נמוך מציון מסוים. מצא ציון זה.

✅ **פתרון סופי:** $X \approx 499.9$ (כ־500)

פרק 2 – פתרון בגרויות

15 שיעור 15 — בגרות 2020 מועד ב

🎬 סרטון שיעור 15

בבית הספר מסוים נערכה בחינת מתכונת במתמטיקה שתוצאותיה מתפלגות נורמלית. לבחינת המתכונת ניגשו 300 תלמידים. 20% מהציונים נמוכים מהציון 60. הציון הממוצע בבחינה הוא 75.

א. חשב את סטיית התקן של הציונים של בחינת המתכונת.

✅ **פתרון סופי:** $S \approx 17.86$

ב. בבית הספר החליטו שכל התלמידים שהציון שלהם בבחינה נמוך מ-55 יקבלו שיעורי עזר. כמה תלמידים (בערך) יקבלו את שיעורי העזר?

✅ **פתרון סופי: 39 תלמידים (בערך)**

ג. במסגרת התנדבות בבית הספר הציעו ל-38 התלמידים המצטיינים, בעלי הציונים הגבוהים ביותר, לעזור לתלמידים מתקשים. מהו הציון המינימלי הנדרש להצטיינות?

✅ **פתרון סופי: 95 (בערך)**

16 שיעור 16 — בגרות חורף 2021

🎬 סרטון שיעור 16

הגובה של 2,000 מתגייסים בחודש מסוים מתפלג נורמלית. הגובה הממוצע של המתגייסים באותו חודש הוא 170 ס"מ וסטיית התקן היא 10 ס"מ.

(1) מצא את אחוז המתגייסים שגובהם מתחת ל-180 ס"מ.

✅ **פתרון סופי: 84.1%**

(2) מצא את מספר המתגייסים (בערך) שגובהם מעל 180 ס"מ.

✅ **פתרון סופי: 318 מתגייסים (בערך)**

17 שיעור 17 — בגרות 2021 מועד ב

🎬 סרטון שיעור 17

בבית ספר גדול הציונים בבחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם ממוצע 70 וסטיית תקן 25. הציונים בבחינת הבגרות באנגלית מתפלגים אף הם נורמלית עם ממוצע 75 וסטיית תקן 20. ציון עובר בכל אחת מן הבחינות הוא 55 ומעלה.

א. מהי ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות במתמטיקה?

✅ **פתרון סופי: 0.726**

ב. האם ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות באנגלית גדולה יותר מן ההסתברות לעבור את הבחינה במתמטיקה? נמק.

✅ **פתרון סופי: כן. באנגלית 0.841 ובמתמטיקה 0.726, לכן באנגלית ההסתברות לעבור גדולה יותר.**

18 שיעור 18 בגרות חורף 2022

🎬 סרטון שיעור 18

בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית. במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15. הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.

א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?

✅ **פתרון סופי: 62.93%**

ב. (1) הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78. אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה. סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10. חשב את הציון הממוצע במתכונת השנייה.

✅ **פתרון סופי: הממוצע במתכונת השנייה: 74.7**

ב. (2) מהו החציון של הציונים במתכונת השנייה? נמק.

✅ **פתרון סופי: 74.7 (בהתפלגות נורמלית החציון שווה לממוצע)**

ג. (1) אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות. ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו. מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?

✅ **פתרון סופי: 73**

ג. (2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמק את תשובתך.

✅ **פתרון סופי: במתכונת הראשונה (שם 73 מעל הממוצע 65.05, ובשנייה מתחת לממוצע 74.7)**

19 שיעור 19 בגרות חורף 2024

🎬 סרטון שיעור 19

משקלי התינוקות שנולדים בעיר מסוימת מתפלגים נורמלית. נתון כי המשקל הממוצע של התינוקות שנולדים בעיר זו הוא 3.4 ק"ג. 96.41% מן התינוקות בעיר זו נולדים במשקל נמוך מ־5.02 ק"ג.

א. מצא את סטיית התקן של משקלי התינוקות שנולדים בעיר זו.

✅ **פתרון סופי:** $S = 0.9$ **ק"ג**

ב. אורי נולד בעיר זו במשקל נמוך ממשקלם של 9% מן התינוקות שנולדים בה. מצא את המשקל שבו נולד אורי.

✅ **פתרון סופי: 4.606 ק"ג**

ג. (1) משקל הנמוך מ־1.5 ק"ג נחשב למשקל נמוך מאוד לתינוק שנולד. מהו אחוז התינוקות שנולדים במשקל נמוך מאוד בעיר זו?

✅ **פתרון סופי: 1.74%**

ג. (2) בשנה מסוימת נולדו בעיר זו 20,000 תינוקות. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה מן התינוקות האלה נולדו במשקל נמוך מאוד?

