מתמטריק
ללמוד ולהצליח

דף עבודה – תרגול נוסף

טבלה דו־ממדית

טבלה דו־ממדית · הסתברות מותנית · אי־תלות

הסתברות
571 · 471

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

תזכורת

- בטבלה דו־ממדית כל תא הוא "חיתוך" של שורה ועמודה. סכומי השורות והעמודות נרשמים בשוליים, וסכום כל התאים הוא 1 (או מספר האנשים הכולל).
- הסתברות מותנית: $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ – מחלקים בסה"כ של השורה או העמודה של B.
- המאורעות A ו־B **בלתי תלויים** אם $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. באופן שקול: $P(A \mid B) = P(A)$.

חלק א – שאלות בסיסיות

1 שאלה 1 בסיסי

בסקר השתתפו 200 תלמידים: 120 בנים ו־80 בנות. 70 מהתלמידים חברים בחוג ספורט, ומהם 45 בנים. השלימו את הטבלה:

	חבר בחוג	לא חבר בחוג	סה"כ
בנים	45		120
בנות			80
סה"כ	70		200

בוחרים תלמיד באקראי.

א. מה ההסתברות שנבחרה בת שחברה בחוג?

ב. נבחר בן. מה ההסתברות שהוא חבר בחוג?

ג. נבחר תלמיד שחבר בחוג. מה ההסתברות שזו בת?

ד. האם המאורעות "התלמיד בן" ו"התלמיד חבר בחוג" בלתי תלויים? נמקו.

2 שאלה 2 בסיסי

בשכבה 300 תלמידים, מהם 180 בנים. כל תלמיד מגיע לבית הספר באוטובוס או ברגל. מספר הבנות שמגיעות באוטובוס גדול פי 2 ממספר הבנות שמגיעות ברגל. 60 בנים מגיעים ברגל.

א. בנו טבלה דו־ממדית והשלימו אותה.

ב. בוחרים תלמיד באקראי. מה ההסתברות שהוא מגיע באוטובוס?

ג. ידוע שהתלמיד מגיע ברגל. מה ההסתברות שזו בת?

ד. ידוע שנבחר בן. מה ההסתברות שהוא מגיע ברגל?

ה. האם המאורעות "התלמיד בת" ו"התלמיד מגיע באוטובוס" בלתי תלויים? נמקו.

חלק ב – שאלות ברמה בינונית

שאלה 3 בינוני

בעיר מסוימת, ל־40% מהתושבים יש מכונית, ל־25% יש אופניים, ול־10% יש גם מכונית וגם אופניים. בוחרים תושב באקראי.

א. השלימו טבלה דו־ממדית של הסתברויות.

ב. מה ההסתברות שלתושב אין מכונית וגם אין אופניים?

ג. מה ההסתברות שלתושב יש מכונית ואין לו אופניים?

ד. האם המאורעות "יש מכונית" ו"יש אופניים" בלתי תלויים? נמקו.

ה. לתושב אין אופניים. מה ההסתברות שיש לו מכונית?

שאלה 4 בינוני

בבית ספר תיכון, 60% מהתלמידים לומדים מתמטיקה ברמת 5 יחידות. 30% מכלל התלמידים לומדים גם מתמטיקה ב־5 יחידות וגם פיזיקה. מבין התלמידים שלא לומדים מתמטיקה ב־5 יחידות, 15% לומדים פיזיקה.

א. השלימו טבלה דו־ממדית של הסתברויות.

ב. מה ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי לומד פיזיקה?

ג. תלמיד לומד מתמטיקה ב־5 יחידות. מה ההסתברות שהוא לומד פיזיקה?

ד. תלמיד לומד פיזיקה. מה ההסתברות שהוא לומד מתמטיקה ב־5 יחידות?

ה. מה ההסתברות שתלמיד לא לומד מתמטיקה ב־5 יחידות וגם לא לומד פיזיקה?

חלק ג – שאלות מתקדמות (מתאים במיוחד ל־5 יח')

שאלה 5 מתקדם

בחברת הייטק כל עובד שותה בבוקר קפה או תה (בדיוק אחד מהם). 55% מהעובדים הם נשים, ו־40% מכלל העובדים שותים תה. ההסתברות שעובד שנבחר באקראי הוא אישה ששותה תה גדולה פי 3 מההסתברות שהוא גבר ששותה תה.

א. נסמן ב־x את ההסתברות שעובד הוא גבר ששותה תה. מצאו את x והשלימו טבלה דו־ממדית.

