

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. הציונים בבחינה הפסיכומטרית בשנה מסוימת התפלגו נורמלית, וממוצע הציונים היה 550.

בשנה זו ניגשה לימור לבחינה הפסיכומטרית.

הציון של לימור בבחינה היה 686, וציון התקן שלה היה 1.6.

א. מצאו את סטיית התקן של הציונים בבחינה.

ציון הסף הוא הציון הנמוך ביותר שצריך להשיג בבחינה כדי להתקבל לחוג מסוים.

בטבלה שלפניכם מוצג ציון הסף הנדרש כדי להתקבל לחוג לספרות וציון הסף הנדרש כדי להתקבל לחוג לפסיכולוגיה באוניברסיטה מסוימת.

החוג לפסיכולוגיה	החוג לספרות	
669	584	ציון הסף

גם יעל ניגשה לבחינה בשנה זו. נתון כי 57.9% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מן הציון של יעל.

ב. האם יעל יכולה להתקבל לחוג לספרות? נמקו את תשובתכם.

ג. (1) מצאו את אחוז הנבחנים שיכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

(2) מצאו את אחוז הנבחנים שיכולים להתקבל לחוג לספרות אך אינם יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

נתון כי 8,448 נבחנים יכולים להתקבל לחוג לספרות אך אינם יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה נבחנים יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה?

2. תזונאי בדק את הקשר בין הטמפרטורה המקסימלית בירושלים ביום מסוים (המשתנה x) ובין צריכת המים באותו היום (המשתנה y) של יוסי, תושב ירושלים.

בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים שהתקבלו בבדיקה של התזונאי בעבור 6 ימים.

הטמפרטורה המקסימלית (מעלות צלזיוס) – המשתנה x	צריכת המים של יוסי (ליטרים) – המשתנה y
20	1.6
22	1.7
24	2.4
26	2.7
28	2.9
30	3.1

א. (1) מצאו את הממוצע של הטמפרטורה המקסימלית ב־6 הימים שנבדקו.

(2) מצאו את סטיית התקן של הטמפרטורה המקסימלית ב־6 הימים שנבדקו.

התזונאי חישב ומצא כי הממוצע של צריכת המים של יוסי ב־6 הימים שנבדקו הוא 2.4 ליטר, וסטיית התקן של צריכת המים שלו היא $\frac{7\sqrt{6}}{30}$ ליטר.

ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

התזונאי הכפיל כל אחד מנתוני צריכת המים של יוסי (המשתנה y) פי 3, כדי לייצג את צריכת המים של המשפחה של יוסי.

ד. בעבור כל אחד מן המדדים I, II שלפניכם, קבעו אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה לאחר ההכפלה. נמקו את קביעותיכם.

I. הממוצע של המשתנה y .

II. סטיית התקן של המשתנה y .

ה. מצאו את השיפוע של ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר ההכפלה. נמקו את תשובתכם.

3. ביישוב מסוים מעודדים משפחות למחזר בקבוקי זכוכית, אריזות פלסטיק ועוד. ביישוב זה מעודדים משפחות גם להתנדב במוסדות היישוב.

בסקר שנערך בקרב כל המשפחות ביישוב, נמצא כי חלק מן המשפחות ממחזרות, ושאר המשפחות אינן ממחזרות. כמו כן חלק מן המשפחות ביישוב מתנדבות, והשאר אינן מתנדבות.

בוחרים באקראי משפחה מן היישוב. ההסתברות שמשפחה זו ממחזרת גדולה ב- 0.44 מן ההסתברות שמשפחה זו אינה ממחזרת.

$\frac{5}{9}$ מן המשפחות שממחזרות הן משפחות מתנדבות.

א. (1) מצאו את אחוז המשפחות ביישוב שממחזרות.

(2) מצאו את אחוז המשפחות ביישוב שממחזרות וגם מתנדבות.

מספר המשפחות ביישוב שממחזרות וגם מתנדבות גדול פי 5 ממספר המשפחות ביישוב שאינן ממחזרות וגם אינן מתנדבות.

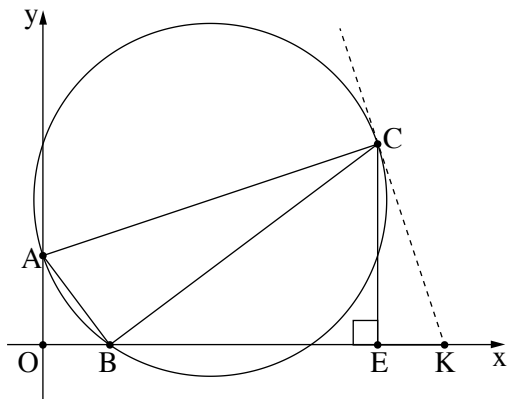
ב. בוחרים באקראי משפחה מן היישוב. מהי ההסתברות שמשפחה זו מתנדבת?

ג. בוחרים באקראי משפחה מן היישוב שמתנדבת. מהי ההסתברות שמשפחה זו אינה ממחזרת?

ביישוב זה יש 750 משפחות.

ד. מצאו כמה משפחות ביישוב ממחזרות אך מתנדבות.

פרק שני – גאומטריה



4. בסרטוט שלפניכם משולש ABC החסום במעגל. AC הוא קוטר במעגל.

הקודקוד A נמצא על ציר ה- y והקודקוד B נמצא על ציר ה- x .

דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה E.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו כי $\angle ABO = \angle BCE$.