✅ **פתרון סופי: 348 תינוקות**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

20 שיעור 20 בגרות 2024 מועד א

סרטון שיעור 20

במפעל מסוים אורזים מלפפונים על פי אורכם. האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית. כל המלפפונים שאורכם קטן מ־12 ס"מ נארזים בקופסאות שימורים רגילות. שאר המלפפונים נארזים בקופסאות שימורים גדולות. ידוע כי האורך הממוצע של המלפפונים הוא 10.56 ס"מ, וסטיית התקן היא 3 ס"מ.

א. מצאו את אחוז המלפפונים שנארזים בקופסאות שימורים רגילות.

✅ **פתרון סופי:** 68.44%

ב. (1) התברר שיש ביקוש למלפפונים קצרים במיוחד, לכן הוחלט כי המלפפונים יעברו מיון מחדש. נמצא כי רבע מן המלפפונים שאורכם קטן מ־12 ס"מ נחשבים מלפפונים קצרים במיוחד. מצאו את אחוז המלפפונים הקצרים במיוחד.

✅ **פתרון סופי:** 17.11%

ב. (2) מצאו את אורכו של המלפפון הארוך ביותר מבין המלפפונים הקצרים במיוחד.

✅ **פתרון סופי:** 7.71 ס"מ

ג. לאחר זמן מה הגיע למפעל משלוח חדש של מלפפונים. גם במשלוח זה האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית. 50% מן המלפפונים במשלוח זה היו קצרים מ־11.5 ס"מ. 12.5% מן המלפפונים במשלוח זה היו ארוכים מ־14.26 ס"מ. מצאו את סטיית התקן של אורכי המלפפונים במשלוח החדש.

✅ **פתרון סופי:** $S = 2.4$ ס"מ

כל הזכויות שמורות -מתמטריק

פרק 12

רגרסיה

20 שיעורים בקורס · עמודים 315–325

בפרק הזה

חוברת קורס רגרסיה שאלון 4-471 יחידות (11 עמודים) עמ' 315

מתמטריק
ללמוד ולהצליח
כל הזכויות שמורות -מתמטריק

חוברת הקורס – רגרסיה

4 יחידות · שאלון 471 · עם פתרונות סופיים

הסברים מלאים של כל התרגילים באתר – לחצו על "סרטון שיעור" ליד כל תרגיל

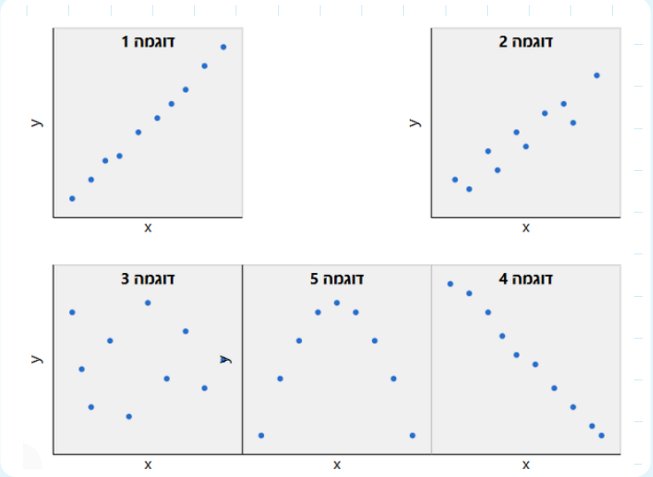
בס"ד

2 שיעור 2

🎬 סרטון שיעור 2

קבע את אחד מן ההיגדים הבאים:

$$0 < r < 1 \text{ 1.} \qquad -1 < r < 0 \text{ 2.} \qquad r = 0 \text{ 3.}$$



✅ **פתרון סופי:**

דוגמה 1 – היגד 1: $0 < r < 1$ **קרוב ל־1**

דוגמה 2 – היגד 1: $0 < r < 1$

דוגמה 3 – היגד 3: $r = 0$

דוגמה 4 – היגד 2: $-1 < r < 0$

דוגמה 5 – היגד 3: $r = 0$ **– פרבולה, אין קשר לינארי**

3 שיעור 3

🎬 סרטון שיעור 3

2024 ב לפניכם שלוש טבלאות שבהן מוצגים ערכים של שני משתנים, שנמדדו בתצפיות שונות: משתנה x ומשתנה y .

טבלה 1

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

טבלה 2

x	y
4	9
5	11
6	19
7	22
8	17

טבלה 3

x	y
16	35
17	34
18	33
19	32
20	31

נסמן את מקדם המתאם בין x ל־y ב־ r .

