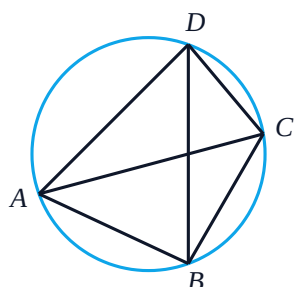


הפתרון המלא של כל שאלה בדף העבודה, שלב אחרי שלב. התשובה הסופית של כל סעיף מסומנת באדום.

1 שאלה 1 בסיסי

המרובע ABCD חסום במעגל. נתון: $\angle DAB = 70^\circ$, $\angle ABC = 95^\circ$, $\angle BDC = 40^\circ$.



- מצאו את $\angle BCD$.
- מצאו את $\angle ADC$.
- מצאו את $\angle BAC$ ואת $\angle CAD$.
- מצאו את $\angle ACB$.

סעיף ב

$$\angle ADC = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

תשובה: 85°

סעיף ד

במשולש ABC:

$$\angle ACB = 180^\circ - 95^\circ - 40^\circ = 45^\circ$$

תשובה: 45°

סעיף א

זוויות נגדיות במרובע חסום:

$$\angle BCD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

תשובה: 110°

סעיף ג

זוויות היקפיות על הקשת BC:

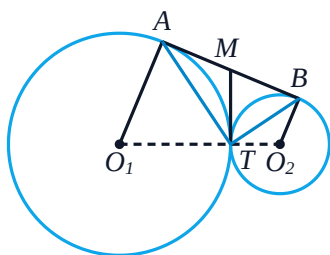
$$\angle BAC = \angle BDC = 40^\circ$$

$$\angle CAD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

תשובה: $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$

2 שאלה 2 בסיסי

שני מעגלים שמרכזיהם O_1 ו- O_2 משיקים מבחוץ בנקודה T. הרדיוסים הם $R = 9$ ו- $r = 4$. ישר משיק לשני המעגלים בנקודות A ו-B. המשיק המשותף בנקודה T חותך את AB בנקודה M.



- מצאו את O_1O_2 .
- מצאו את אורך המשיק המשותף AB.
- הוכיחו ש-M אמצע AB.
- מצאו את $\angle ATB$.

סעיף א

המרכזים ונקודת ההשקה על ישר אחד:
 $O_1O_2 = 9 + 4 = 13$

תשובה: 13

סעיף ג

שני משיקים מנקודה אחת שווים:
 $MA = MT, MT = MB$

לכן $MA = MB$

תשובה: הוכחה

סעיף ב

לכן $O_2B \perp AB, O_1A \perp AB$ טרפז ישר זווית.

מורידים אנך מ- O_2 ל- O_1A :

$$AB^2 = 13^2 - (9 - 4)^2 = 144$$

$$AB = 12$$

תשובה: $AB = 12$

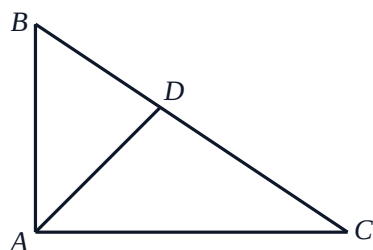
סעיף ז

במשולש ATB התיכון TM שווה למחצית הצלע AB , לכן $\angle ATB = 90^\circ$.

תשובה: 90°

3 שאלה 3 בינוי

במשולש ABC נתון: $AB = 10, AC = 15$ ושטח המשולש 75. AD חוצה את הזווית BAC .



א. הוכיחו ש- $\angle BAC = 90^\circ$.

ב. מצאו את BD ואת DC .

ג. מצאו את שטח המשולש ABD .

ד. מצאו את אורך חוצה הזווית AD .

