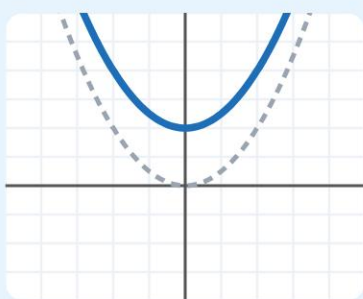


טרנספורמציות של פונקציות

סיכום הזזות, שיקופים ומתיחות — מתמטיקה

קו מקווקו אפור = הגרף המקורי · קו צבעוני = אחרי השינוי

הזזה למעלה / למטה



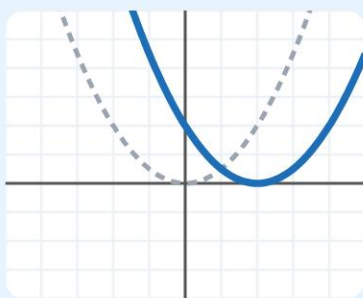
$$y = f(x) + k$$

k חיובי ← למעלה

k שלילי ← למטה

דוגמה: $x^2 + 2$ עולה 2 יחידות

הזזה ימינה / שמאלה



$$y = f(x - a)$$

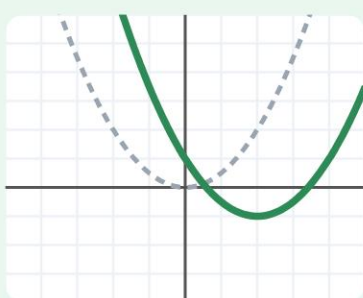
$x - a$ ← ימינה a

$x + a$ ← שמאלה a

שימו לב: בתוך הסוגריים — הפוך!

דוגמה: $(x - 2)^2$ זז ימינה 2

הזזה משולבת



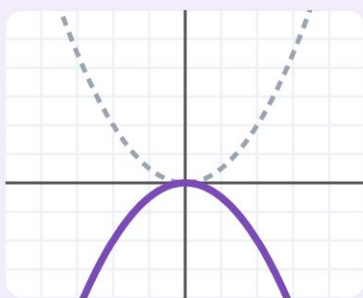
$$y = f(x - a) + k$$

ימינה/שמאלה וגם למעלה/למטה.

קודקוד הפרבולה עובר ל- (a, k)

דוגמה: $(x - 2)^2 - 1$ ← קודקוד $(2, -1)$

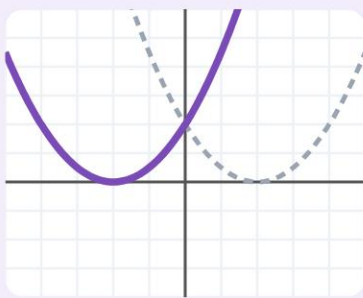
שיקוף לפי ציר x



$$y = -f(x)$$

כל ערך y מחליף סימן — הגרף מתהפך למטה
דוגמה: $-x^2$ פרבולה הפוכה

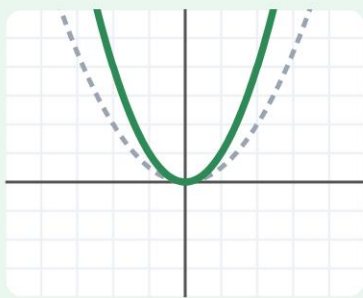
שיקוף לפי ציר y



$$y = f(-x)$$

כל x מחליף סימן — הגרף מתהפך ימין ↔ שמאל
דוגמה: $(x - 2)^2$ ← $(x + 2)^2$

מתיחה / כיווץ אנכי



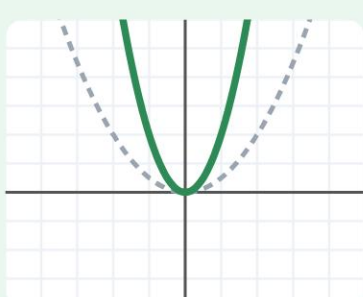
$$y = c \cdot f(x)$$

$c > 1$ ← הגרף נמתח (צר יותר)

$0 < c < 1$ ← מתכווץ (רחב יותר)

דוגמה: $2x^2$ צרה יותר מ- x^2

מתיחה / כיווץ אופקי



$$y = f(c \cdot x)$$

$c > 1$ ← כיווץ לכיוון ציר y

$0 < c < 1$ ← מתיחה הצידה

גם כאן — בתוך הסוגריים הפוך

דוגמה: $f(2x)$ ← כיווץ פי 2

הכלל לזכור

שינוי מחוץ לסוגריים ← משפיע על y (למעלה/למטה) — כמו שנראה.

