

חברת הקורס - חקירת פונקציות טריגונומטריות שאלון 571

כל התרגילים והשאלות מהקורס, ותשובות סופיות לכל סעיף

מתמטריק
ללמוד ולהצליח

כל הזכויות שמורות - מתמטריק

פרק 1 - זהויות טריגונומטריות

לשיעור

רדיאנים וערכים מיוחדים

1

א. המירו לרדיאנים: 60 מעלות, 135 מעלות.

ב. המירו למעלות: $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{3\pi}{2}$.

ג. קבעו באיזה רביע נמצאת כל זווית, ומה הסימן של $\sin x$ ושל $\cos x$: $x = \frac{2\pi}{3}$, $x = \frac{5\pi}{4}$, $x = 2$.

ד. חשבו במחשבון (במצב רדיאנים) את $\sin 2$ ואת $\cos 2$, בדיוק של 2 ספרות אחרי הנקודה. האם הסימנים מתאימים לסעיף ג?

ה. (הפונקציה מתוך בגרות 482, קיץ 2020 מועד א, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = \cos x + \frac{1}{2}\cos(2x)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$. חשבו בלי מחשבון את $f(0)$, $f(\frac{\pi}{2})$, $f(\pi)$.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א

$$\frac{3\pi}{4} \text{ ו- } \frac{\pi}{3}$$

סעיף ב

150, 270 מעלות

סעיף ג

רביע 2, רביע 3, רביע 2

סעיף ד

$$\sin 2 \approx 0.91 \text{ ו- } \cos 2 \approx -0.42$$

סעיף ה

$$f(0) = \frac{3}{2} \text{ ו- } f(\pi) = f(\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{2}$$

לשיעור

הזהות היסודית ו- $\tan x$

2

א. נתון: $\sin x = \frac{3}{5}$, והזווית x ברביע 2 ($\frac{\pi}{2} < x < \pi$). מצאו את $\cos x$ ואת $\tan x$.

ב. נתון: $\cos x = -\frac{1}{3}$, והזווית x ברביע 3 ($\pi < x < \frac{3\pi}{2}$). מצאו את $\sin x$ ואת $\tan x$.

ג. נתון: $\tan x = 2$, והזווית x ברביע 1 ($0 < x < \frac{\pi}{2}$). מצאו את $\cos x$ ואת $\sin x$.

ד. (מתוך בגרות 482, קיץ 2019 מועד ב, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos^2 x$ בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$. הראו כי

$$f(x) = 1 + \sin^2 x \quad (2) \text{ האם יש לגרף הפונקציה נקודות חיתוך עם ציר ה-} x \text{? נמקו.}$$

ה. (הפונקציה מתוך בגרות 482, קיץ 2024 מועד ב, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^2 x - 2\sin x - 2$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

(1) הראו כי $f(x) = -(\sin x + 1)^2$. (2) הסבירו מדוע $f(x) \leq 0$ לכל x , ומצאו את נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	$\tan x = -\frac{3}{4}$ ו- $\cos x = -\frac{4}{5}$
סעיף ב	$\tan x = 2\sqrt{2}$ ו- $\sin x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
סעיף ג	$\sin x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ו- $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{5}$
סעיף ד	אין נקודות חיתוך עם ציר ה־x
סעיף ה	נקודת חיתוך $(-\frac{3\pi}{2}, 0)$

לשיעור ⇐

3 זוויות נגדיות ומשלימות

- א. חשבו בלי מחשבון: $\sin(-\frac{\pi}{4})$, $\cos \frac{2\pi}{3}$, $\sin \frac{5\pi}{6}$.
- ב. הראו כי לכל x מתקיים:
 $\sin(\pi - x) + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 2\sin x$ (1)
 $\cos(-x) + \cos(\pi - x) = 0$ (2)
- ג. האם הפונקציה $f(x) = x \cdot \sin x$ זוגית, אי־זוגית או אף אחד מהם? נמקו.
- ד. האם הפונקציה $f(x) = \sin x + x$ זוגית, אי־זוגית או אף אחד מהם? נמקו.
- ה. (מתוך בגרות 482, קיץ 2019 מועד ב, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos^2 x$ בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$. האם הפונקציה זוגית? נמקו.
- ו. (מתוך בגרות 571, חורף 2026, סעיף א) נתונה הפונקציה $f(x) = (\sin x)^2 + \cos x - 1$, המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	$-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$
סעיף ב	הוכחה
סעיף ג	זוגית
סעיף ד	אי־זוגית
סעיף ה	זוגית
סעיף ו	הוכחה – זוגית

לשיעור ⇐

4 סינוס של זווית כפולה

- א. כתבו כל ביטוי כביטוי עם סינוס אחד:
 $2\sin(3x) \cdot \cos(3x)$ (1)
 $\sin x \cdot \cos x$ (2)
 $6\sin x \cdot \cos x$ (3)
- ב. נתון: $\sin x = \frac{4}{5}$, והזווית x ברביע 1. מצאו את $\sin(2x)$.
- ג. פתרו את המשוואה $\sin(2x) = \sin x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
- ד. (מתוך בגרות 482, קיץ 2021 מועד מיוחד, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + \frac{1}{2}$, המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. נתונה גם הפונקציה $g(x) = -4\sin x \cdot \cos x - 1$, המוגדרת באותו תחום. הוכיחו כי $g(x) = -2f(x)$ לכל x.