א. התאימו כל אחד מן ההיגדים I–III שלפניכם לטבלאות 1–3.

$$0 < r < 1 \text{ I.} \qquad r = 1 \text{ II.} \qquad r = -1 \text{ III.}$$

✅ **פתרון סופי:**

טבלה 1 – היגד II: $r = 1$

טבלה 2 – היגד I: $0 < r < 1$

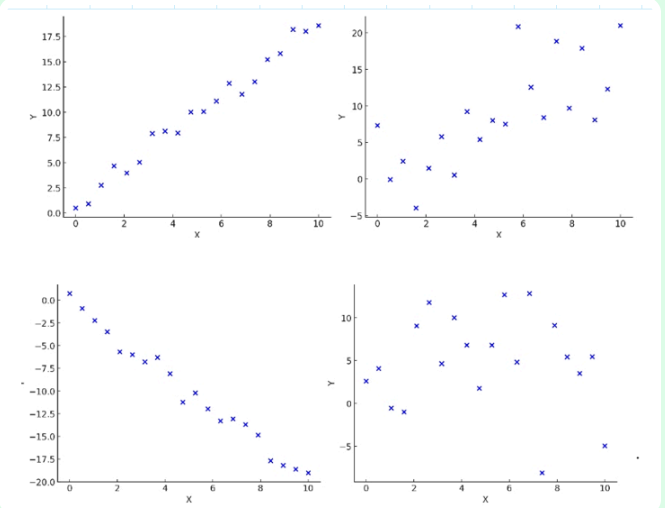
טבלה 3 – היגד III: $r = -1$

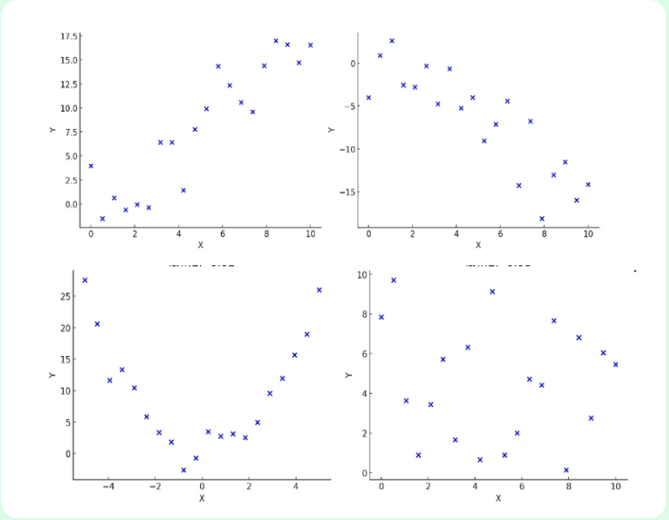
4 שיעור 4

סרטון שיעור 4

קבע את אחד מן ההיגדים הבאים:

1. $0 < r < 1$ 2. $-1 < r < 0$ 3. $r = 0$





✅ **פתרון סופי:**

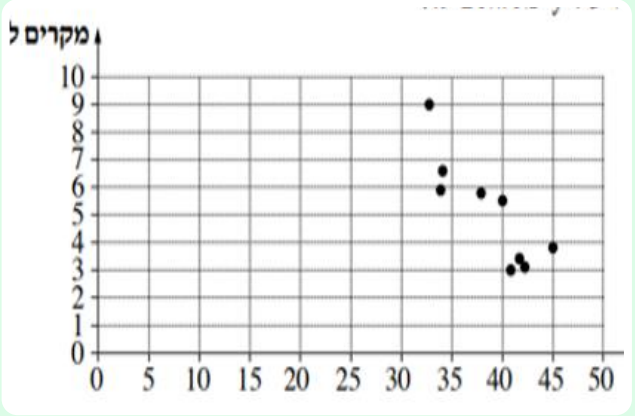
קבוצה ראשונה (מימין): למעלה משמאל – היגד 1 · למעלה מימין – היגד 1 · למטה משמאל – היגד 2 · למטה מימין – היגד 3

קבוצה שנייה (משמאל): למעלה משמאל – היגד 1 · למעלה מימין – היגד 2 · למטה משמאל – היגד 3 (פרבולה) · למטה מימין – היגד 3

4 שיעור 4 (המשך)

סרטון שיעור 4

לפניך דיאגרמת הפיזור של y כתלות ב־ x .



ב. אחד מבין מקדמי המתאם (1)–(4) שלפניך מייצג את הקשר בין הנתונים. קבע איזה מהם מייצג את הקשר, ונמק את קביעתך.

(1) $r = 1$ (2) $r = -0.857$ (3) $r = 0.651$ (4) $r = -1$

✅ **פתרון סופי: (2) $r = -0.857$ – הנקודות יורדות (r שלילי), ולא כולן על הקו (לכן לא -1).**

שיעור 5

סרטון שיעור 5

שאלה 1: במחקר על הרגלי קריאה, סטיית התקן של מספר הדקות היומיות שמוקדשות לקריאה (X) היא 12 דקות. סטיית התקן של ציוני אוצר מילים (Y) היא 8 נקודות. מקדם המתאם בין X ל־Y הוא 0.75. חשב את שיפוע ישר הרגרסיה של Y על X.