סעיף ב

$$BC = \sqrt{10^2 + 15^2} = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$BD = \frac{2}{5} \cdot 5\sqrt{13} = 2\sqrt{13}, DC = 3\sqrt{13}$$

תשובה: $BD = 2\sqrt{13} \approx 7.21, DC = 3\sqrt{13} \approx 10.82$

סעיף א

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 \cdot \sin(\angle A) = 75$$

$$\sin(\angle A) = 1 \Rightarrow \angle A = 90^\circ$$

תשובה: הוכחה

סעיף ג

לשני המשולשים אותו גובה מ-A:

$$S_{ABD} = \frac{2}{5} \cdot 75 = 30$$

תשובה: 30

סעיף ד

$$S_{ABD} + S_{ADC} = 75$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot AD \cdot \sin 45^\circ$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot AD \cdot \sin 45^\circ$$

מחברים:

$$\frac{25}{2} \cdot AD \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 75$$

$$AD = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

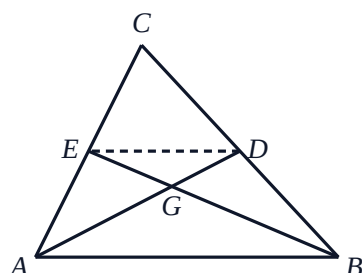
תשובה: $AD = 6\sqrt{2} \approx 8.49$

4

שאלה 4

בינוני

במשולש ABC התיכונים AD ו-BE נחתכים בנקודה G. שטח המשולש ABC הוא 54.



א. הוכיחו: $\triangle GDE \sim \triangle GAB$.

ב. מצאו את היחס AG : GD.

ג. מצאו את שטח המשולש ABG.

ד. מצאו את שטח המרובע CDGE.

סעיף ב

$$\frac{AG}{GD} = \frac{AB}{DE} = 2$$

תשובה: 2 : 1

סעיף א

DE קטע אמצעים במשולש ABC, לכן $DE \parallel AB$ ו-

$$DE = \frac{1}{2} AB$$

זוויות מתחלפות - $\angle GDE = \angle GAB$

זוויות קודקודיות - $\angle DGE = \angle AGB$

תשובה: הוכחה (ז.ז.)

סעיף ד

$$S_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot 54 = 27$$

$$S_{BGD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABD} = 9$$

$$S_{CDGE} = 27 - 9 = 18$$

תשובה: 18

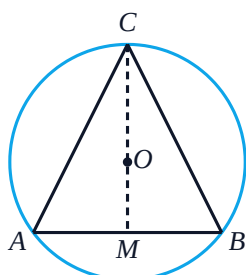
סעיף ג

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot 54 = 27$$

$$S_{ABG} = \frac{2}{3} \cdot 27 = 18$$

תשובה: 18

במעגל שמרכזו O ורדיוסו 10 מיתר $AB = 16$. הנקודה C על הקשת הגדולה AB כך ש- $CA = CB$. M אמצע AB .



- מצאו את המרחק של AB מהמרכז O .
- מצאו את שטח המשולש ABC .
- מצאו את AC .
- מצאו את $\angle ACB$.

סעיף ב

O, C ו- M על אנך האמצע של AB :

$$CM = 10 + 6 = 16$$

$$S = \frac{16 \cdot 16}{2} = 128$$

תשובה: 128

סעיף ד

משפט הקוסינוסים במשולש ABC :

$$16^2 = 320 + 320 - 2 \cdot 320 \cdot \cos(\angle C)$$

$$\cos(\angle C) = 0.6$$

$$\angle C \approx 53.13^\circ$$

תשובה: $\approx 53.13^\circ$

סעיף א

האנך מהמרכז חוצה את המיתר:

$$OM = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

תשובה: $OM = 6$

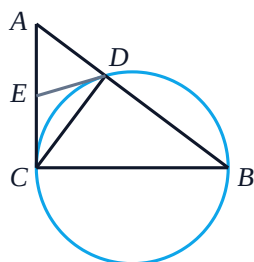
סעיף ג

$$AC = \sqrt{8^2 + 16^2} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$$

תשובה: $AC = 8\sqrt{5} \approx 17.89$

6 שאלה 6 מתקדם

במשולש ישר זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) נתון: $AC = 6$, $BC = 8$. מעגל שהקוטר שלו BC חותך את AB בנקודה D . המשיק למעגל בנקודה D חותך את AC בנקודה E .



- הוכיחו: $CD \perp AB$.
- מצאו את CD ואת BD .
- הוכיחו ש- E אמצע AC .
- מצאו את אורך המשיק DE .