תשובות סופיות: ✓

$$3\sin(2x); \frac{1}{2}\sin(2x); \sin(6x)$$

סעיף א

$$\frac{24}{25}$$

סעיף ב

$$x = 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$$

סעיף ג

הוכחה

סעיף ד

לשיעור ⇐

5 קוסינוס של זווית כפולה

א. נתון: $\cos x = \frac{1}{3}$. מצאו את $\cos(2x)$.

ב. נתון: $\sin x = \frac{1}{4}$. מצאו את $\cos(2x)$.

ג. פתרו את המשוואה $\cos(2x) + \cos x = 0$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

ד. (מתוך בגרות 482, חורף 2022, שאלה 3 סעיף א) נתונות הפונקציות $f(x) = \cos x$ ו- $g(x) = \cos(2x)$, המוגדרות בתחום $0 \leq x \leq \pi$. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$.

ה. פתרו את המשוואה $\cos(2x) = \sin x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

תשובות סופיות: ✓

$$-\frac{7}{9}$$

סעיף א

$$\frac{7}{8}$$

סעיף ב

$$x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$$

סעיף ג

$$\left(\frac{2\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right); (0, 1)$$

סעיף ד

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$$

סעיף ה

לשיעור ⇐

6 פישוט פונקציות בעזרת זהויות

א. הראו כי לכל x : $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \sin(2x)$.

ב. הראו כי לכל x : $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos(2x)$.

ג. (מתוך בגרות 482, חורף מאוחר 2021, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$, המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

(1) הראו כי $f(x) = 2\cos(2x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. (מתוך בגרות 571, קיץ 2022 מועד א, שאלה 7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin(2x)}{2\cos x}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) הראו כי לכל x בתחום ההגדרה מתקיים: $f'(x) = \cos x - \sin x$.

ה. (הפונקציה מתוך בגרות 482, קיץ 2026 מועד א, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = 4(\sin x)^2 - 1$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

הראו כי $f(x) = 1 - 2\cos(2x)$.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	הוכחה
סעיף ב	הוכחה
סעיף ג	$(\pm \frac{\pi}{4}, 0); (0, 2)$
סעיף ד	$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}; x \neq \frac{\pi}{2}$ הוכחה
סעיף ה	הוכחה

לשיעור ⇐

7 תרגול זהויות מהבגרות

- א. (בגרות 482, חורף 2020, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x)$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$. נתונה הפונקציה $g(x) = 2\sin x$, המוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq \pi$. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. (בגרות 482, קיץ 2022 מועד ב, שאלה 3) נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$, המוגדרת בתחום $-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.
- ג. (בגרות 571, קיץ 2022 מועד ב, שאלה 7) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) - 1$, המוגדרת לכל x. הוכיחו כי לכל x מתקיים: $-2 \leq f(x) \leq 0$.
- ה. (בגרות 571, חורף 2026, שאלה 7) נתונה הפונקציה $f(x) = (\sin x)^2 + \cos x - 1$, המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	$(\pi, 0); (0, 0)$
סעיף ב	$(\pm \frac{3\pi}{4}, 0); (\pm \frac{\pi}{4}, 0)$
סעיף ג	הוכחה; $(0, -2); (\pm \frac{\pi}{2}, 0)$
סעיף ד	$(\pm \frac{\pi}{2}, 0); (0, 0)$

פרק 2 - גזירה ומציאת נקודות קיצון

לשיעור ⇐

8 נגזרת של $\sin x$ ושל $\cos x$

- בכל סעיף נתונה פונקציה. מצאו את מה שמבוקש.
- א. $f(x) = 5\sin x - 3\cos x$. מצאו את $f'(x)$.
- ב. $f(x) = 3\sin x - 2\cos x + x^2$. מצאו את $f'(x)$ ואת $f'(\frac{\pi}{3})$.
- ג. $f(x) = 4\cos x + 2x - 1$. מצאו את $f'(\frac{\pi}{6})$ ואת $f'(\pi)$.
- ד. $f(x) = \sin x + \cos x$. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$. מה אפשר לומר על המשיק?
- ה. $f(x) = 2\sin x - x$. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{2}$.

תשובות סופיות: ✓

$$f'(x) = 5\cos x + 3\sin x$$

סעיף א

$$f'(x) = 3\cos x + 2\sin x + 2x$$

סעיף ב

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) \approx 5.33$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

סעיף ג

$$f'(\pi) = 2$$

$$m = 0 - \text{משיק אופקי}$$

סעיף ד

$$y = -x + 2$$

סעיף ה

לשיעור ⇐

9 נגזרת פנימית ונגזרת של $\tan x$

בכל סעיף נתונה פונקציה. מצאו את מה שמבוקש.

א. $f(x) = \sin 2x$. מצאו את $f'(x)$.

ב. $f(x) = \cos(3x - \frac{\pi}{4})$. מצאו את $f'(x)$.

ג. $f(x) = 4\sin \frac{x}{2}$. מצאו את $f'(x)$.

ד. $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$. מצאו את $f'(x)$ ואת $f'(0)$.

ה. $f(x) = \tan x$. מצאו את $f'(\frac{\pi}{4})$.

ו. $f(x) = \tan 2x$. מצאו את $f'(x)$ ואת $f'(\frac{\pi}{8})$.