✅ **פתרון סופי:** $m = r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0.75 \cdot \frac{8}{12} = 0.5$

שאלה 2: נבדקה ההשפעה של שעות אימון שבועיות (X) על תוצאות מדד כושר גופני (Y). נמצא כי סטיית התקן של X היא 2.5 שעות, סטיית התקן של Y היא 6.0 נקודות, ומקדם המתאם בין X ל־Y הוא 0.4. חשב את שיפוע ישר הרגרסיה של Y על X.

✅ **פתרון סופי:** $m = 0.4 \cdot \frac{6}{2.5} = 0.96$

שיעור 6

סרטון שיעור 6

במחקר על הקשר בין זמן לימוד (בשעות) לבין ציון בבחינה, נמצא כי השיפוע של קו הרגרסיה הוא 4.2.
כמו כן, ידוע כי ממוצע שעות הלימוד הוא 5, וממוצע הציונים הוא 78.
מהי משוואת קו הרגרסיה החזוי של הציונים על סמך שעות הלימוד?

✅ **פתרון סופי:** $y - 78 = 4.2(x - 5) \Rightarrow y = 4.2x + 57$

שיעור 7

סרטון שיעור 7

במחקר על הרגלי השינה של תלמידים, נמצא כי סטיית התקן של שעות שינה בלילה (X) היא 1.5 שעות, וסטיית התקן של ציוני מבחן מתמטיקה (Y) היא 10 נקודות. מקדם המתאם בין השניים הוא 0.6.

1. חשב את שיפוע ישר הרגרסיה של Y על X.

✅ **פתרון סופי:** $m = 0.6 \cdot \frac{10}{1.5} = 4$

2. אם ממוצע שעות השינה הוא 6.5 וממוצע הציון הוא 75 – מצא את משוואת ישר הרגרסיה.

✅ **פתרון סופי:**

$y - 75 = 4(x - 6.5) \Rightarrow y = 4x + 49$

שיעור 8

סרטון שיעור 8

במחקר על הרגלי השינה של תלמידים, נמצא כי סטיית התקן של שעות שינה בלילה (X) היא 1.5 שעות, וסטיית התקן של ציוני מבחן מתמטיקה (Y) היא 10 נקודות. מקדם המתאם בין השניים הוא 0.6.

1. חשב את שיפוע ישר הרגרסיה של Y על X.

✅ **פתרון סופי:** $m = 0.6 \cdot \frac{10}{1.5} = 4$

2. אם ממוצע שעות השינה הוא 6.5 וממוצע הציון הוא 75 – מצא את משוואת ישר הרגרסיה.

✅ **פתרון סופי:**

$y - 75 = 4(x - 6.5) \Rightarrow y = 4x + 49$

9 שיעור 9

סרטון שיעור 9

במחקר שנערך, נבדקה ההשפעה של מספר שעות הלמידה ביום (x) על הציון במבחן (y). נמצאה משוואת הרגרסיה:

$$y = 2x + 3$$

בנוסף, ידוע כי ממוצע ערכי x במדגם הוא 5.

א. מהו ממוצע ערכי y?

✅ **פתרון סופי:** $\bar{y} = 2 \cdot 5 + 3 = 13$

ב. חשב את ערך הניבוי של y כאשר $x = 7$.

✅ **פתרון סופי:** $y = 2 \cdot 7 + 3 = 17$

ג. האם ניתן להיות בטוחים שערך הציון של נבחן שלמד 7 שעות יהיה בדיוק כמו תחזית הרגרסיה? נמק.

✅ **פתרון סופי: לא. 17 הוא רק ניבוי (הערכה), והציון בפועל יכול להיות שונה. רק כש־$r = \pm 1$ כל הנקודות על הקו.**

10 שיעור 10

סרטון שיעור 10

דן ערך מחקר.

הוא בדק את הקשר בין אחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה ב־12 מדינות (משתנה x) ובין אחוז הילדים בני 0–14 באותן המדינות (משתנה y).

דן רצה למצוא ישר רגרסיה לניבוי y לפי x.

הוא חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של אחוז הגידול השנתי של האוכלוסיות, וכן את מְקַדֵּם המִתאם בין שני המשתנים, וקיבל את התוצאות האלה:

$$\bar{x} = 0.465 \ , \quad S_x = 0.683 \ , \quad r = 0.871$$

דן מצא כי משוואת הרגרסיה היא: $y = 11.3x + 16.3$

א. (1) מצאו את הממוצע של אחוז הילדים באותן המדינות (הממוצע של המשתנה y).

✅ **פתרון סופי:** $\bar{y} = 11.3 \cdot 0.465 + 16.3 \approx 21.55$

(2) מצאו את סטיית התקן של אחוז הילדים באותן המדינות.

✅ **פתרון סופי:** $11.3 = 0.871 \cdot \dfrac{S_y}{0.683} \ \Rightarrow \ S_y \approx 8.86$

11 שיעור 11

סרטון שיעור 11

במחקר שנערך על הקשר בין שעות שינה (X) לבין רמת ריכוז ביום שלמחרת (Y), נמצא שקו הניבוי הוא:

$$\hat{Y} = 2.5X + 10$$

נתון כי סטיית התקן של שעות השינה היא 1.2 וסטיית התקן של רמת הריכוז היא 3.6.