ב. נבחרה אישה. מה ההסתברות שהיא שותה תה?

ג. נבחר עובד ששותה קפה. מה ההסתברות שהוא גבר?

ד. האם המאורעות "העובד אישה" ו"העובד שותה תה" בלתי תלויים? נמקו.

שאלה 6 מתקדם

במכון כושר, 40% מהמנויים הם גברים. 30% מהגברים ו־60% מהנשים משתתפים בשיעורי יוגה.

א. בנו טבלה דו־ממדית של הסתברויות. מה ההסתברות שמנוי שנבחר באקראי משתתף ביוגה?

ב. מנוי משתתף ביוגה. מה ההסתברות שהוא גבר?

ג. בוחרים באקראי 2 מנויים (המכון גדול, ולכן הבחירות בלתי תלויות). מה ההסתברות ששניהם משתתפים ביוגה?

ד. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהשניים הוא גבר שמשתתף ביוגה?

7 שאלה 7 מתקדם

בתנועת נוער, ההסתברות שחניך השתתף רק במחנה הקיץ (ולא בטיול החורף) היא 0.2, וההסתברות שהשתתף רק בטיול החורף (ולא במחנה הקיץ) היא 0.3. נסמן ב־x את ההסתברות שחניך השתתף בשניהם. ידוע שהמאורעות "השתתף במחנה הקיץ" ו"השתתף בטיול החורף" בלתי תלויים.

א. מצאו את שני הערכים האפשריים של x.

ב. ידוע גם שההסתברות שחניך לא השתתף באף אחד מהם גדולה מההסתברות שהשתתף בשניהם. מהו x? השלימו את הטבלה.

ג. חניך לא השתתף בטיול החורף. מה ההסתברות שהשתתף במחנה הקיץ?

תשובות סופיות

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. מספר לא שלם מעוגל ל־4 ספרות אחרי הנקודה.

שאלה 1

	חבר	לא חבר	סה"כ
בנים	45	75	120
בנות	25	55	80
סה"כ	70	130	200

א. $\frac{1}{8} = 0.125$

ב. $\frac{3}{8} = 0.375$

ג. $\frac{5}{14} \approx 0.3571$

ד. **לא** – בכלל $\frac{70}{200} = 0.35$, אבל בקרב הבנים $\frac{45}{120} = 0.375$

שאלה 2

א. **הטבלה המלאה:**

	אוטובוס	ברגל	סה"כ
בנים	120	60	180
בנות	80	40	120
סה"כ	200	100	300

ב. $\frac{2}{3} \approx 0.6667$

ג. $\frac{2}{5} = 0.4$

ד. $\frac{1}{3} \approx 0.3333$

ה. **כן** – בקרב הבנות $\frac{2}{3} = \frac{80}{120}$, וגם בכלל $\frac{2}{3} = \frac{200}{300}$

שאלה 3

א. **הטבלה המלאה:**

	אופניים	אין אופניים	סה"כ
מכונית	0.1	0.3	0.4
אין מכונית	0.15	0.45	0.6
סה"כ	0.25	0.75	1

ב. 0.45

ג. 0.3

ד. **כן** – $0.1 = 0.4 \cdot 0.25$

ה. 0.4

שאלה 4

א. **הטבלה המלאה:**

	פיזיקה	בלי פיזיקה	סה"כ
5 יח'	0.3	0.3	0.6
לא 5 יח'	0.06	0.34	0.4
סה"כ	0.36	0.64	1

ב. 0.36

ג. 0.5

ד. $\frac{5}{6} \approx 0.8333$

ה. 0.34

שאלה 5

	תה	קפה	סה"כ
גברים	0.1	0.35	0.45
נשים	0.3	0.25	0.55
סה"כ	0.4	0.6	1

א. $x = 0.1$

ב. $\frac{6}{11} \approx 0.5455$

ג. $\frac{7}{12} \approx 0.5833$

ד. **לא** – $0.3 \neq 0.55 \cdot 0.4 = 0.22$

שאלה 6

	יוגה	בלי יוגה	סה"כ
גברים	0.12	0.28	0.4
נשים	0.36	0.24	0.6
סה"כ	0.48	0.52	1

א. 0.48

ב. 0.25

ג. 0.2304

ד. 0.2112

שאלה 7

	חורף	לא חורף	סה"כ
קיץ	0.2	0.2	0.4
לא קיץ	0.3	0.3	0.6
סה"כ	0.5	0.5	1

א. $x = 0.2$ או $x = 0.3$

ב. $x = 0.2$

ג. 0.4