תשובות סופיות: ✓

$$f'(x) = 2\cos 2x$$

סעיף א

$$f'(x) = -3\sin(3x - \frac{\pi}{4})$$

סעיף ב

$$f'(x) = 2\cos \frac{x}{2}$$

סעיף ג

$$f'(x) = 4\cos(2x + \frac{\pi}{3})$$

סעיף ד

$$f'(0) = 2$$

$$f'(\frac{\pi}{4}) = 2$$

סעיף ה

$$f'(x) = \frac{2}{\cos^2(2x)}$$

סעיף ו

$$f'(\frac{\pi}{8}) = 4$$

לשיעור ⇐

10 נגזרת של מכפלה, מנה וחזקה

בכל סעיף נתונה פונקציה. מצאו את הנגזרת שלה, ופשטו ככל האפשר.

א. $f(x) = x \cdot \sin x$

ב. $f(x) = \sin^2 x$. רשמו את הנגזרת בעזרת זווית כפולה.

ג. $f(x) = \cos^3 x$. מצאו גם את $f'(\frac{\pi}{3})$.

ד. $f(x) = \sqrt{\sin x}$ בתחום $0 < x < \pi$

$$ה. f(x) = \frac{1}{\cos x}$$

$$ו. f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

תשובות סופיות: ✓

סעיף א

$$f'(x) = \sin x + x \cos x$$

סעיף ב

$$f'(x) = \sin 2x$$

סעיף ג

$$f'(x) = -3\cos^2 x \cdot \sin x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) \approx -0.65$$

סעיף ד

$$f'(x) = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$$

סעיף ה

$$f'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

סעיף ו

$$f'(x) = \frac{1}{1 + \cos x}$$

לשיעור

11 פתרון משוואות טריגונומטריות בתחום

פתרו כל משוואה בתחום הנתון.

א. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

ב. $\cos x = -\frac{1}{2}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

ג. $\tan x = 1$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

ד. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$

ה. $\sin x = 0$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$

ו. $\sin 2x = \frac{1}{2}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

תשובות סופיות: ✓

סעיף א

$$x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$$

סעיף ב

$$x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$$

סעיף ג

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

סעיף ד

$$x = -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$$

סעיף ה

$$x = -\pi, 0, \pi$$

סעיף ו

$$x = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}, \frac{17\pi}{12}$$

לשיעור

12 משוואות של נגזרת: פירוק לגורמים וזהויות

המשוואות הבאות התקבלו מהשוואת נגזרת ל-0 בשאלות חקירה. פתרו כל משוואה בתחום הנתון.

א. $\sin x(2\cos x - 1) = 0$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

ב. $2\sin^2 x - \sin x = 0$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

ג. $\sin 2x = \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

ד. $\cos 2x = \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$

ה. $1 - \tan x = 0$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$

ו. $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$

✓ תשובות סופיות:

$$x = 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$$

סעיף א

$$x = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi$$

סעיף ב

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$$

סעיף ג

$$x = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi$$

סעיף ד

$$x = -\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$$

סעיף ה

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$$

סעיף ו

לשיעור ⇐

13 מחזור של פונקציה

מצאו את המחזור של כל פונקציה.

א. $f(x) = \sin 3x$. הראו גם ש- $f(x+T) = f(x)$.

ב. $f(x) = \cos \frac{x}{2}$.

ג. $f(x) = \tan 2x$.

ד. $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$.

ה. $f(x) = \sin 2x + 2\cos x$.

ו. $f(x) = \cos 4x$. כמה מחזורים שלמים יש בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$?

✓ תשובות סופיות:

$$T = \frac{2\pi}{3}$$

סעיף א

$$T = 4\pi$$

סעיף ב

$$T = \frac{\pi}{2}$$

סעיף ג

$$T = \pi$$

סעיף ד

$$T = 2\pi$$

סעיף ה

$$T = \frac{\pi}{2}, 4 \text{ מחזורים}$$

סעיף ו

לשיעור ⇐

14 נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה - $f(x) = x + 2\cos x$

נתונה הפונקציה $f(x) = x + 2\cos x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. מצאו את $f'(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון, וקבעו את סוגן.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א $f'(x) = 1 - 2\sin x$

סעיף ב מקס. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} + \sqrt{3})$, מינ. $(\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} - \sqrt{3})$, קצוות $(0, 2)$, $(2\pi, 2\pi + 2)$

סעיף ג עולה $0 < x < \frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6} < x < 2\pi$; יורדת $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$

סעיף ד סקיצה

לשיעור

15 נקודות קיצון - דוגמה נוספת עם זהות

נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sin x + \cos 2x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. מצאו את $f'(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון, וקבעו את סוגן.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א $f'(x) = 2\cos x - 2\sin 2x$

סעיף ב מקס. $(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2})$, $(\frac{5\pi}{6}, \frac{3}{2})$

מינ. $(\frac{\pi}{2}, 1)$, $(\frac{3\pi}{2}, -3)$

קצוות $(0, 1)$, $(2\pi, 1)$

סעיף ג עולה $0 < x < \frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6} < x < 2\pi$; יורדת $\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$

יורדת $\frac{\pi}{6} < x < \frac{3\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{6} < x < \frac{3\pi}{2}$

סעיף ד סקיצה

לשיעור

16 נקודות קיצון מבגרות 482 - $f(x) = \sin(2x) + 4$

נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + 4$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א מקס. $(\frac{\pi}{4}, 5)$, מינ. $(\frac{3\pi}{4}, 3)$, מינ. קצה $(0, 4)$, מקס. קצה $(\pi, 4)$