סעיף א

$\angle BDC$ זווית היקפית שנשענת על הקוטר BC, לכן $\angle BDC = 90^\circ$.

תשובה: הוכחה

סעיף ב

$$AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{48}{10} = 4.8$$

$$BD = \sqrt{8^2 - 4.8^2} = 6.4$$

תשובה: $CD = 4.8$, $BD = 6.4$

סעיף ז

$$DE = EC = \frac{AC}{2} = 3$$

תשובה: $DE = 3$

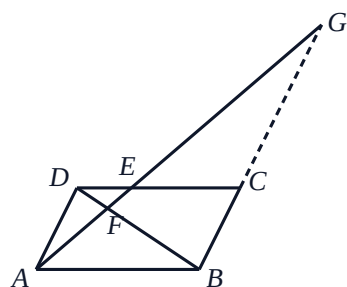
סעיף ג

$AC \perp BC$ בקצה הקוטר, לכן AC משיק למעגל ב-C. משיקים מ-E: $EC = ED$, לכן $\angle ECD = \angle EDC$. במשולש ישר הזווית ADC: $\angle EAD = 90^\circ - \angle ECD$ ו- $\angle EDA = 90^\circ - \angle EDC$. לכן $\angle EAD = \angle EDA$ ו- $EA = ED = EC$.

תשובה: הוכחה

7 שאלה 7 מתקדם

ABCD מקבילית ששטחה 72. הנקודה E על הצלע DC כך ש- $DE : EC = 1 : 2$. הקטע AE חותך את האלכסון BD בנקודה F. המשיך AE חותך את המשיך BC בנקודה G.



- מצאו את היחס $DF : FB$.
- מצאו את שטח המשולש DEF.
- מצאו את היחס $CG : BC$.
- מצאו את שטח המשולש ECG.

סעיף א

$(DC \parallel AB, \text{I.T.}) \triangle DFE \sim \triangle BFA$

$$\frac{DF}{FB} = \frac{DE}{AB} = \frac{DE}{DC} = \frac{1}{3}$$

תשובה: 1 : 3

סעיף ב

$$S_{ADE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{72}{2} = 12$$

$$\frac{EF}{FA} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{DEF} = \frac{1}{4} \cdot 12 = 3$$

תשובה: 3

סעיף ז

$$S_{ECG} = 2^2 \cdot S_{EDA} = 4 \cdot 12 = 48$$

תשובה: 48

סעיף ג

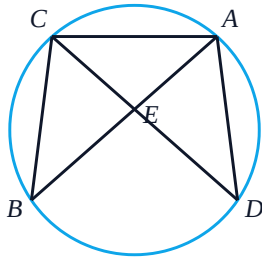
$(CG \parallel AD, \text{I.T.}) \triangle ECG \sim \triangle EDA$

$$\frac{CG}{DA} = \frac{EC}{ED} = 2$$

$$CG = 2AD = 2BC$$

תשובה: 2 : 1

הנקודה C היא אמצע הקשת AB במעגל ($CA = CB$). מיתר CD חותך את המיתר AB בנקודה E.



א. הוכיחו: $\angle CAB = \angle CDA$.

ב. הוכיחו: $CA^2 = CE \cdot CD$.

ג. נתון: $CE = 4$, $ED = 5$. מצאו את CA.

ד. נתון גם $AE = 4$. מצאו את AD.

סעיף ב

$\angle CAE = \angle CDA$ משותפת ו- $\angle C$: $\triangle CAE \sim \triangle CDA$
(סעיף א.)

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CE}{CA} \Rightarrow CA^2 = CE \cdot CD$$

תשובה: הוכחה

סעיף ד

$$\frac{AE}{DA} = \frac{CA}{CD} = \frac{6}{9}$$

$$AD = \frac{4 \cdot 9}{6} = 6$$

תשובה: $AD = 6$

סעיף א

הקשתות CA ו-CB שוות (מיתרים שווים).
 $\angle CAB$ נשענת על הקשת CB ו- $\angle CDA$ נשענת על הקשת CA, לכן הן שוות.

תשובה: הוכחה

סעיף ג

$$CA^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

$$CA = 6$$

תשובה: $CA = 6$