מהו מקדם המתאם (r) בין שעות השינה לרמת הריכוז?

✅ **פתרון סופי:** $2.5 = r \cdot \dfrac{3.6}{1.2} \ \Rightarrow \ r = \dfrac{5}{6} \approx 0.833$

12 שיעור 12

סרטון שיעור 12

מתוך דירות רצה לבדוק את הקשר הליניארי בין שטח הדירות שנמכרו בחודש האחרון בשכונה מסוימת (המשתנה x) לבין המחיר שבו הן נמכרו (המשתנה y).

בטבלה שלפניכם מופיעים הנתונים של 5 דירות שבדק המתווך.

שטח הדירה (מ"ר) המשתנה x	מחיר הדירה (במיליוני שקלים) המשתנה y
82	1
90	1.8
98	2.7
112	3.4
118	4.6

א. (1) מצאו את הממוצע של שטח הדירות.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = \frac{82+90+98+112+118}{5} = 100$

(2) מצאו את סטיית התקן של שטח הדירות.

✅ **פתרון סופי:** $S_x = \sqrt{\frac{(82-100)^2+\cdots+(118-100)^2}{5}} = \sqrt{179.2} \approx 13.39$

המתווך חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של המשתנה y, ומצא כי $S_y = 1.249$, $\bar{y} = 2.7$.

ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.

✅ **פתרון סופי:** $r = \frac{82.2}{5 \cdot 13.39 \cdot 1.249} \approx 0.983$

13 שיעור 13

סרטון שיעור 13

בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הליניארי בין גודל המסך של טאבלט באינצ'ים (המשתנה x) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה y).

ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים.

לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

גודל המסך באינצ'ים (x)	9	9	9	11	11	11	11
מספר הדקות לקבלת ההחלטה לקנות את הטאבלט (y)	2	10	10	10	10	10	10	18

א. חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים, x ו־y.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = 10$, $S_x = 1$; $\bar{y} = 10$, $S_y = 4$

ב. חשבו את מקדם המתאם r.

✅ **פתרון סופי:** $r = \frac{8+8}{8 \cdot 1 \cdot 4} = 0.5$

14 שיעור 14

הסבר טרנספורמציות

סרטון שיעור 14

15 שיעור 15

סרטון שיעור 15

במחקר על הקשר בין טמפרטורת המים X לבין כמות המדוזות Y, נאספו 30 זוגות נתונים והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\bar{X} = 26.5^\circ \ , \quad S_X = 3.5^\circ \ , \quad \bar{Y} = 14 \ , \quad S_Y = 2.5$$

נערך ניבוי בעזרת ישר רגרסיה לכמות המדוזות לפי טמפרטורת המים.

א. מה יהיה הניבוי לכמות המדוזות כאשר טמפרטורת המים היא הטמפרטורה הממוצעת 26.5°?

✅ **פתרון סופי: 14 מדוזות (נקודת הממוצעים נמצאת על ישר הרגרסיה)**

נתון בנוסף כי מקדם המתאם הוא $r = 0.8$.

ב. לפניך שלושה היגדים (1–3). קבע אלו מההיגדים נכונים. נמק.

(1) מקדם המתאם לא מאפשר ניבוי טוב כי הוא קטן מ־1.

(2) ככל שהטמפרטורה יורדת, ננבא כמות גדולה יותר של מדוזות.

(3) ככל שהטמפרטורה עולה, ננבא כמות גדולה יותר של מדוזות.

✅ **פתרון סופי: רק היגד (3) נכון: $r = 0.8$ חיובי – קשר חזק בעלייה. היגד (1) לא נכון: r קרוב ל־1 ולכן הניבוי טוב.**

ג. מצא את ישר הרגרסיה לניבוי כמות המדוזות לפי הטמפרטורה.

✅ **פתרון סופי:** $m = 0.8 \cdot \dfrac{2.5}{3.5} = \dfrac{4}{7} \ \Rightarrow \ y = \dfrac{4}{7}x - \dfrac{8}{7} \approx 0.571x - 1.14$

ד. על פי ישר הרגרסיה, מה יהיה הניבוי לכמות המדוזות ביום שבו טמפרטורת המים היא 33°?

