דף עבודה – תרגול נוסף · מודל ריבועי

פתרונות מלאים

פרבולה בסיפור · נקודת התחלה · קודקוד – גובה מרבי או מזערי · פגיעה בקרקע · עלייה וירידה

מתמטריק
ללמוד ולהצליח

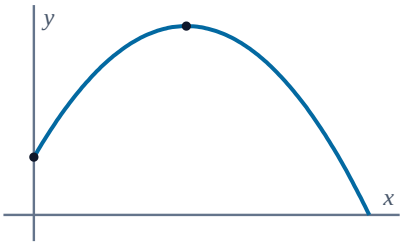
מודל ריבועי
שאלון 372

הפתרון המלא של כל שאלה בדף העבודה, שלב אחרי שלב. התשובה הסופית של כל סעיף מסומנת באדום.

1 שאלה 1 בסיסי

כדור נזרק, והמסלול שלו מתואר בפונקציה $y = -0.2x^2 + 2x + 2.2$.

x – המרחק האופקי מנקודת הזריקה (במטרים), y – הגובה (במטרים).



א. מאיזה גובה נזרק הכדור?

ב. מהו הגובה המרבי של הכדור, ובאיזה מרחק הוא מתקבל?

ג. מה גובה הכדור במרחק 8 מטרים?

ד. באיזה מרחק פוגע הכדור בקרקע?

סעיף א

בזריקה $x = 0$:

$$y = -0.2 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 2.2 = 2.2$$

תשובה: 2.2 מטרים

סעיף ב

$$a = -0.2 < 0$$

הפרבולה "בוכה" – לקודקוד גובה מרבי.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot (-0.2)} = \frac{-2}{-0.4} = 5$$

$$y = -0.2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 2.2$$

$$y = -5 + 10 + 2.2 = 7.2$$

תשובה: 7.2 מטרים, במרחק 5 מטרים

סעיף ג

$$y = -0.2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8 + 2.2$$

$$y = -12.8 + 16 + 2.2 = 5.4$$

תשובה: 5.4 מטרים

סעיף ד

$$-0.2x^2 + 2x + 2.2 = 0$$

נכפול ב־(-5):

$$x^2 - 10x - 11 = 0$$

$$b^2 - 4ac = 100 + 44 = 144$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = 11 \ , \ x_2 = -1$$

מרחק שלילי נפסל.

תשובה: 11 מטרים

2 שאלה 2 בסיסי

שער בגן בנוי בצורת קשת. הקשת מתוארת בפונקציה $y = -0.5x^2 + 4x$.
x – המרחק האופקי (במטרים) מהנקודה O, y – הגובה (במטרים).

א. מצאו את הנקודות שבהן הקשת פוגשת את הקרקע.

ב. מהו הגובה המרבי של הקשת?

ג. מה גובה הקשת במרחק 1 מטר מ־O?

ד. בעבור אילו ערכים של x הקשת עולה?

סעיף א

$$-0.5x^2 + 4x = 0$$
$$x(-0.5x + 4) = 0$$
$$x = 0$$
$$-0.5x + 4 = 0 \Longrightarrow x = 8$$

תשובה: $O(0\ ,\ 0)$, $B(8\ ,\ 0)$

סעיף ב

$$x = \frac{-4}{2 \cdot (-0.5)} = 4$$
$$y = -0.5 \cdot 16 + 4 \cdot 4 = -8 + 16 = 8$$

תשובה: 8 מטרים

סעיף ג

$$y = -0.5 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 3.5$$

תשובה: 3.5 מטרים

סעיף ד

הפרבולה "בוכה" ($a = -0.5$), עולה משמאל לקודקוד $x = 4$, והקשת מתחילה ב־$x = 0$.

תשובה: $0 < x < 4$

3 שאלה 3 בסיסי

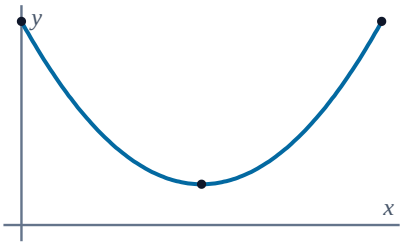
כבל של גשר תלוי מתואר בפונקציה $y = 0.05x^2 - 2x + 25$, בעבור $0 \le x \le 40$.
x – המרחק האופקי (במטרים), y – גובה הכבל מעל הכביש (במטרים).

