

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה

1. בפירמידה המשולשת ABCD המקצועות AD, BD ו-CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט).

הנקודה E נמצאת על המישור ABC, ומתקיים:

$$\vec{BE} = \frac{1}{9}\vec{BA} + \frac{4}{9}\vec{BC}$$

נסמן: $\vec{DA} = \underline{u}$, $\vec{DB} = \underline{v}$, $\vec{DC} = \underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\vec{BA}$, $\vec{BC}$, $\vec{DE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}| = 2$, $|\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$.

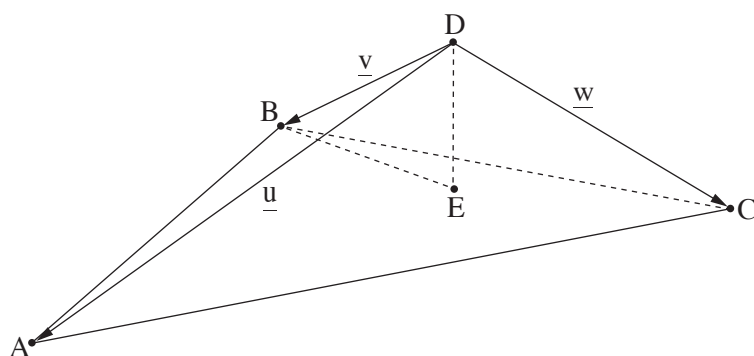
ב. (1) חשבו את אורכי המקצועות BA ו-BC.

(2) חשבו את גודל הזווית ABC.

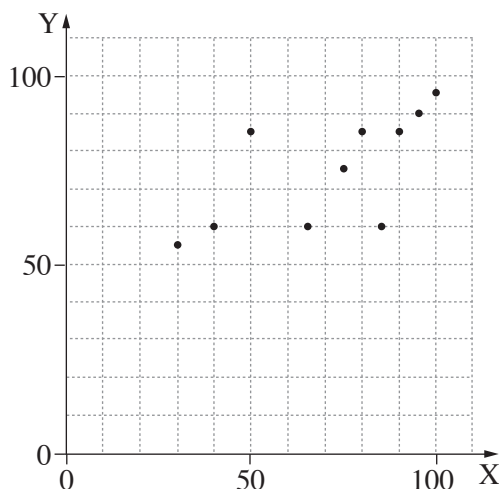
(3) חשבו את שטח המשולש ABC.

ג. הוכיחו כי הווקטור $\vec{DE}$ מאונך למישור ABC.

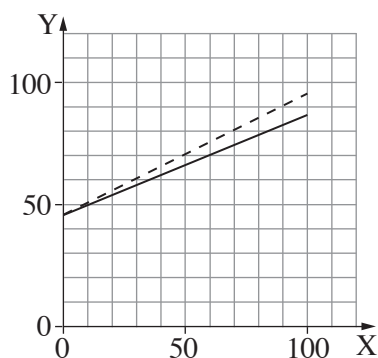
ד. חשבו את נפח הפירמידה ABCD.



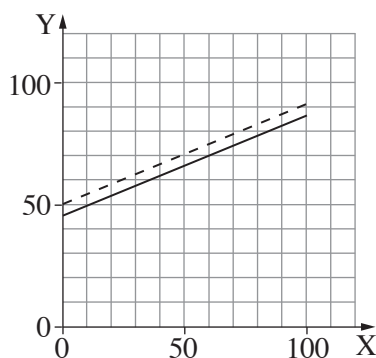
2. תלמידי כיתה י"ב התבקשו לכתוב עבודה ולהגישה. הציון שקיבלו על העבודה שוקלל בציון הסופי של כל תלמיד. המורה רצתה לבדוק את הקשר בין הציון על העבודה ובין הציון הסופי, ולשם כך סרטטה את דיאגרמת הפיזור של שני הציונים: X – הציון על העבודה, Y – הציון הסופי. הדיאגרמה שהתקבלה מתוארת בתרשים שלפניכם.