✅ **פתרון סופי:** $y = \dfrac{4}{7} \cdot 33 - \dfrac{8}{7} = \dfrac{124}{7} \approx 17.71$ **מדוזות**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

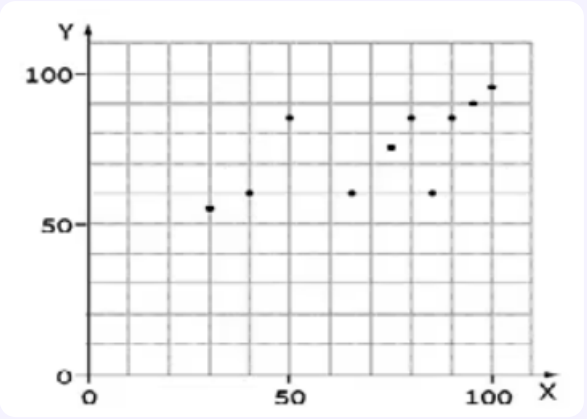
16 שיעור 16

סרטון שיעור 16

תלמידי כיתה י"ב התבקשו לכתוב עבודה ולהגישה. הציון שקיבלו על העבודה שוקלל בציון הסופי של כל תלמיד. המורה רצתה לבדוק את הקשר בין הציון על העבודה ובין הציון הסופי, ולשם כך סרטטה את דיאגרמת הפיזור של שני הציונים:

X – הציון על העבודה, Y – הציון הסופי.

הדיאגרמה שהתקבלה מתוארת בתרשים שלפניכם.



א. האם אפשר להסיק מן הדיאגרמה הנתונה שכל תלמיד שקיבל ציון על העבודה גבוה יותר מתלמיד אחר קיבל **בהכרח** ציון סופי גבוה יותר מן התלמיד האחר? נמקו.

✅ **פתרון סופי: לא. הקשר חיובי באופן כללי, אבל יש בדיאגרמה תלמידים עם ציון עבודה גבוה יותר וציון סופי נמוך יותר.**

ב. אחד מן המספרים שלפניכם הוא מקדם המתאם המתאים לקשר בין שני המשתנים. קבעו מיהו מבין המספרים האלה:

$$1.6\ ,\quad -0.8\ ,\quad 0.999\ ,\quad 0.675$$

✅ **פתרון סופי:** $r = 0.675$ **– הקשר חיובי ולא מושלם. 1.6 גדול מ־1, -0.8 שלילי, ו־0.999 פירושו שכמעט כל הנקודות על הקו, וזה לא המצב.**

נתונים הממוצעים וסטיות התקן של שני המשתנים: $\bar{X} = 71\ ,\quad S_X = 23\ ,\quad \bar{Y} = 75\ ,\quad S_Y = 14$

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי הציון הסופי על פי הציון על העבודה.

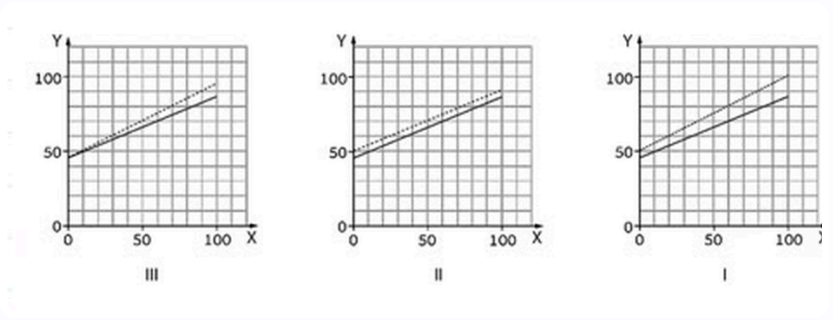
✅ **פתרון סופי:** $m = 0.675 \cdot \frac{14}{23} \approx 0.411 \ \Rightarrow\ y \approx 0.411x + 45.83$

הוחלט להעלות את הציון הסופי של כל תלמיד ב־5 נקודות, ובעקבות העלאה זו התקבל ישר רגרסיה חדש.

ד. (1) האם השתנתה סטיית התקן S_Y לאחר העלאת הציונים?

✅ **פתרון סופי: לא. כל הציונים והממוצע עלו ב־5, הפיזור סביב הממוצע לא השתנה:** $S_Y = 14$

(2) אחד מן הגרפים III – I שבסוף השאלה מייצג את הישר הישן, שלפני העלאת הציון הסופי (מסורטט בקו מלא), ואת הישר החדש, שאחרי ההעלאה (מסורטט בקו מקווקו). קבעו מיהו הגרף, ונמקו.



גרפים III – I

✅ **פתרון סופי: גרף II: השיפוע לא משתנה (הישרים מקבילים), והישר החדש גבוה ב־5 מהישן.**

ה. אם קיים בכיתה תלמיד שהציון שלו על העבודה הוא 71, מה צריך להיות הציון הסופי שלו (לאחר ההעלאה בציון) כדי שהנקודה המייצגת את שני הציונים שלו תהיה על ישר הרגרסיה החדש?

✅ **פתרון סופי: 80 – נקודת הממוצעים החדשה היא $(71\ ,\ 80)$, והיא על הישר החדש.**

17 שיעור 17

🎬 סרטון שיעור 17

מרצה באוניברסיטה רצתה לבדוק אם היעדרות משיעורים בקורס שנתי (המשתנה x) קשורה לינארית לציון במבחן הסופי (המשתנה y).
נתון: ממוצע ההיעדרות מן השיעורים היה $\bar{x}=10$, הציון הממוצע היה $\bar{y}=70$, ומקדם המתאם היה שלילי $(r<0)$.
המרצה מצאה את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y מ־x.