א. מה גובה הכבל בתחילתו ($x = 0$)?

ב. מהו הגובה הנמוך ביותר של הכבל, ובאיזה מרחק?

ג. מה גובה הכבל במרחק 10 מטרים?

ד. באיזה מרחק נוסף גובה הכבל הוא גם 10 מטרים?



סעיף א

$$y = 0.05 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 25 = 25$$

תשובה: 25 מטרים

סעיף ב

$$a = 0.05 > 0$$

הפרבולה "מחייכת" – לקודקוד גובה מזערי.

$$x = \frac{2}{2 \cdot 0.05} = \frac{2}{0.1} = 20$$
$$y = 0.05 \cdot 400 - 2 \cdot 20 + 25$$
$$y = 20 - 40 + 25 = 5$$

תשובה: 5 מטרים, במרחק 20 מטרים

סעיף ג

$$y = 0.05 \cdot 100 - 20 + 25 = 10$$

תשובה: 10 מטרים

סעיף ד

$$0.05x^2 - 2x + 25 = 10$$

$$0.05x^2 - 2x + 15 = 0$$

נכפול ב־20:

$$x^2 - 40x + 300 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 1200}}{2} = \frac{40 \pm 20}{2}$$

$$x_1 = 30 \ , \ x_2 = 10$$

(או: הפרבולה סימטרית סביב $x = 20$, ו־10 רחוק ממנו 10 – לכן גם $20 + 10 = 30$.)

תשובה: 30 מטרים

4 שאלה 4 בינוני

דולפין קופץ מהמים. המסלול שלו מתואר בפונקציה $y = -x^2 + 6x - 5$.

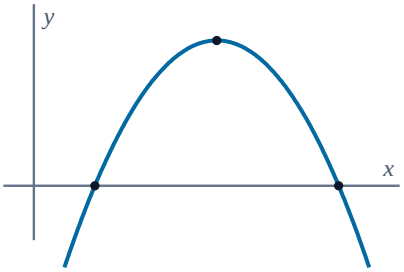
x – המרחק האופקי (במטרים), y – הגובה מעל פני המים (במטרים; $y < 0$ מתחת למים).

א. באילו מרחקים הדולפין יוצא מהמים ונכנס חזרה?

ב. מהו הגובה המרבי של הדולפין מעל המים?

ג. באילו מרחקים הדולפין בגובה 3 מטרים?

ד. בעבור אילו ערכים של x הדולפין יורד, כשהוא מעל המים?



סעיף א

$$-x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = 5 \ , \ x_2 = 1$$

תשובה: $x = 1$ ו־$x = 5$

סעיף ב

$$x = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = 3$$

$$y = -9 + 18 - 5 = 4$$

תשובה: 4 מטרים

סעיף ג

$$-x^2 + 6x - 5 = 3$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = 4 \ , \ x_2 = 2$$

תשובה: $x = 2$ ו־$x = 4$

סעיף ד

הפרבולה "בוכה" – יורדת מימין לקודקוד $x = 3$, עד שהדולפין נכנס למים ב־$x = 5$.

תשובה: $3 < x < 5$

5 שאלה 5 בינוני

הרווח היומי של חנות (בשקלים) ממכירת כובעים תלוי במחיר כובע x (בשקלים): $y = -2x^2 + 40x - 150$.

א. מה הרווח כשמחיר כובע הוא 5 שקלים?

ב. באיזה מחיר הרווח הוא הגדול ביותר? מהו הרווח?

ג. באילו מחירים לחנות יש רווח (הרווח חיובי)?

ד. באילו מחירים הרווח הוא 32 שקלים?

סעיף א

$$y = -2 \cdot 25 + 40 \cdot 5 - 150$$

$$y = -50 + 200 - 150 = 0$$

תשובה: **0 שקלים**

סעיף ב

$$x = \frac{-40}{2 \cdot (-2)} = 10$$

$$y = -2 \cdot 100 + 400 - 150 = 50$$

תשובה: **במחיר 10 שקלים, רווח 50 שקלים**

סעיף ג

$$-2x^2 + 40x - 150 = 0$$

$$x^2 - 20x + 75 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 300}}{2} = \frac{20 \pm 10}{2}$$

$$x_1 = 15 \text{ , } x_2 = 5$$

הפרבולה "בוכה" – חיובית בין השורשים.

