

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

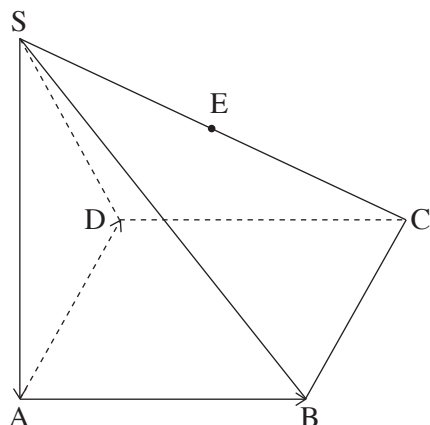
השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה במרחב, סטטיסטיקה



1. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC (ראו סרטוט).

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, ו- $\vec{SA} = \underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\vec{SC}$, $\vec{EB}$ ו- $\vec{ED}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $\vec{EB}$ מאונך ל- $\vec{ED}$,

$|\underline{u}| = 4$, $|\underline{v}| = 3$

ב. מצאו את $|\underline{w}|$.

נתון: $D(0, 0, 0)$,

הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה- x ,

הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה- y ,

שיעור ה- z של הנקודה S הוא חיובי.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A, C ו- S.

ד. חשבו את שטח המשולש DEB.

2. חקלאית בעלת מטע עצי שזיף התעניינה בקשר הלינארי שבין קוטר השזיפים (המשתנה x) ובין משקלם (המשתנה y). היא בחרה באקראי 4 שזיפים, מדדה את הקוטר (במילימטרים) של כל אחד מהם, ומדדה את המשקל (בגרמים) של כל אחד מהם.

נמצא כי $S_y < S_x$ (סטיית התקן של משתנה הקוטר גדולה מסטיית התקן של משתנה המשקל), וכי מקדם המתאם הוא $r = 0.8$.

לאחר מכן חישה החקלאית את ישר הרגרסיה לניבוי משקלם של השזיפים לפי קוטרם.

א. (1) הביעו באמצעות S_x ו- S_y את שיפוע ישר הרגרסיה.

(2) האם השיפוע של ישר הרגרסיה גדול מ-1 או קטן מ-1? נמקו את תשובתכם.

נתון כי ישר הרגרסיה לניבוי משקל השזיפים לפי קוטרם הוא $y = \frac{3}{4}x + 15$, וכי $\bar{x} = 80$. לפניכם טבלה, ובה נתונים על המשקל של שלושה מתוך ארבעת השזיפים שנבחרו.

שזיף	המשקל (y)
א	70
ב	70
ג	80
ד	?

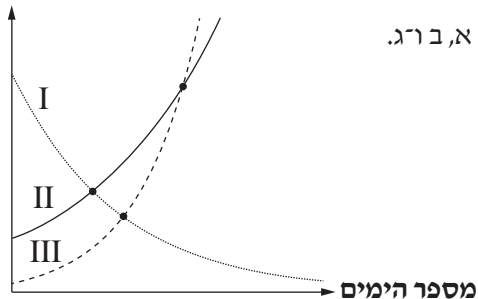
ב. (1) מצאו את המשקל של שזיף ד.

(2) מצאו את סטיית התקן של משקל השזיפים.

(3) מצאו את סטיית התקן של קוטר השזיפים.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

מספר הנדבקים



3. לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות

המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישובים: א, ב ו-ג.

הפונקצייה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום

$$\text{ביישוב א היא } M(t) = 10 \cdot (1.5)^t,$$

והפונקצייה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום

$$\text{ביישוב ב היא } G(t) = 100 \cdot (1.2)^t.$$

א. מבין הגרפים III-I קבעו איזה גרף מתאר

את מספר הנדבקים ביישוב א, ואיזה גרף מתאר

את מספר הנדבקים ביישוב ב. נמקו את תשובותיכם.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב לאחר 8 ימים?

ג. מצאו לאחר כמה ימים היה מספר הנדבקים ביישוב א שווה למספר הנדבקים ביישוב ב.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א ו-ב, היה מספר הנדבקים ביישוב ג גדול פי 40 ממספר הנדבקים ביישוב ב,

לכן הוחלט לתת ביישוב ג תרופה ניסיונית. בעקבות כך קטן מספר הנדבקים ביישוב ג באופן מעריכי.

לאחר 8 ימים היו ביישוב ג 107 נדבקים.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג.

4. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{e^{a+x}}{x-2}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקצייה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

נתון כי הנקודה $\left(4, \frac{e^5}{2}\right)$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הפרמטר a .

הציבו בפונקצייה $f(x)$ את הפרמטר a שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

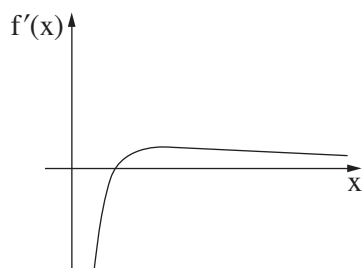
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) + 13$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

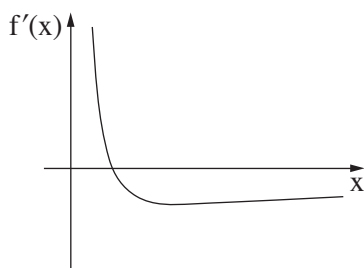
ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $g(x)$. נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2 + \ln x) \cdot (-4 + \ln x)$.

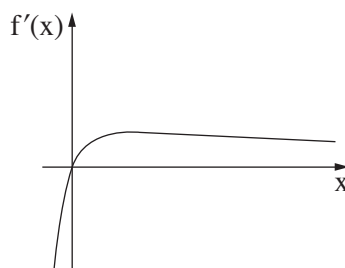
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ה. (1) אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי הישר $x = \sqrt{e}$ ועל ידי ציר ה- x .



III



II



I

בהצלחה!