

שם: _____ כיתה: _____ תאריך: _____

תזכורת

- עץ: כופלים לאורך ענף, מחברים בין ענפים. טבלה: $P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- ברנולי: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$. בשאלה משולבת, p של ברנולי הוא לרוב תוצאה של סעיף קודם.

חלק א - שאלות משולבות

1 שאלה 1 בינוני

דני מגיע לבית הספר באופניים או באוטובוס. בכל יום, ההסתברות שיגיע באופניים היא 0.6. כשהוא מגיע באופניים, ההסתברות שיאחר היא 0.05, וכשהוא מגיע באוטובוס, ההסתברות שיאחר היא 0.2.

- מה ההסתברות שדני יאחר ביום מסוים?
- דני איחר. מה ההסתברות שהגיע באוטובוס?
- מה ההסתברות שבשבוע לימודים של 5 ימים (הימים בלתי תלויים) דני יאחר בדיוק ביומיים?
- מה ההסתברות שבאותו שבוע דני יאחר לכל היותר ביום אחד?

2 שאלה 2 בינוני

בבית ספר גדול, 45% מהתלמידים הם בנים. 18% מכלל התלמידים הם בנים שחברים בחוג רובוטיקה, ו-12% מכלל התלמידים הם בנות שחברות בחוג.

- השלימו טבלה דו־ממדית של הסתברויות. מה ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי חבר בחוג?
- נבחרה בת. מה ההסתברות שהיא חברה בחוג?
- האם המאורעות "התלמיד בן" ו"התלמיד חבר בחוג" בלתי תלויים? נמקו.
- בוחרים באקראי 4 תלמידים. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם הוא בת שחברה בחוג?
- מה ההסתברות שלפחות אחד מה-4 הוא בן שחבר בחוג?

3 שאלה 3 בינוני

במשחק מטילים קובייה הוגנת. אם מתקבל 5 או 6 - מוציאים כדור מקופסה א', שבה 3 כדורים אדומים וכדור לבן אחד. אחרת - מוציאים כדור מקופסה ב', שבה כדור אדום אחד ו-3 כדורים לבנים. מנצחים במשחק אם הכדור שהוצא אדום. אחרי כל משחק מחזירים את הכדור לקופסה.

- מה ההסתברות לנצח במשחק?
- משחק הסתיים בניצחון. מה ההסתברות שהכדור הוצא מקופסה א'?
- משחקים 3 משחקים. מה ההסתברות לנצח בדיוק ב-2 מהם?
- מה ההסתברות לנצח לפחות אחד מתוך ה-3?
- מהו מספר המשחקים הקטן ביותר שצריך לשחק, כדי שההסתברות לנצח לפחות פעם אחת תהיה גדולה מ-0.95? (בדקו ערכים של n)

חלק ב - שאלות משולבות מתקדמות (5 יח')

4 שאלה מתקדם

בעיר מסוימת, 30% מהתושבים גרים בבית פרטי והשאר בדירה. 36% מהתושבים מגדלים חיית מחמד. ההסתברות שתושב גר בדירה ומגדל חיית מחמד גדולה פי 2 מההסתברות שהוא גר בבית פרטי ומגדל חיית מחמד.

- א. נסמן ב- x את ההסתברות שתושב גר בבית פרטי ומגדל חיית מחמד. מצאו את x והשלימו טבלה דו־ממדית.
- ב. תושב גר בבית פרטי. מה ההסתברות שהוא מגדל חיית מחמד?
- ג. תושב גר בדירה. מה ההסתברות שהוא מגדל חיית מחמד?
- ד. תושב לא מגדל חיית מחמד. מה ההסתברות שהוא גר בבית פרטי?
- ה. בוחרים באקראי 3 תושבים שגרים בבית פרטי. מה ההסתברות שבדיוק 2 מהם מגדלים חיית מחמד?

5 שאלה מתקדם

בכל סבב באימון, שחקן זורק 2 זריקות עונשין. ההסתברות שיקלע בזריקה הראשונה היא 0.7. אם קלע בראשונה, ההסתברות שיקלע בשנייה היא 0.8. אם החטיא בראשונה, ההסתברות שיקלע בשנייה היא 0.5. סבב נקרא "מוצלח" אם השחקן קלע בשתי הזריקות.

- א. מה ההסתברות שסבב יהיה מוצלח?
- ב. מה ההסתברות שבסבב השחקן יקלע בדיוק בזריקה אחת?
- ג. ידוע שבסבב השחקן קלע בדיוק בזריקה אחת. מה ההסתברות שקלע בזריקה השנייה?
- ד. השחקן משחק 5 סבבים בלתי תלויים. מה ההסתברות שבדיוק 3 מהם יהיו מוצלחים?
- ה. מה ההסתברות שלפחות 4 מה-5 סבבים יהיו מוצלחים?

6 שאלה מתקדם

במבחן אמריקאי, לכל שאלה 4 תשובות ורק אחת מהן נכונה. ההסתברות שתלמיד יודע את התשובה לשאלה היא p . אם הוא יודע – הוא עונה נכון. אם הוא לא יודע – הוא מנחש אחת מ-4 התשובות.

- א. הביעו באמצעות p את ההסתברות שהתלמיד יענה נכון על שאלה.
- ב. ידוע שההסתברות שהתלמיד יענה נכון על שאלה היא 0.7. מצאו את p .
- ג. התלמיד ענה נכון על שאלה. מה ההסתברות שהוא ידע את התשובה?
- ד. במבחן 5 שאלות (בלתי תלויות). מה ההסתברות שהתלמיד יענה נכון לפחות על 4 שאלות?
- ה. מה ההסתברות שהתלמיד ניחש בדיוק בשאלה אחת מתוך ה-5?

רק התשובות הסופיות, לבדיקה עצמית. מספר לא שלם מעוגל ל-4 ספרות אחרי הנקודה.

שאלה 1

א. 0.11

ב. $\frac{8}{11} \approx 0.7273$

ג. ≈ 0.0853

ד. ≈ 0.9035

שאלה 2

סה"כ	לא בחוג	בחוג	
0.45	0.27	0.18	בנים
0.55	0.43	0.12	בנות
1	0.7	0.3	סה"כ

א. 0.3

ב. $\frac{12}{55} \approx 0.2182$

ג. לא - $0.18 \neq 0.135 = 0.45 \cdot 0.3$

ד. ≈ 0.3271

ה. ≈ 0.5479

שאלה 3

א. $\frac{5}{12} \approx 0.4167$

ב. $\frac{3}{5} = 0.6$

ג. $\frac{175}{576} \approx 0.3038$

ד. $\frac{1385}{1728} \approx 0.8015$

ה. $n = 6$

בדיקה: $n = 5 \rightarrow \approx 0.9325, n = 6 \rightarrow \approx 0.9606$

שאלה 4

סה"כ	בלי	חיית מחמד	
0.3	0.18	0.12	בית פרטי
0.7	0.46	0.24	דירה
1	0.64	0.36	סה"כ

א. $x = 0.12$

ב. 0.4

ג. $\frac{12}{35} \approx 0.3429$

ד. $\frac{9}{32} \approx 0.2813$

ה. 0.288

שאלה 5

א. 0.56

ב. 0.29

ג. $\frac{15}{29} \approx 0.5172$

ד. ≈ 0.34

ה. ≈ 0.2714

שאלה 6

א. $\frac{3p+1}{4}$

ב. $p = 0.6$

ג. $\frac{6}{7} \approx 0.8571$

ד. ≈ 0.5282

ה. 0.2592