שינוי בתוך הסוגריים ← משפיע על x (ימינה/שמאלה) — הפוך ממה שנראה.

טרנספורמציות – חלק 2

ערך מוחלט, 1 חלקי f, ריבוע ושורש – מתמטיקה

קו מקווקו אפור = f המקורית (בדוגמאות: $f(x) = x^2 - 1$) • קו צבעוני = אחרי השינוי • קו סגול מקווקו = אסימפטוטה • נקודת קיצון • חור

ערך מוחלט של הפונקציה

$$y = |f(x)|$$

- מה שמתחת לציר x — משתקף למעלה. מה שמעל — נשאר.

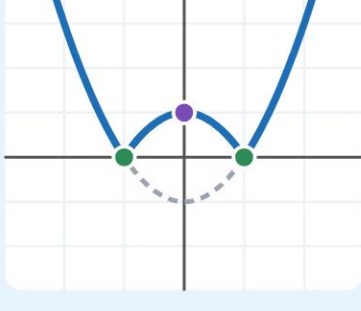
- נקודות החיתוך עם ציר x נשארות.

נוצרות 2 נקודות קיצון חדשות

שלא היו קודם: בכל נקודת חיתוך עם ציר x נוצר מינימום (חד, "פינה").

- מינימום שהיה מתחת לציר — הופך למקסימום.

דוגמה: $|x^2 - 1|$: מינימום חדש ב- $(-1, 0)$ וב- $(1, 0)$ המינימום $(0, -1)$ הופך למקסימום $(0, 1)$ (נקודה סגולה). המינימומים החדשים — נקודות ירוקות.



אחד חלקי הפונקציה

$$y = 1 / f(x)$$

- אפס של f ← אסימפטוטה אנכית של $1/f$

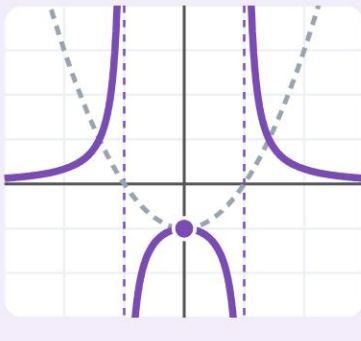
- אותו סימן כמו f (חיובית ↔ חיובית)

- f עולה ← $1/f$ יורדת (ולהפך)

- מקסימום ↔ מינימום (באותו x)

- נקודות שבהן $y = 1$ או $y = -1$ — נשארות

דוגמה: $1 / (x^2 - 1)$: אפסים ב- $x = \pm 1$ ← אסימפטוטות. המינימום של f ב- $(0, -1)$ הוא מקסימום של $1/f$ באותה נקודה



אסימפטוטה אנכית ב-f ← חור ב-1/f

$$x = a \leftarrow (a, 0)$$

- אם ל-f יש אסימפטוטה אנכית ב- $x = a$, אז ליד a הערכים של f שואפים לאינסוף ← $1/f$ שואפת ל-0.

- אבל $x = a$ לא בתחום ההגדרה של f, ולכן גם לא של $1/f$.

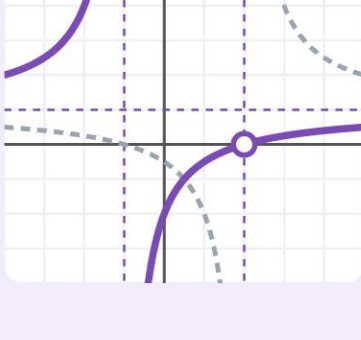
- לכן ב- $1/f$ נוצר חור בנקודה $(a, 0)$.

- ולהפך: אסימפטוטה אופקית $y = 1$ של f נשארת $y = 1$ של $1/f$.