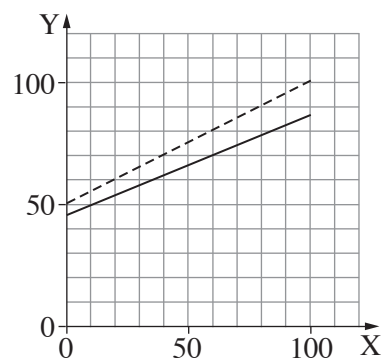
- א. האם אפשר להסיק מן הדיאגרמה הנתונה שכל תלמיד שקיבל על העבודה ציון גבוה יותר מתלמיד אחר קיבל **בהכרח** ציון סופי גבוה יותר מן התלמיד האחר? נמקו.
- ב. אחד מן המספרים שלפניכם הוא מקדם המתאם המתאים לקשר בין שני המשתנים. קבעו מיהו מבין המספרים האלה: 0.675 , 0 , -0.8 , 1.6 .
- ג. נתונים הממוצעים וסטיות התקן של שני המשתנים: $\bar{X} = 71$, $S_X = 23$, $\bar{Y} = 75$, $S_Y = 14$. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי הציון הסופי על פי הציון על העבודה.
- הוחלט להעלות את הציון הסופי של כל תלמיד ב-5 נקודות, ובעקבות העלאה זו התקבל ישר רגרסיה חדש.
- ד. (1) האם השתנתה סטיית התקן S_Y לאחר העלאת הציונים?
(2) אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מייצג את הישר הישן, שלפני העלאת הציון הסופי (מסורטט בקו מלא), ואת הישר החדש, שאחרי ההעלאה (מסורטט בקו מקווקו). קבעו מיהו הגרף, ונמקו.
- ה. אם קיים בכיתה תלמיד שהציון שלו על העבודה הוא 71, מה צריך להיות הציון הסופי שלו (לאחר ההעלאה בציון) כדי שהנקודה המייצגת את שני הציונים שלו תהיה על ישר הרגרסיה החדש?



III



II



I

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. בבנק מסחרי יש שני סוגים של חוב: חוב של הבנק ללקוח (כאשר הלקוח מפקיד כסף בבנק) וחוב של הלקוח לבנק (כאשר הבנק מלווה כסף ללקוח). בבנק מסחרי מסוים, כאשר הבנק חייב כסף ללקוח, הוא משלם ללקוח ריבית בגובה של 1.5% מן החוב בכל שנה.

בתחילת שנת 2023 הפקיד דני בבנק 10,000 ש"ח.

א. איזו מבין הפונקציות 1–4 שלפניכם מתארת את גובה החוב של הבנק לדני לפי השנים t ?

$$f(t) = 10,000 \cdot 1.015^t \quad (1)$$

$$f(t) = 10,150 \cdot 1.02^t \quad (2)$$

$$f(t) = 10,150 \cdot 2^t \quad (3)$$

$$f(t) = 10,000 \cdot 1.5^t \quad (4)$$

ב. כמה כסף יהיה הבנק חייב לדני כעבור 20 שנה מן היום שבו הפקיד דני את הכסף?

כאשר הבנק הזה מלווה כסף ללקוח, הוא גובה ממנו ריבית של 15% מגובה החוב בכל שנה.

בתחילת שנת 2023 לוותה יעל 1,000 ש"ח מן הבנק.

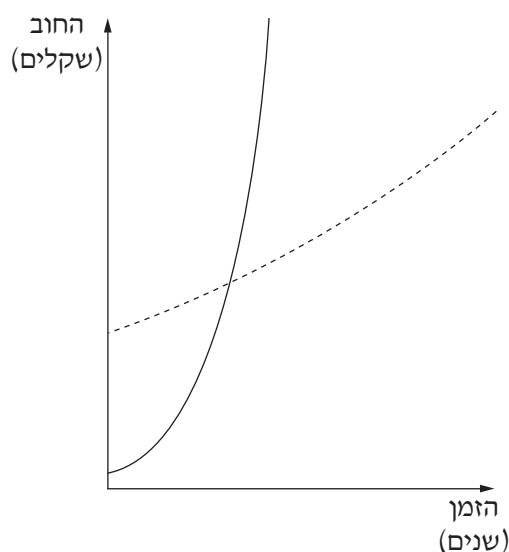
ג. מצאו את הפונקצייה $g(t)$ המתארת את גובה החוב של יעל לבנק לפי השנים t .

ד. בסרטוט שבסוף השאלה מתוארים הגרפים של הפונקצייה $f(t)$ ושל הפונקצייה $g(t)$.

איזו פונקצייה מתאר הקו המקווקו? נמקו.

בתחילת כל שנה הבנק מברר את המאזן שלו: כמה כסף לקוחותיו חייבים לו, וכמה כסף הוא חייב ללקוחותיו.

ה. בתחילתה של איזו שנה יגלה הבנק שהחוב שלו לדני קטן מן החוב של יעל לבנק?



4. נתונה הפונקצייה $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$ המוגדרת לכל x .

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים: $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

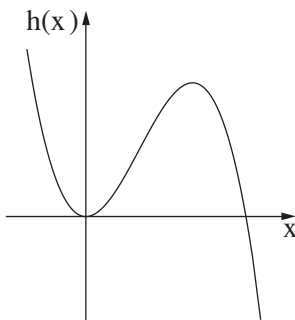
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{3x}$ העולה לכל x .

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$, סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקצייה $f(x)$, על ידי הגרף של הפונקצייה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .



5. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $h(x) = -2x^3 + 6x^2$ המוגדרת לכל x .

א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $h(x)$ עם ציר ה- x .

(2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $h(x)$.

נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$.

ב. היעזרו בתשובתכם לתת-סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתונה הפונקצייה: $g(x) = -f(x) + 4$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ה. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, ומהו סוגה?

בהצלחה!