ב. הוכיחו כי $\triangle AOB \sim \triangle BEC$.

נתון כי יחס הדמיון בין המשולש BEC ובין המשולש AOB הוא 3,

וכי $A(0, 12)$, $B(9, 0)$.

ב. מצאו את אורך הצלע BE.

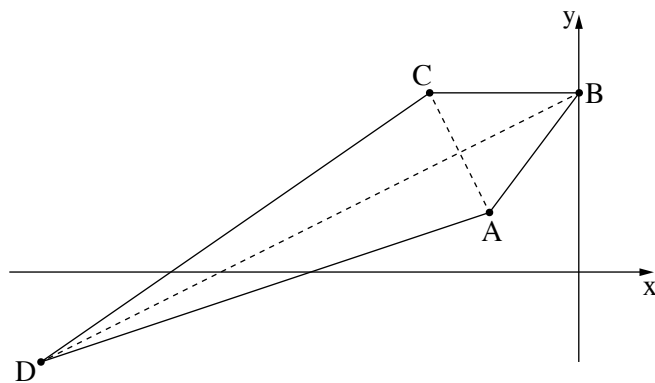
ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

בנקודה C העבירו משיק למעגל.

ג. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

ד. חשבו את שטח המרובע ABKC.



5. בסרטוט שלפניכם דלתון ABCD ($AB = CB$, $AD = CD$).

הקודקוד C נמצא ברביע השני.

הצלע BC מקבילה לציר ה- x .

נתון: $B(0, 6)$, $A(-3, 2)$.

א. מצאו את אורך הצלע AB.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את משוואת האלכסון DB.

נתון: משוואת הצלע AD היא $y = \frac{1}{3}x + 3$.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

הנקודה M היא מפגש אלכסוני הדלתון.

ד. מצאו את גודל הזווית ADM.

הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ה. חשבו את שטח המשולש ADE.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{a}{(x-4)^2}$, המוגדרת בתחום $x \neq 4$.

a הוא פרמטר חיובי.

נתון כי בנקודה שבה $x = 6$, שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ הוא -3 .

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = 12$, וענו על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

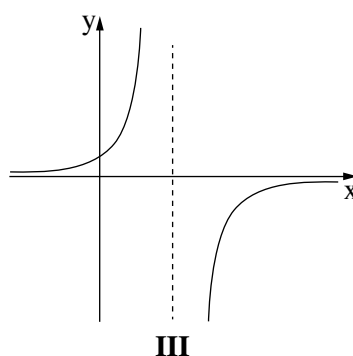
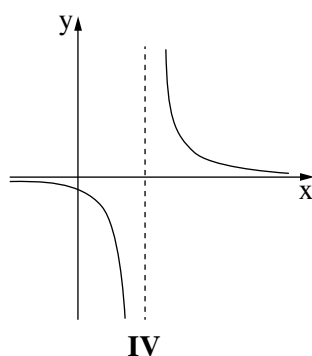
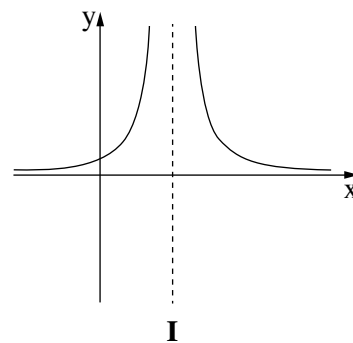
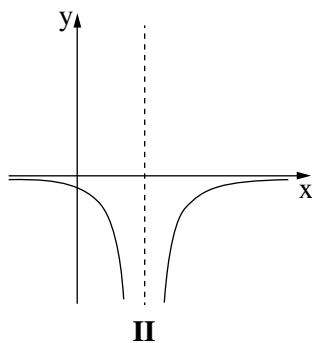
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 3$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

נתונה הפונקצייה $g(x) = f'(x) + 2$.

ה. בכמה גדול השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי הישר $x = 3$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y ,

מן השטח שמצאתם בסעיף ד(2)? נמקו את תשובתכם.



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{7-x}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x + a)$, a הוא פרמטר.

נתון כי לפונקצייה $g(x)$ יש נקודת מקסימום פנימית בנקודה שבה $x = 8.6$.

- ג. (1) מצאו את הערך של a . נמקו את תשובתכם.
 (2) מהו תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$?

8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{6x-12}{x-8}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $x > 8$.

מן הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B.

הנקודה D נמצאת ברביע הראשון כך ש-ABCD הוא מלבן.

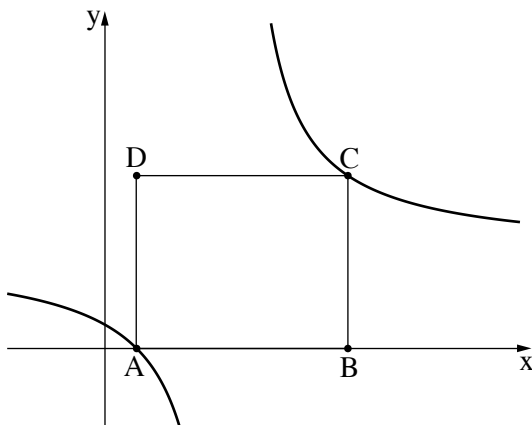
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C.

ג. הביעו באמצעות t את היקף המלבן ABCD.

ד. מצאו את הערך של t שבעבורו

היקף המלבן ABCD הוא מינימלי.

ה. האם ייתכן שהיקף המלבן ABCD הוא 50? נמקו את תשובתכם.



בהצלחה!