- דוגמה: $f(x) = (x + 1) / (x - 2)$ ל-f אסימפטוטה $x = 2$

$$1/f = (x - 2) / (x + 1)$$

- ב- $1/f$ יש חור ב- $(2, 0)$ ← אפס של f ב- $x = -1$ ← אסימפטוטה של $1/f$



2 הפונקציה בריבוע

$$y = [f(x)]^2$$

- תמיד חיובית או אפס

נוצרות נקודות קיצון חדשות:

בכל נקודת אפס של f נוצר מינימום חדש (הגרף נוגע בציר x)

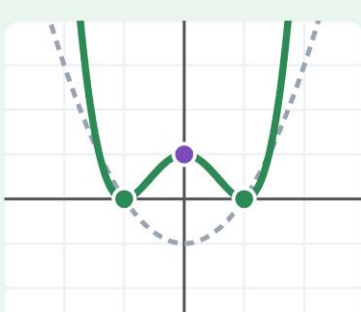
- מינימום של f שהיה מתחת לציר — הופך למקסימום

- איפה ש- $|f| > 1$ ← הגרף "נמתח" למעלה

- איפה ש- $|f| < 1$ ← הגרף "מתכווץ"

דוגמה: $(x^2 - 1)^2$ (ירוק)

מינימום חדש ב- $(-1, 0)$ וב- $(1, 0)$ (נקודות ירוקות) המינימום $(0, -1)$ של f הופך למקסימום $(0, 1)$ (נקודה סגולה)



✓ שורש של הפונקציה

$$y = \sqrt{f(x)}$$

- מוגדרת רק איפה ש- $f \geq 0$

- אפסים של f נשארים

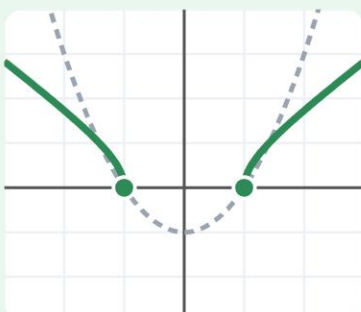
- עלייה וירידה — כמו f

- אותן נקודות קיצון של f (בתחום)

נקודות קצה חדשות: באפסים של f נוצר מינימום קצה (הגרף מתחיל שם)

- איפה ש- $f = 1$ ← גם השורש = 1

דוגמה: $\sqrt{x^2 - 1}$ (ירוק) — מוגדרת רק עבור $|x| \geq 1$ מינימום קצה חדש ב- $(-1, 0)$ וב- $(1, 0)$ (נקודות ירוקות)



דוגמה לטרנספורמציה כפולה: $1 / [f(x)]^2$

$$f(x) \rightarrow [f(x)]^2 \rightarrow 1 / [f(x)]^2$$

שלב 1 (מאפור לירוק): מ-f(x) ל- $[f(x)]^2$ — לפי כללי הריבוע:

הכל חיובי, אפסים הופכים לנגיעה (מינימום).

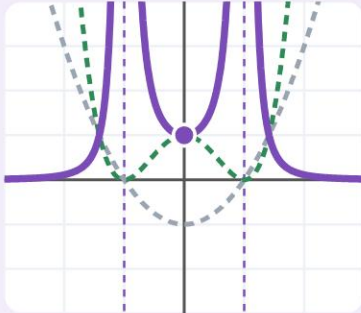
שלב 2 (מירוק לסגול): מ- $[f(x)]^2$ ל- $1 / [f(x)]^2$ — לפי כללי 1/f:

אפס ← אסימפטוטה אנכית, עולה ↔ יורדת, מינימום ↔ מקסימום.

דוגמה: $f(x) = x^2 - 1$ (אפור מקווקו) — מינימום חדש ב- $(-1, 0)$ וב- $(1, 0)$ (נקודה סגולה)

שלב 1: $(x^2 - 1)^2$ (ירוק מקווקו) — מקסימום ב- $(0, 1)$ (נקודה סגולה)

שלב 2: $1 / (x^2 - 1)^2$ (סגול) — המינימומים ב- $x = \pm 1$ הופכים לאסימפטוטות אנכיות, והמקסימום $(0, 1)$ הופך למינימום $(0, 1)$ (נקודה סגולה).



💡 טיפ לכל הטרנספורמציות האלה:

מתחילים מנקודות חשובות של f: נקודות אפס, נקודות קיצון, ונקודות שבהן $f = 1$ או $f = -1$ — ובודקים לאן כל אחת "עוברת".