

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

תזכורת

- $\int (ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$
- זיהוי הנגזרת הפנימית: $\int \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}} dx = \sqrt{g(x)} + C$, $\int g'(x) \cdot (g(x))^n dx = \frac{(g(x))^{n+1}}{n+1} + C$
- $\int \cos(ax) dx = \frac{\sin(ax)}{a} + C$, $\int \sin(ax) dx = -\frac{\cos(ax)}{a} + C$
- פונקציה צוברת: אם $G'(x) = f(x)$ אז $G(x) = \int_a^x f(t) dt$

חלק א - שאלות בסיסיות

1 שאלה 1 בסיסי

מצאו פונקציה קדומה לכל אחת מהפונקציות:

א. $f(x) = (3x - 1)^4$

ב. $f(x) = \frac{1}{(2x + 1)^2}$

ג. $f(x) = \sqrt{4x + 1}$

ד. $f(x) = \sin(2x)$

2 שאלה 2 בסיסי

חשבו בעזרת זיהוי הנגזרת הפנימית:

א. $\int 2x(x^2 + 3)^4 dx$

ב. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} dx$

ג. $\int \cos(x) \cdot \sin^2(x) dx$

3 שאלה 3 בסיסי

חשבו את האינטגרלים:

א. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx$

ב. $\int_0^2 x(x^2 + 1)^2 dx$

ג. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x + 1}} dx$

חלק ב - שאלות ברמה בינונית

4 שאלה 4 בינוני

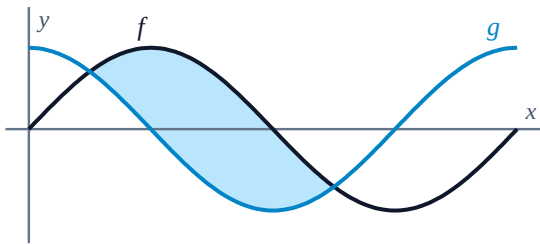
נתונה הפונקציה f שהנגזרת שלה היא $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+5}}$. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2, 1)$.

- מצאו את $f(x)$.
- מצאו את משוואת המשיק לגרף f בנקודה $(2, 1)$.
- מצאו את נקודת הקיצון של f וקבעו את סוגה.

5 שאלה 5 בינוני

נתונות הפונקציות $f(x) = \sin(x)$ ו- $g(x) = \cos(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

- מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים בתחום.
- חשבו את השטח המוגבל בין שני הגרפים בין נקודות החיתוך.



6 שאלה 6 בינוני

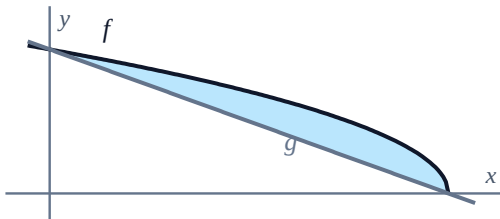
נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$ בתחום $x \geq 0$.

- חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, הצירים והישר $x = 3$.
- מצאו את $k > 0$ כך שהשטח המוגבל על ידי הגרף, הצירים והישר $x = k$ יהיה שווה ל-2.

7 שאלה 7 בינוני

נתונות הפונקציות $f(x) = \sqrt{9-x}$ ו- $g(x) = 3 - \frac{x}{3}$.

- הראו ששני הגרפים נחתכים בנקודות $(0, 3)$ ו- $(9, 0)$.
- חשבו את השטח המוגבל בין שני הגרפים.



חלק ג - שאלות ברמת בגרות

8 שאלה מתקדם

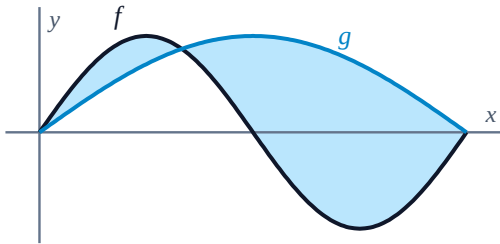
נתונה הפונקציה $G(x) = \int_0^x (t^2 - 4t + 3) dt$.

- מצאו את $G'(x)$.
- מצאו את נקודות הקיצון של G וקבעו את סוגן.
- מצאו את כל הערכים של x שעבורם $G(x) = 0$.

9 שאלה מתקדם

נתונות הפונקציות $f(x) = \sin(2x)$ ו- $g(x) = \sin(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

- מצאו את נקודות החיתוך של שני הגרפים בתחום.
- חשבו את סכום השטחים המוגבלים בין שני הגרפים בתחום.



10 שאלה מתקדם

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}$.

- מצאו פונקציה קדומה של f .
- השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, ציר x והישר $x = k$ ($k > 0$) שווה ל-0.4. מצאו את k .
- מה מתקרב השטח המוגבל על ידי הגרף, ציר x והישר $x = k$ כאשר k גדל מאוד?

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. הדרך המלאה - בקובץ "פתרונות מלאים".

שאלה 1

א. $F(x) = \frac{(3x-1)^5}{15} + C$

ב. $F(x) = -\frac{1}{2(2x+1)} + C$

ג. $F(x) = \frac{(4x+1)\sqrt{4x+1}}{6} + C$

ד. $F(x) = -\frac{\cos(2x)}{2} + C$

שאלה 6

א. 3

ב. $k = 1$

שאלה 7

א. הנקודות $(9, 0)$, $(0, 3)$

ב. 4.5

שאלה 8

א. $G'(x) = x^2 - 4x + 3$

ב. $(1, \frac{4}{3})$ מקסימום, $(3, 0)$ מינימום

ג. $x = 0$, $x = 3$

שאלה 9

א. $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \pi$

ב. $\frac{5}{2} = 2.5$

שאלה 10

א. $F(x) = -\frac{1}{2(x^2+1)} + C$

ב. $k = 2$

ג. $\frac{1}{2}$

שאלה 2

א. $\frac{(x^2+3)^5}{5} + C$

ב. $\sqrt{x^2+16} + C$

ג. $\frac{\sin^3(x)}{3} + C$

שאלה 3

א. 1

ב. $\frac{62}{3} \approx 20.67$

ג. 2

שאלה 4

א. $f(x) = \sqrt{x^2+5} - 2$

ב. $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

ג. $(0, \sqrt{5} - 2)$ מינימום

שאלה 5

א. $x = \frac{5\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{4}$

ב. $2\sqrt{2} \approx 2.83$