לשיעור

17 נקודות קיצון מבגרות 482 - $f(x) = 2\sin x + \cos(2x)$

נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sin x + \cos(2x)$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א מקס. $(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2})$, מינ. קצה $(0, 1)$, $(\frac{\pi}{2}, 1)$

נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos^2 x$, בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.
א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א מקס. $(2, \pm \frac{\pi}{2})$, מינ. $(0, 1)$, מינ. קצה $(\pm \frac{2\pi}{3}, \frac{7}{4})$

נתונה הפונקציה $f(x) = \cos x + \frac{1}{2}\cos(2x)$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$.
א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
(2) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

תשובות סופיות: ✓

סעיף א(1) מקס. קצה $(0, \frac{3}{2})$, מינ. $(\frac{2\pi}{3}, -\frac{3}{4})$, מקס. $(\pi, -\frac{1}{2})$, מינ. קצה $(\frac{5\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

סעיף א(2) עולה $\pi < x < \frac{2\pi}{3}$; יורדת $0 < x < \frac{5\pi}{4}$, $\pi < x < \frac{5\pi}{4}$

נתונה הפונקצייה $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$ בתחום: $-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$.
א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א $(\pm \frac{\pi}{4}, 0)$, $(\pm \frac{3\pi}{4}, 0)$

סעיף ב מקס. $(0, 2)$, מינ. $(\pm \frac{\pi}{2}, -2)$

סעיף ג סקיצה

נתונות הפונקציות: $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \cos(2x)$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.
א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
ב. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.
ג. סרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	$(0, 1), (\frac{2\pi}{3}, -\frac{1}{2})$
סעיף ב(1)	מקס. קצה $(0, 1)$, מיני. קצה $(\pi, -1)$
סעיף ב(2)	מקס. קצה $(0, 1), (\pi, 1)$; מיני. $(\frac{\pi}{2}, -1)$
סעיף ג	סקיצה

לשיעור ⇐

22 תחום הגדרה, חיתוך וקיצון מבגרות 571 - פונקציה עם $\cos x$ במכנה

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2(\cos x)^2 + \sin 2x}{2\cos x}$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) הסבירו מדוע לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטות המאונכות לציר ה- x .
 (3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 ב. (1) הראו כי לכל x בתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ מתקיים: $f'(x) = \cos x - \sin x$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א(1)	$x \neq \frac{3\pi}{2}, x \neq \frac{\pi}{2}$
סעיף א(2)	חורים, לא אסימפטוטות
סעיף א(3)	$(0, 1), (\frac{3\pi}{4}, 0), (\frac{7\pi}{4}, 0)$
סעיף ב(1)	הוכח
סעיף ב(2)	מקס. $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$, מיני. $(\frac{5\pi}{4}, -\sqrt{2})$, קצוות $(0, 1), (2\pi, 1)$

לשיעור ⇐

23 פרמטר, חיתוך וקיצון מבגרות 571 - $f(x) = \cos(mx) + \cos(2x)$

נתונה הפונקציה $f(x) = \cos(mx) + \cos(2x)$, m הוא פרמטר שונה מ-0.
 נתון: $f'(\frac{\pi}{4}) = -2$.

- א. הראו כי $m = 4n$, כאשר n הוא מספר שלם שונה מ-0.
 הציבו $m = 4$, וענו על סעיף ב.
 ב. בתחום $0 \leq x \leq \pi$:
 (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	הוכח
סעיף ב(1)	$(0, 2), (\frac{\pi}{6}, 0), (\frac{\pi}{2}, 0), (\frac{5\pi}{6}, 0)$
סעיף ב(2)	מקס. $(0, 2), (\frac{\pi}{2}, 0), (2, \pi)$; מיני. $(-\frac{9}{8}, 0.91), (-\frac{9}{8}, 2.23)$

לשיעור

24 בגרות 482 קיץ 2026 מועד ב' – שאלה 3

נתונה הפונקציה $f(x) = ax + 5\cos(2x) - 1$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$. a הוא פרמטר.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$ הוא -5 .

א. מצא את הערך של a .

הצב $a = 5$, וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את שיעורי היא של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת $g'(x) = f(x)$. הפונקציות $g(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

ד. לפניך שתי טענות. קבע עבור כל אחת מהן אם היא נכונה או לא נכונה. נמק את קביעותיך.

י. לפונקציה $g(x)$ יש שתי נקודות קיצון פנימיות.

י. הפונקציה $g(x)$ עולה בתחום $0 < x < \frac{2\pi}{3}$.

