

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
- פרק שני – גאומטריה
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
- יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. במשתלת "עץ ופרח" מגדלים צמחים מסוגים שונים.
בשנה מסוימת, אורכי הגבעולים של הצמחים במשתלה התפלגו נורמלית, והאורך הממוצע של הגבעולים היה 64 ס"מ.
צמחים שאורך הגבעול שלהם קטן מ- 55 ס"מ נמכרים לחנויות מקומיות.
נתון כי בשנה זו 32.6% מן הצמחים במשתלה נמכרו לחנויות מקומיות.
א. מצאו את סטיית התקן של אורכי הגבעולים בשנה זו.
צמחים שאורך הגבעול שלהם גדול מ- 80 ס"מ נשלחים לייצוא.
בשנה זו, 9,540 מן הצמחים במשתלה נשלחו לייצוא.
ב. (1) מצאו את אחוז הצמחים במשתלה שנשלחו לייצוא.
(2) על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה צמחים לא נשלחו לייצוא ולא נמכרו לחנויות מקומיות?
בשנה שלאחר מכן, אורכי הגבעולים של הצמחים במשתלה התפלגו נורמלית, וסטיית התקן הייתה 25 ס"מ.
גם בשנה זו צמחים שאורך הגבעול שלהם קטן מ- 55 ס"מ נמכרו לחנויות מקומיות.
בשנה זו גידלו במשתלה 40,000 צמחים סך הכול.
4,000 מן הצמחים נמכרו לחנויות מקומיות.
ג. מצאו את האורך הממוצע של גבעולי הצמחים בשנה זו.

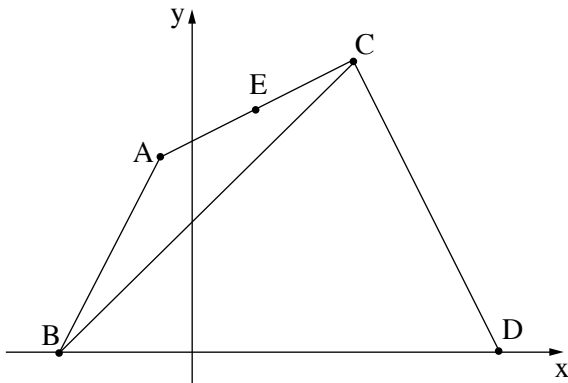
2. בחברת שיווק בדקו את הקשר בין ההוצאות על פרסום (המשתנה x) ובין ההכנסות (המשתנה y) של 5 חברות א'–ה' בחודש מסוים. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

החברה	ההוצאות על פרסום (באלפי שקלים) המשתנה x	ההכנסות (באלפי שקלים) המשתנה y
א'	10	16
ב'	15	17
ג'	20	20
ד'	25	34
ה'	30	68