תשובה: $5 < x < 15$

סעיף ד

$$-2x^2 + 40x - 150 = 32$$

$$x^2 - 20x + 91 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 364}}{2} = \frac{20 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = 13 \text{ , } x_2 = 7$$

תשובה: **7 שקלים או 13 שקלים**

6 שאלה 6 בינוני

מגלשה בגן שעשועים מתוארת בפונקציה $y = 0.1x^2 - 1.2x + 4$, בעבור $0 \le x \le 6$.

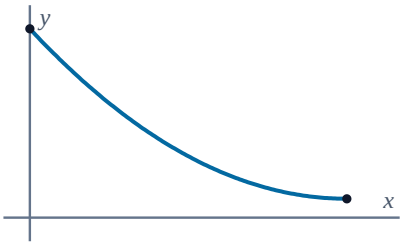
x – המרחק האופקי (במטרים), y – הגובה (במטרים).

א. מה גובה ראש המגלשה ($x = 0$)?

ב. הנקודה התחתונה של המגלשה היא קודקוד הפרבולה. מצאו את גובהה.

ג. מה גובה המגלשה במרחק 2 מטרים?

ד. באיזה מרחק גובה המגלשה הוא 1.6 מטרים? (דייקו עד שתי ספרות אחרי הנקודה)



סעיף א

$$y = 0.1 \cdot 0 - 1.2 \cdot 0 + 4 = 4$$

תשובה: **4 מטרים**

סעיף ב

$$x = \frac{1.2}{2 \cdot 0.1} = 6$$

$$y = 0.1 \cdot 36 - 7.2 + 4$$

$$y = 3.6 - 7.2 + 4 = 0.4$$

תשובה: **0.4 מטרים (ב־$x = 6$)**

סעיף ג

$$y = 0.1 \cdot 4 - 2.4 + 4 = 2$$

תשובה: 2 מטרים

סעיף ד

$$0.1x^2 - 1.2x + 4 = 1.6$$

$$0.1x^2 - 1.2x + 2.4 = 0$$

נכפול ב־10:

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 96}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{48}}{2}$$

$$x_1 \approx 9.46 \text{ , } x_2 \approx 2.54$$

המגלשה רק עד $x = 6$, לכן $x \approx 9.46$ נפסל.

תשובה: $x \approx 2.54$ מטרים

7 שאלה 7 מתקדם

שחקן כדורסל זורק כדור לסל. מסלול הכדור מתואר בפונקציה $y = -0.1x^2 + 1.2x + 2$.

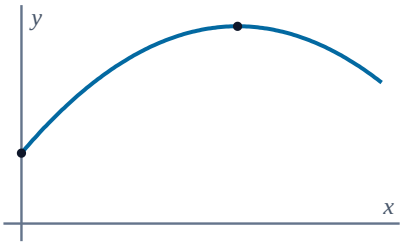
x – המרחק האופקי מהשחקן (במטרים), y – הגובה (במטרים).

א. מאיזה גובה נזרק הכדור?

ב. מצאו את הגובה המרבי של הכדור.

ג. הכדור נכנס לסל בגובה 4.5 מטרים, כשהוא כבר יורד. באיזה מרחק מהשחקן נמצא הסל? (שתי ספרות אחרי הנקודה)

ד. בעבור אילו מרחקים הכדור גבוה מ־5 מטרים? (שתי ספרות אחרי הנקודה)



סעיף א

$$y = -0.1 \cdot 0 + 1.2 \cdot 0 + 2 = 2$$

תשובה: 2 מטרים

סעיף ב

$$x = \frac{-1.2}{2 \cdot (-0.1)} = 6$$

$$y = -0.1 \cdot 36 + 7.2 + 2$$

$$y = -3.6 + 7.2 + 2 = 5.6$$

תשובה: 5.6 מטרים (במרחק 6 מטרים)

סעיף ג

$$-0.1x^2 + 1.2x + 2 = 4.5$$

נכפול ב־(-10):

$$x^2 - 12x + 25 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 100}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{44}}{2}$$

$$x_1 \approx 9.32 \text{ , } x_2 \approx 2.68$$

הכדור יורד מימין לקודקוד $x = 6$, לכן $x \approx 9.32$.