תשובות סופיות:

סעיף א

$$a = 5$$

סעיף ב

$$x = \frac{\pi}{12} \text{ מקס.}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} \text{ מינ.}$$

$$x = 0 \text{ קצה 0}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} \text{ מקס. קצה}$$

סקיצה

סעיף ג

י לא נכונה, יי נכונה

סעיף ד

לשיעור

25 בגרות 482 קיץ 2026 מועד א' – שאלה 3

נתונה הפונקציה $f(x) = 4(\sin x)^2 - 1$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 1.5\pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

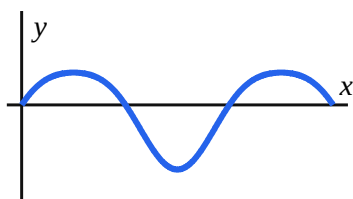
ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

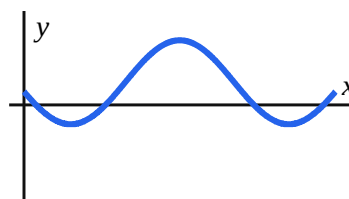
ד. איזה מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

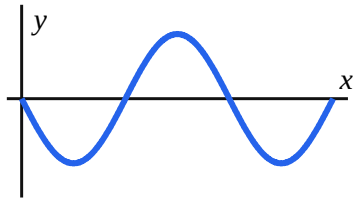
II



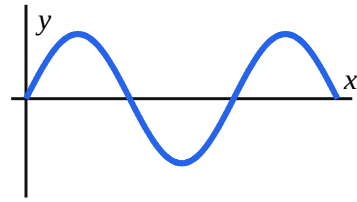
I



IV



III



✓ תשובות סופיות:

סעיף א

$$\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$$

$$\left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$$

$$\left(\frac{7\pi}{6}, 0\right)$$

סעיף ב

מינ. קצה $(0, -1)$

מקס. $\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$

מינ. $(\pi, -1)$

מקס. קצה $\left(\frac{3\pi}{2}, 3\right)$

סעיף ג

סקיצה

סעיף ד

גרף III

סעיף ה

$$S = 8$$

לשיעור ⇐

בגרות 482 חורף 2026 - שאלה 3

26

נתונה הפונקציה $f(x) = \cos(3x) + a$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

נתון כי שיעור ה־ y של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ הוא -1.5 .

ב. מצא את הערך של a .

הצב $a = -0.5$, וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו משיק לגרף הפונקציה.

ה. (1) מצא את משוואת המשיק.

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה־ y .

תשובות סופיות: ✓

סעיף א

מקס. קצה $x = 0$

מינ. $x = \frac{\pi}{3}$

מקס. קצה $x = \frac{2\pi}{3}$

$a = -0.5$

$(\frac{\pi}{9}, 0)$

$(\frac{5\pi}{9}, 0)$

סקיצה

$y = -1.5$ (1)

$S = \frac{\pi}{3} \approx 1.05$ (2)

סעיף ב

סעיף ג

סעיף ד

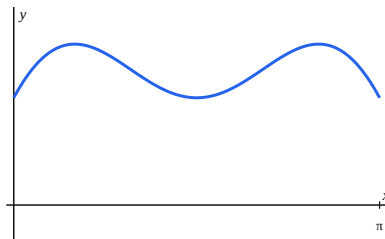
סעיף ה

לשיעור ⇐

בגרות 482 קיץ 2025 מועד ב' - שאלה 3

27

בסקיצה שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x) = \cos(2x) + 2\sin x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.



א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

דרך נקודת המינימום הפנימית של הפונקציה $f(x)$ העבירו משיק לגרף הפונקציה.

ב. מצא את משוואת המשיק.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי המשיק.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$. c הוא פרמטר.

ד. כתוב ערך אחד של c שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה' x ' בארבע נקודות בדיוק.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א

מינ. קצה $(0, 1)$

מקס. $(\frac{\pi}{6}, 1.5)$

מינ. $(\frac{\pi}{2}, 1)$

מקס. $(\frac{5\pi}{6}, 1.5)$

מינ. קצה $(\pi, 1)$

$y = 1$

$S = 4 - \pi \approx 0.86$

לדוגמה $c = -1.2$

סעיף ב

סעיף ג

סעיף ד

נתונה הפונקציה $f(x) = ax + \cos(2x)$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$. a הוא פרמטר.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$ הוא -1 .

א. מצא את הערך של a .

הצב $a = 1$, וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

דרך נקודת המינימום הפנימית של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

תשובות סופיות:

סעיף א

$$a = 1$$

סעיף ב

מינ. קצה $(0, 1)$

מקס. $(\frac{\pi}{12}, 1.13)$

מינ. $(\frac{5\pi}{12}, 0.44)$

מקס. קצה $(\pi, 4.14)$

סעיף ג

סקיצה

סעיף ד

$$S \approx 1.11$$

נתונה הפונקציה $f(x) = 3\cos(2x) - a$, a הוא פרמטר.

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. אם יש צורך, הביעו באמצעות a .

נתון כי כל נקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאות על הישר $y = a - 11$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 4$, וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר $y = a - 11$.

תשובות סופיות:

סעיף א

מקס. $(0, 3 - a)$, מינ. $(\pm \frac{\pi}{2}, -3 - a)$, מקס. קצה $(\pm \pi, 3 - a)$

סעיף ב

$$a = 4$$

סעיף ג

סקיצה

סעיף ד

$$S = 3\pi \approx 9.42$$

נתונה הפונקציה $f(x) = (\cos x)^2 - 2\sin x - 2$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצאו את תחום החיוביות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x) - 1$. קבעו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־x. נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות: ✓

- סעיף א** מקס. קצה $(-1, 0)$, מינ. $(-\frac{\pi}{2}, -4)$, מקס. $(\frac{3\pi}{2}, 0)$, מינ. קצה $(2\pi, -1)$
- סעיף ב** סקיצה
- סעיף ג** $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$
- סעיף ד** סקיצה
- סעיף ה** 3 נקודות חיתוך

לשיעור

31 בגרות 482 קיץ 2024 מועד א' - שאלה 3

- נתונה הפונקציה $f(x) = a - \frac{1}{2}(\sin x)^2$, a הוא פרמטר.
- הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
- א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. הביעו באמצעות a אם יש צורך.
- הישר $y = 2$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שני הערכים האפשריים של a .
- הציבו בפונקציה $f(x)$ את הערך של a הקטן יותר שמצאתם, וענו על הסעיפים ג-ד.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g'(x) = f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- ד. לפניכם שתי טענות I-II. קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או אינה נכונה. נמקו את קביעותיכם.
- I. לפונקציה $g(x)$ יש 3 נקודות קיצון פנימיות.
- II. הפונקציה $g(x)$ עולה בתחום $0 < x < 2\pi$.