א. אחת מן המשוואות 1–4 שלפניכם היא המשוואה שמצאה המרצה. קבעו איזו מהן היא המשוואה, ונמקו את קביעתכם.

1. $y=10x-30$ 2. $y=x+60$ 3. $y=-2x+70$ 4. $y=-2x+90$

✅ **פתרון סופי: משוואה 4: $y=-2x+90$ – שיפוע שלילי כמו r, ונקודת הממוצעים נמצאת עליה:**
$-2\cdot 10+90=70$

המרצה חישבה את סטיות התקן בעבור ההיעדרות מן השיעורים ובעבור הציונים במבחן הסופי, וקיבלה:
$S_y=10\ ,\ S_x=4$.

ב. חשבו את מקדם המתאם r.

✅ **פתרון סופי:** $-2=r\cdot\frac{10}{4}\ \Rightarrow\ r=-0.8$

ג. מהו מספר ההיעדרויות שישר הרגרסיה מנבא בעבורו ציון 80?

✅ **פתרון סופי:** $80=-2x+90\ \Rightarrow\ x=5$ **היעדרויות**

18 שיעור 18

🎬 סרטון שיעור 18

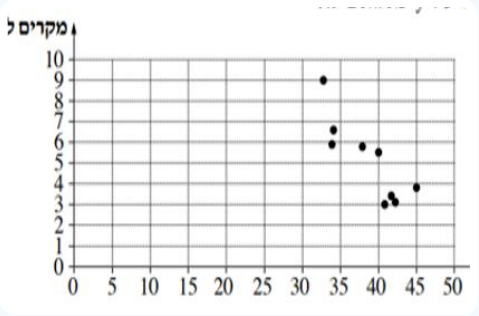
חוקרים בדקו אם יש קשר בין קו הרוחב שבו נמצא אזור מסוים ובין שיעור מקרי סרטן העור (מלנומה) באוכלוסייה באותו אזור.
המחקר נערך בתשעה אזורים שונים בארצות הברית, במשך שלוש שנים. בכל אחד מן האזורים נבדקו 100,000 תושבים.
נתוני המחקר מוצגים בטבלה שלפניך.

x קו רוחב	y שיעור מקרי המלנומה (מקרים ל־100,000)
32.8	9
33.9	5.9
34.1	6.6
37.9	5.8
40.0	5.5
40.8	3.0
41.7	3.4
42.2	3.1
45.0	3.8
ממוצע $\bar{x}=38.71$	$\bar{y}=5.12$
סטיית תקן $S_x=4.04$	S_y

א. הראה כי סטיית התקן של שיעור מקרי המלנומה היא $S_y=1.88$.

✅ **פתרון סופי:** $S_y=\sqrt{\frac{(9-5.12)^2+\cdots+(3.8-5.12)^2}{9}}\approx 1.88$

לפניך דיאגרמת הפיזור של y כתלות ב־x.



ב. אחד מבין מקדמי המתאם (1)–(4) שלפניך מייצג את הקשר בין הנתונים. קבע איזה מהם מייצג את הקשר, ונמק את קביעתך.

$r=1$ (1) $\quad r=-0.857$ (2) $\quad r=0.651$ (3) $\quad r=-1$ (4)

✅ **פתרון סופי: (2) $r=-0.857$ – הנקודות יורדות, ולא כולן על הקו.**

ג. מצא את קו הרגרסיה לניבוי שיעור מקרי המלנומה y על פי קו הרוחב x.

✅ **פתרון סופי:** $m=-0.857\cdot\frac{1.88}{4.04}\approx -0.399 \Rightarrow y\approx -0.399x+20.56$

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

ד. מהו הניבוי לשיעור מקרי המלנומה y בקו רוחב 36?

✅ **פתרון סופי:** $y \approx -0.399 \cdot 36 + 20.56 \approx 6.2$ **מקרים ל־100,000**

19 שיעור 19

🎬 סרטון שיעור 19

2022 – ג מנהל חברה בדק את הקשר בין ההוצאה החודשית של החברה על פרסום מוצריה, ובין ההכנסות מן המכירה שלה בחודש שלאחר מכן. הוא בדק נתונים מכמה חודשים רצופים.

