

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

תוכנית חדשה

א. משך הבחינה: שעותיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

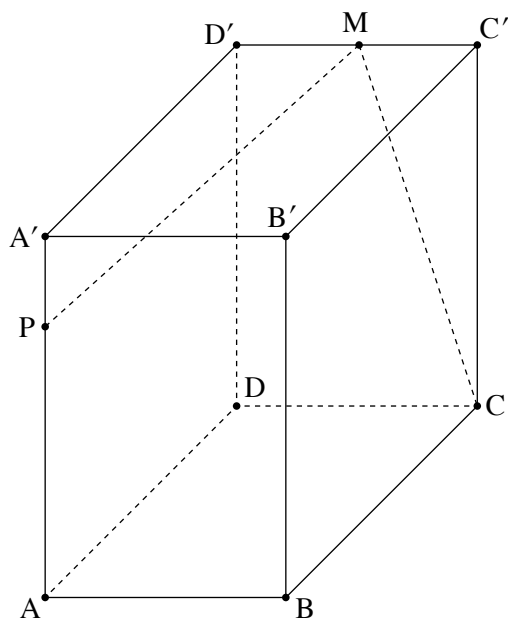
בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1. יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך 7 ימים.
 כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי 2 מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו.
 ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו 420 ספרים סך הכול.
א. מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.
 כל ספר ביריד נמכר ב־ 50 שקלים.
ב. מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך 7 ימי היריד.
 לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום מחצית מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד.
 מנהל היריד פרס את התרומה לכמה חודשים.
 בחודש הראשון הוא תרם 4,315 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם 315 שקלים יותר מבחודש שלפניו.
ג. מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.
ד. מצאו מהו סכום הכסף שתרום מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.



2. בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$

שבסיסה $ABCD$ הוא מקבילית.

הנקודה M היא אמצע המקצוע $C'D'$,

והנקודה P מקיימת $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AA'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{PM}$ ו- $\overrightarrow{CM}$.

נתון: $\angle DAB = 60^\circ$, $|\underline{v}| = 10$, $|\underline{u}| = 8$.

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות האלה:

$$\underline{u} \cdot \underline{w}, \underline{v} \cdot \underline{w}, \underline{u} \cdot \underline{v}$$

נתון: נפח המנסרה הוא $480\sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד. הוכיחו כי $\overrightarrow{PM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{CM}$.

ה. (1) הראו כי $|\overrightarrow{PM}| = \sqrt{165}$.

(2) חשבו את שטח המשולש PMC .

3. יעל הכינה שתי ריבות – ריבת תות וריבת שזיפים.

היא מדדה את הטמפרטורה ההתחלתית של כל אחת מן הריבות באותו הזמן, ואז הכניסה אותן מייד למקרר.

הטמפרטורה של הריבות נמדדה במעלות צלזיוס.

הטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה גבוהה מזו של ריבת השזיפים.

בכל דקה ירדה הטמפרטורה של כל אחת מן הריבות באחוז קבוע (כל אחת באחוז שונה).

נתון כי לאחר זמן מסוים מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים גבוהה מזו של ריבת התות.

א. האם האחוז שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת התות היה גדול מן האחוז שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של

ריבת השזיפים? נמקו את תשובתכם.

נתון שהטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה 42 מעלות, ובכל דקה היא ירדה ב־ 4%.

ב. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת התות 15 מעלות.

לאחר 6 דקות מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 88% מן הטמפרטורה

ההתחלתית שלה.

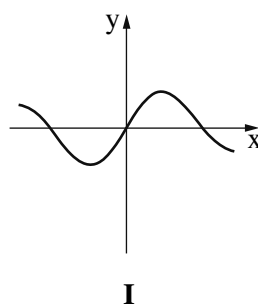
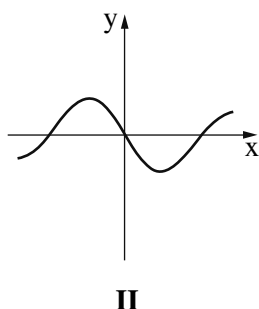
ג. מצאו בכמה אחוזים ירדה הטמפרטורה של ריבת השזיפים בכל דקה.

לאחר 10 דקות מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 31 מעלות.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של שתי הריבות זהה.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .
 לפונקצייה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום.
 לפניכם שני גרפים, II-I. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 בסרטוט של כל אחד מן הגרפים II-I מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .



- א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$

- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ג. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.
 ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתון כי בנקודה שבה $x = e^3$, שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא -8.

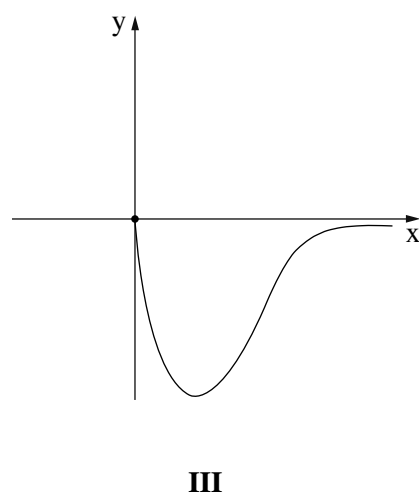
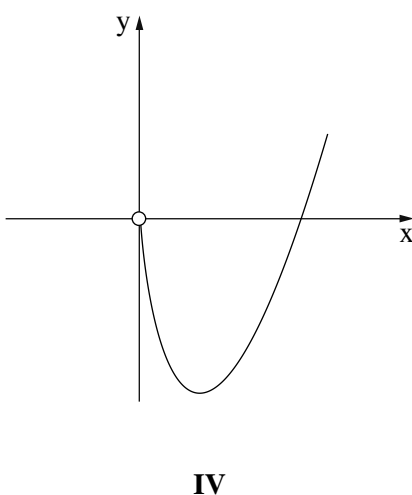
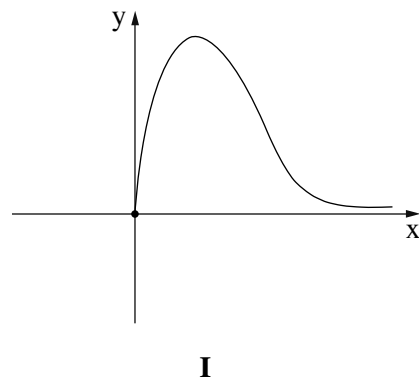
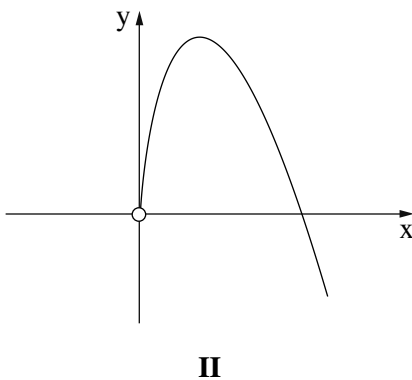
ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -2f(x) + 37$.

- ד. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את גרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.



בהצלחה!