תשובות סופיות: ✓

- סעיף א** מקס. (π, a) , מינ. $(\frac{\pi}{2}, a - \frac{1}{2})$, $(\frac{3\pi}{2}, a - \frac{1}{2})$, מקס. קצה $(0, a)$, $(2\pi, a)$
- סעיף ב** $a = 2$ או $a = 2.5$
- סעיף ג** סקיצה
- סעיף ד** טענה I אינה נכונה
טענה II נכונה

לשיעור

32 בגרות 482 חורף 2024 - שאלה 3

- נתונה הפונקציה $f(x) = \cos(2x) + 6\sin x + a$, a הוא פרמטר.
- הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.
- א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו את תשובותיכם באמצעות a , אם יש צורך).
- נתון כי הישר $y = 6$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום המוחלט שלה.

ב. מצאו את הערך של הפרמטר a .

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ (הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה־ x בשתי נקודות).

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $y = 6$ ועל ידי ציר ה־ y .

תשובות סופיות: ✓

סעיף א מינ. קצה $(0, 1+a)$, מקס. $(\frac{\pi}{2}, 5+a)$, מינ. $(\frac{3\pi}{2}, -7+a)$, מקס. קצה $(2\pi, 1+a)$

סעיף ב $a = 1$

סעיף ג סקיצה

סעיף ד $S = \frac{5\pi}{2} - 6 \approx 1.85$

לשיעור ⇐

33 בגרות 482 קיץ 2023 מועד ב' - שאלה 3

נתונה הפונקציה $f(x) = 1 + x - \sin(2x)$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצאו את שיעורי $\underline{\text{כל}}$ נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$.

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג ועל ידי ציר ה־ y (בתחום הנתון המשיק פוגש את גרף הפונקציה רק בנקודת ההשקה).

תשובות סופיות: ✓

סעיף א מקס. קצה $(0, 1)$, מינ. $(\frac{\pi}{6}, 0.66)$, מקס. $(\frac{5\pi}{6}, 4.48)$, מינ. קצה $(\pi, 4.14)$

סעיף ב סקיצה

סעיף ג $y = x$

סעיף ד $S = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \approx 0.29$

פרק 4 - 10 בגריות 571: חקירת פונקציה טריגונומטרית

לשיעור ⇐

34 בגרות 571 קיץ 2026 מועד ב' - שאלה 7

נתונה הפונקציה $f(x) = (\sin x)^2 \cdot \cos(2x)$, המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

א. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{a} \cdot f'(x)$.
 a הוא פרמטר שלילי.

ד. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה־ x .

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד בתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	הוכחה
סעיף ב	מקס. $(\pm \frac{\pi}{6}, \frac{1}{8})$; מינ. $(0, 0)$; מינ. קצה $(\pm \frac{\pi}{4}, 0)$
סעיף ג	סקיצה
סעיף ד (1)	$\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{6} \leq x \leq 0$
סעיף ד (2)	$(\frac{\pi}{6}, 0), (0, 0), (-\frac{\pi}{6}, 0)$
סעיף ה	סקיצה

לשיעור ⇐

35 בגרות 571 קיץ 2026 מועד א' - שאלה 7

נתונה הפונקציה:

$$f(x) = (1 + \cos x) \cdot (-1 + b \cos x)$$

המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

b הוא פרמטר.

נתון: $0 < b < 1$.

א. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמקו את תשובתכם.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{3}$.

ג. מצאו את הערך של b .

הציבו $b = \frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד-ה.

ד. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $h(x) = f(x) + |f(x)|$, המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

נקודה A היא נקודה כלשהי הנמצאת על גרף הפונקציה $h(x)$.

ה. האם שיעור ה־ y של נקודה A הוא חיובי, שלילי, שווה אפס או שאי אפשר לקבוע? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	זוגית
סעיף ב	$(\pi, 0), (-\pi, 0)$
סעיף ג	$b = \frac{1}{2}$
סעיף ד (1)	מקס. $(0, -1)$; מינ. $(\pm \frac{\pi}{3}, -\frac{9}{8})$; מקס. קצה $(\pm \pi, 0)$
סעיף ד (2)	סקיצה
סעיף ה	שווה אפס

לשיעור ⇐

36 בגרות 571 חורף 2026 - שאלה 7

נתונה הפונקציה:

$$f(x) = (\sin x)^2 + \cos x - 1$$

המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{1}{f(x) + b}.$$

b הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי אסימפטוטות אנכיות.

ד. כתבו שני ערכים אפשריים של b , שאחד מהם חיובי והאחר שלילי.