תשובה: $x \approx 9.32$ מטרים

סעיף ד

$$-0.1x^2 + 1.2x + 2 = 5$$

$$x^2 - 12x + 30 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{24}}{2} = 6 \pm \sqrt{6}$$

$$x_1 \approx 8.45 \text{ , } x_2 \approx 3.55$$

הפרבולה "בוכה" – מעל 5 בין שני הפתרונות:

$3.55 < x < 8.45$.

תשובה: $3.55 < x < 8.45$ (בערך)

8 שאלה 8 מתקדם

קשת של גשר מתוארת בפונקציה $y = -0.02x^2 + 1.6x$.

x – המרחק האופקי (במטרים) מתחילת הקשת, y – הגובה (במטרים).

א. מהו רוחב הקשת (המרחק בין שתי נקודות הקרקע)?

ב. מהו הגובה המרבי של הקשת?

ג. שני עמודים אנכיים מחברים את הקשת לכביש, בנקודות שבהן גובה הקשת 24 מטרים. מה המרחק בין שני העמודים?

ד. מה גובה הקשת 10 מטרים מתחילתה?

סעיף א

$$-0.02x^2 + 1.6x = 0$$

$$x(-0.02x + 1.6) = 0$$

$$x = 0 \ , \ x = \frac{1.6}{0.02} = 80$$

תשובה: 80 מטרים

סעיף ב

$$x = \frac{-1.6}{2 \cdot (-0.02)} = 40$$

$$y = -0.02 \cdot 1{,}600 + 1.6 \cdot 40$$

$$y = -32 + 64 = 32$$

תשובה: 32 מטרים

סעיף ג

$$-0.02x^2 + 1.6x = 24$$

נכפול ב־(-50):

$$x^2 - 80x + 1{,}200 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{80 \pm \sqrt{6{,}400 - 4{,}800}}{2} = \frac{80 \pm 40}{2}$$

$$x_1 = 60 \ , \ x_2 = 20$$

$$60 - 20 = 40$$

תשובה: 40 מטרים

סעיף ד

$$y = -0.02 \cdot 100 + 16 = 14$$

תשובה: 14 מטרים

9 שאלה 9 מתקדם

במזרקה יש שני סילוני מים שיוצאים מאותה נקודה O:

סילון א: $y = -0.5x^2 + 3x$

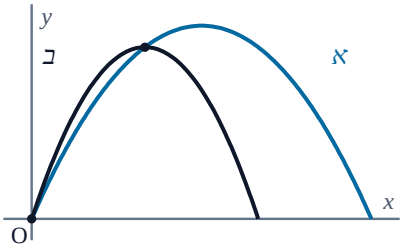
סילון ב: $y = -x^2 + 4x$

x – המרחק האופקי (במטרים), y – הגובה (במטרים).

א. מצאו את הגובה המרבי של כל סילון.

ב. באיזה מרחק מ־O פוגע כל סילון במים שבבריכה ($y = 0$)?

ג. באיזו נקודה (חוץ מ־O) שני הסילונים נפגשים?



סעיף א

סילון א:

$$x = \frac{-3}{2 \cdot (-0.5)} = 3 \ , \ y = -4.5 + 9 = 4.5$$

סילון ב:

$$x = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 2 \ , \ y = -4 + 8 = 4$$

תשובה: **סילון א: 4.5 מטרים; סילון ב: 4 מטרים**

סעיף ב

$$x(-0.5x + 3) = 0 \Longrightarrow x = 6$$

$$x(-x + 4) = 0 \Longrightarrow x = 4$$

תשובה: **סילון א: 6 מטרים; סילון ב: 4 מטרים**

סעיף ג

$$-0.5x^2 + 3x = -x^2 + 4x$$

$$0.5x^2 - x = 0$$

$$x(0.5x - 1) = 0$$

$$x = 2$$

$$y = -4 + 8 = 4$$

תשובה: **(2 , 4)**