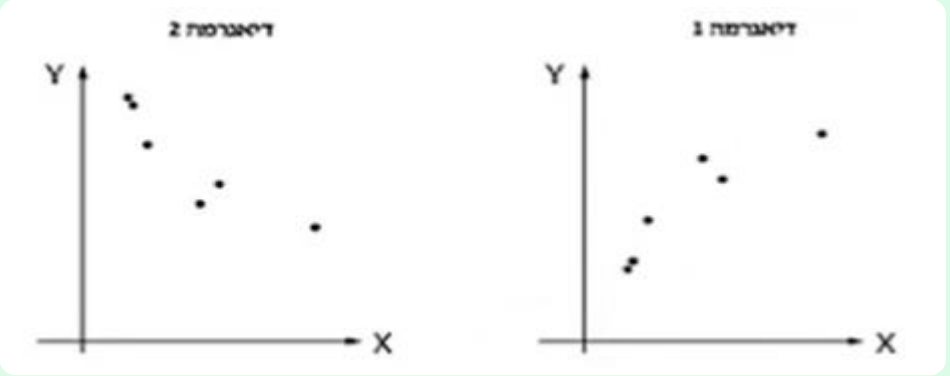
בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים על ההוצאות וההכנסות באלפי שקלים:

הוצאה על פרסום (X)	9	10	13	24	28	48
הכנסות ממכירות בחודש לאחר מכן (Y)	180	200	300	450	400	510

המנהל חישב ומצא כי ממוצע ההוצאות לחודש על פרסום הוא $\bar{X} = 22$ וסטיית התקן היא $S_X = 13.6$.

ממוצע ההכנסות ממכירות לחודש הוא $\bar{Y} = 340$ וסטיית התקן היא $S_Y = 123.4$.

לפניכם שתי דיאגרמות פיזור (1)–(2). אחת מהן מתארת את הקשר בין שני המשתנים (X ו־Y).



א. מבין שתי הדיאגרמות (1)–(2), מהי הדיאגרמה המתארת את הקשר בין שני המשתנים? נמקו את תשובתכם.

✅ **פתרון סופי: דיאגרמה 1: ככל ש־X גדל, Y גדל באופן כללי – קשר בעלייה.**

נתונים ארבעה מקדמי מתאם: $r = 0.9$, $r = 1$, $r = -0.9$, $r = -0.7$.

ב. אחד מארבעת מקדמי המתאם מתאים לנתונים. קבעו מיהו ונמקו את קביעתכם.

✅ **פתרון סופי: $r = 0.9$ – הקשר חיובי, לכן השליליים נפסלים. הנקודות לא כולן על קו אחד, לכן גם $r = 1$ נפסל.**

ג. מהי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההכנסות ממכירות כתלות בהוצאה על פרסום?

✅ **פתרון סופי:** $m = 0.9 \cdot \frac{123.4}{13.6} \approx 8.166 \Rightarrow y \approx 8.166x + 160.35$

ד. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהי הערכה להכנסות ממכירות (באלפי שקלים) בעבור הוצאה של 19,000 שקלים לחודש על פרסום? נמקו.

✅ **פתרון סופי:** $y \approx 8.166 \cdot 19 + 160.35 \approx 315.5$ **אלפי שקלים (כ־315,500 שקלים)**

© כל הזכויות שמורות – מתמטריק · eldadh.co.il

20 שיעור 20

סרטון שיעור 20

לפניכם שלוש טבלאות שבהן מוצגים ערכים של שני משתנים, שנמדדו בתצפיות שונות: משתנה x ומשתנה y .

טבלה 1

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

טבלה 2

x	y
4	9
5	11
6	19
7	22
8	17

טבלה 3

x	y
16	35
17	34
18	33
19	32
20	31

נסמן את מקדם המתאם בין x ל־y ב־ r .

א. התאימו כל אחד מן ההיגדים I–III שלפניכם לטבלאות 1–3.

$$0 < r < 1 \text{ I.} \qquad r = 1 \text{ II.} \qquad r = -1 \text{ III.}$$

✅ **פתרון סופי:**

טבלה 1 – היגד II: $r = 1$

טבלה 2 – היגד I: $0 < r < 1$

טבלה 3 – היגד III: $r = -1$

הנתונים בטבלה 2 מתייחסים לקבוצה של 5 ספורטאים. בטבלה מתואר הקשר בין מספר הפעמים בשבוע שכל אחד מן הספורטאים מתאמן (המשתנה x) ובין מספר השעות בשבוע שהוא מתאמן (המשתנה y).

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא $y = 2.7x + b$, b הוא פרמטר.

ב. מצאו כמה פעמים בשבוע בממוצע מתאמן ספורטאי בקבוצה זו, וכמה שעות בשבוע בממוצע הוא מתאמן.

✅ **פתרון סופי:** $\bar{x} = 6$ **פעמים,** $\bar{y} = 15.6$ **שעות**

ג. מצאו את ערך הפרמטר b.

✅ **פתרון סופי:** $15.6 = 2.7 \cdot 6 + b \;\Rightarrow\; b = -0.6$

נתון כי היחס בין סטיות התקן של הנתונים בטבלה 2 הוא $\frac{S_y}{S_x} = 3.45$.

ד. חשבו את הערך של r.

✅ **פתרון סופי:** $2.7 = r \cdot 3.45 \;\Rightarrow\; r \approx 0.782$