הציבו בפונקציה $g(x)$ את הערך השלילי של b שמצאתם, וענו על הסעיפים ה-ו.

ה. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א

הוכחה

סעיף ב (1)

$$(0, 0), \left(\pm \frac{\pi}{2}, 0\right)$$

סעיף ב (2)

$$\text{מקס. } \left(\pm \frac{\pi}{3}, \frac{1}{4}\right); \text{מינ. } (0, 0); \text{מינ. קצה } (\pm \pi, -2)$$

סעיף ג

סקיצה

סעיף ד

$$b = -\frac{1}{4}; 0 < b \leq 2; \text{למשל } b = 1$$

סעיף ה (1)

$$x \neq \pm \frac{\pi}{3}$$

סעיף ה (2)

$$\text{מקס. } (0, -4); \text{מקס. קצה } \left(\pm \pi, -\frac{4}{9}\right)$$

סעיף ו

סקיצה

לשיעור ⇐

37 בגרות 571 קיץ 2025 מועד ב' - שאלה 7

$$\text{נתונה הפונקציה } f(x) = 2\cos x + \frac{1}{\cos x}, \text{ בתחום } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. קבעו אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית. נמקו את קביעתכם.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = 2\cos x + \frac{2\sin x}{\sin(2x)}, \text{ בתחום } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

ה. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

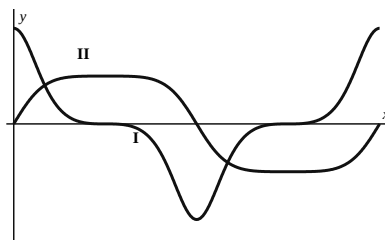
$$(2) \text{ הראו כי } g(x) = 2\cos x + \frac{1}{\cos x}, \text{ בעבור כל } x \text{ בתחום הגדרתה.}$$

ו. האם קיים ערך של k שבעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ ב-3 נקודות בדיוק? אם כן, מצאו אותו. אם לא,

נמקו את תשובתכם.

סעיף א (1)	$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$
סעיף א (2)	$x = \pm \frac{\pi}{2}$
סעיף ב	זוגית
סעיף ג	מקס. $(0, 3)$; מינ. $(\pm \frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2})$
סעיף ד	סקיצה
סעיף ה (1)	$x \neq 0, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$
סעיף ה (2)	הוכחה
סעיף ו	לא

בסרטוט שלפניכם נתונים שני גרפים, I-II, בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$, ואחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות לכל x בתחום הנתון.



א. קבעו איזה מן הגרפים I-II מתאר את הפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

$$\text{נתון כי } f(x) = \frac{\sin x}{1 + (\sin x)^2},$$

מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = |f(x) - 0.4|,$$

המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	גרף ו
סעיף ב (1)	$(0, 0), (\pi, 0), (2\pi, 0)$
סעיף ב (2)	מינ. קצה $(0, 0)$; מקס. $(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2})$; מינ. $(\frac{3\pi}{2}, -\frac{1}{2})$; מקס. קצה $(2\pi, 0)$
סעיף ג	$(\frac{\pi}{6}, 0), (-\frac{5\pi}{6}, 0)$
סעיף ד (1)	סקיצה
סעיף ד (2)	מקס. $(0, 0.4), (\frac{\pi}{2}, 0.1), (\frac{3\pi}{2}, 0.9)$; מינ. $(\frac{\pi}{6}, 0), (\frac{5\pi}{6}, 0), (2\pi, 0.4)$

לשיעור ⇐

39 בגרות 571 חורף 2025 - שאלה 7

נתונה הפונקציה $f(x) = \cos x + \frac{4}{(\cos x)^2} + a$, בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לישר $y = 4$ בשתי נקודות.

ג. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונות הפונקציה $g(x) = f(x) - k$ והפונקציה $h(x) = \frac{1}{g(x)}$, שתיהן בתחום $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. k הוא פרמטר, $k \neq 4$, $k \neq 6$.

ו. מצאו את הערך של k שבעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ וגרף הפונקציה $h(x)$ נפגשים בכל אחת מנקודות הקיצון שלהן.

תשובות סופיות: ✓

סעיף א	$x \neq \pm \frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$
סעיף ב	זוגית
סעיף ג	$a = 1$
סעיף ד	מינימום $(0, 6)$, $(\pm\pi, 4)$
סעיף ה	סקיצה
סעיף ו	$k = 5$

לשיעור ⇐

40 בגרות 571 קיץ 2024 מועד ב' - שאלה 7

נתונה הפונקציה $f(x) = (b + \cos x) \sin x$, המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$, b הוא פרמטר.

א. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמקו את תשובתכם.

נתון כי לגרף הפונקציה $f(x)$ יש בדיוק שלוש נקודות חיתוך עם ציר ה־ x .

ב. לפניכם שלוש אפשרויות I–III לערכים של b . קבעו איזו אפשרות יכולה להתאים לפונקציה $f(x)$, ונמקו את קביעתכם.

I. $0 < b < 1$ II. $b = 0$ III. $b \geq 1$

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$, כאשר $\cos x = \frac{1}{4}$, הוא $(-\frac{5}{8})$.

ג. מצאו את הערך של b .

הציבו $b = 1$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = (f(x))^2 \cdot f'(x)$. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ו. חשבו את השטח ברביע הראשון, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

תשובות סופיות: ✓

סעיף א

אי-זוגית

סעיף ב

אפשרות III

סעיף ג

$b = 1$

סעיף ד

מקס. $(\frac{\pi}{3}, \frac{3\sqrt{3}}{4})$

מינ. $(-\frac{\pi}{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{4})$

מקס. קצה $(-\pi, 0)$

מינ. קצה $(\pi, 0)$

סעיף ה

סקיצות

סעיף ו

$S = \frac{27\sqrt{3}}{64} \approx 0.73$

לשיעור ⇐

41 בגרות 571 קיץ 2024 מועד א' - שאלה 7

נתונה הפונקציה $f(x) = \cos x - \sqrt{\cos x}$, בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) הראו כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

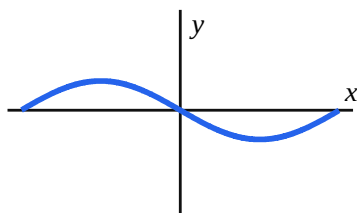
(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן (בתשובותיכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

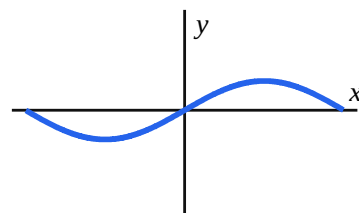
ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

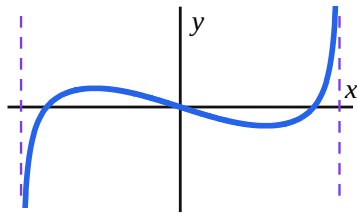
ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



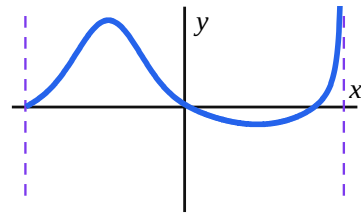
II



I



IV



III

נתונה הפונקציה $g(x) = k - f(x)$, k הוא פרמטר חיובי. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום בין 0 ל- $\frac{\pi}{2}$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי הישרים $x = \frac{\pi}{2}$ ו- $x = -\frac{\pi}{2}$ הוא $10 \cdot S$.

ה. הביעו את k באמצעות S .

✓ תשובות סופיות:

סעיף א (1)

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

סעיף א (2)

הוכחה

סעיף א (3)

$$(0, 0), \left(\pm \frac{\pi}{2}, 0\right)$$

סעיף א (4)

מקס. $(0, 0)$

מינ. $(\pm 1.32, -0.25)$

מקס. קצה $(\pm \frac{\pi}{2}, 0)$

סעיף ב

סקיצה

סעיף ג

חיוביות: אין

$$0 < x < \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} < x < 0$$

סעיף ד

גרף IV

סעיף ה

$$k = \frac{6S}{\pi}$$

לשיעור ⇐

42 בגרות 571 חורף 2024 - שאלה 7

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sin(x) - a}{\sin(x) + a}$. a הוא פרמטר חיובי.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x המקיים $\sin(x) \neq -a$.

נתון כי הגרף של הפונקציה $f(x)$ משיק לציר x בכל נקודות הקיצון שלה.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ב-ה עבור התחום $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -1$ בתחום הנתון? נמקו את תשובתכם.

ידוע כי הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה בכל אחד מחלקי תחום הגדרתה.

ה. קבעו אם הטענה שלפניכם נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

$$\int_0^{\pi} (f(x) + 1) dx > \frac{\pi}{2}$$

תשובות סופיות: ✓

סעיף א

סעיף ב (1)

סעיף ב (2)

סעיף ב (3)

סעיף ג

סעיף ד

סעיף ה

$$a = 1$$

$$-2\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$x \neq -\frac{\pi}{2}, x \neq \frac{3\pi}{2}$$

$$(0, -1)$$

$$\left(-\frac{3\pi}{2}, 0\right), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$\text{מקס. } \left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \left(-\frac{3\pi}{2}, 0\right)$$

$$\text{מינ. קצה } (-2\pi, -1)$$

$$\text{מקס. קצה } (2\pi, -1)$$

סקיצה

5 פתרונות

נכונה

לשיעור

43 בגרות 571 קיץ 2023 מועד מיוחד - שאלה 6

נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(x) \cdot \cos^3(x)$ המוגדרת בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

א. (1) האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי־זוגית? נמקו.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

(3) סרטטו (בקו מקווקו) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$.

ענו על סעיף ג בעבור התחום שבו מוגדרות שתי הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.

ג. מצאו את המרחק המינימלי בין הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.

✓ תשובות סופיות:

סעיף א (1)

סעיף א (2)

סעיף א (3)

אי־זוגית

$$(\pm \frac{\pi}{2}, 0), (0, 0)$$

$$(\frac{\pi}{6}, \frac{3\sqrt{3}}{16}) \text{ מקס.}$$

$$(-\frac{\pi}{6}, -\frac{3\sqrt{3}}{16}) \text{ מינ.}$$

$$(-\frac{\pi}{2}, 0) \text{ מקס. קצה}$$

$$(\frac{\pi}{2}, 0) \text{ מינ. קצה}$$

סקיצה

$$0 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$(\frac{\pi}{6}, 1.75) \text{ מינימום}$$

סקיצה

$$\approx 1.43$$

סעיף א (4)

סעיף ב (1)

סעיף ב (2)

סעיף ב (3)

סעיף ג