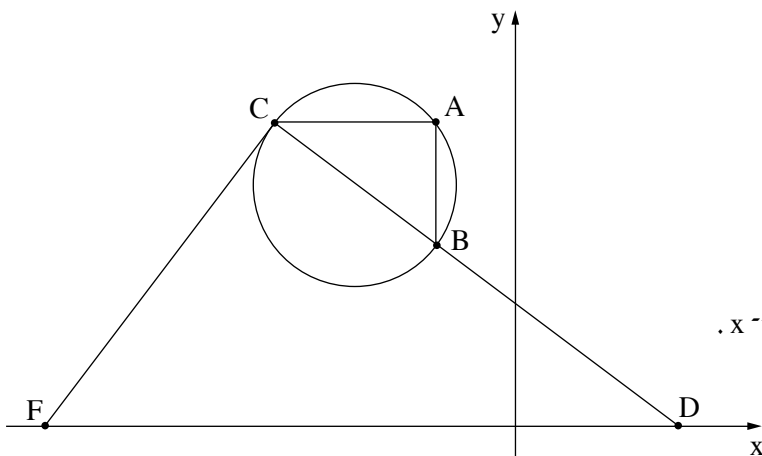
- א. (1) חשבו את ממוצע ההוצאות על פרסום של 5 החברות בחודש זה.
 (2) חשבו את סטיית התקן של ההוצאות על פרסום של 5 החברות בחודש זה.
- ב. בחברת השיווק מצאו כי ממוצע ההכנסות של 5 החברות בחודש זה היה 31 אלף שקלים, וכי סטיית התקן של ההכנסות שלהן הייתה $8\sqrt{6}$ אלף שקלים.
- ג. (1) מצאו את מקדם המתאם r .
 (2) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .
 (2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי להכנסות החודשיות בחברה שההוצאות החודשיות שלה על פרסום הן 24 אלף שקלים?
- ד. בחודש שלאחר מכן גדלו ההכנסות של כל אחת מן החברות ב-15% (ההוצאות על פרסום של כל אחת מן החברות לא השתנו).
 לפניכם שלושה היגדים I–III.
- I. קבעו בעבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.
 בחודש שבו גדלו ההכנסות הייתה סטיית התקן של ההכנסות $10\sqrt{6}$.
- II. בחודש שבו גדלו ההכנסות, שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x – לא השתנה.
- III. הנקודה (20, 35.65) נמצאת על ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x בחודש שבו גדלו ההכנסות.

3. במשק חקלאי מסוים מגדלים שני סוגים של פלפלים: פלפלים גדולים ופלפלים קטנים. מספר הפלפלים הגדולים גדול פי 4 ממספר הפלפלים הקטנים. בוחרים באקראי פלפל אחד מבין כל הפלפלים במשק החקלאי.
- א. מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל קטן?
- הפלפלים הגדולים במשק החקלאי הם אדומים או צהובים, והפלפלים הקטנים הם אדומים או ירוקים.
- 0.6 מן הפלפלים הגדולים הם אדומים.
- 0.75 מן הפלפלים הקטנים הם אדומים.
- בוחרים באקראי פלפל אחד מבין כל הפלפלים במשק החקלאי.
- ב. מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל גדול צהוב?
- ג. (1) מהי ההסתברות שהפלפל שנבחר הוא פלפל אדום?
- (2) ידוע שנבחר פלפל אדום. מהי ההסתברות שפלפל זה הוא פלפל גדול?
- כל הפלפלים במשק החקלאי נשלחים לשני בתי אריזה א' ו-ב'.
- לבית אריזה א' נשלחים כל הפלפלים האדומים, ולבית אריזה ב' נשלחים כל הפלפלים הצהובים וכל הפלפלים הירוקים.
- ד. האם אחוז הפלפלים הגדולים בבית אריזה א' גדול או קטן מאחוז הפלפלים הגדולים בבית אריזה ב'? נמקו את תשובתכם.

פרק שני – גאומטריה



4. בסרטוט שלפניכם משולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$).
 הקודקוד B נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x .
 הנקודה D נמצאת על ציר ה- x כך ש- CD מאונך ל- AC .
 נתון כי הנקודה $E(4, 15)$ היא אמצע הצלע AC ,
 וכי משוואת הישר CD היא $y = -2x + 38$.
 א. (1) מצאו את משוואת הישר AC .
 (2) מצאו את שיעורי הקודקוד C .
 ב. (1) מצאו את אורך הצלע AB .
 (2) מצאו את שיעורי הקודקוד B .
 ג. מצאו את גודל הזווית ABD ואת גודל הזווית CBD .
 ד. חשבו את שטח המשולש ABC .



5. בסרטוט שלפניכם משולש ABC החסום במעגל.
 הצלע CB היא קוטר במעגל.
 הצלע AB מקבילה לציר ה- y .
 המשך הצלע CB חותך את ציר ה- x בנקודה D .
 דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל,
 החותך את ציר ה- x בנקודה F .
 א. (1) הסבירו מדוע הצלע AC מקבילה לציר ה- x .
 (2) הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle CFD$.
 נתון כי $D(8, 0)$,
 וכי משוואת המשיק CF היא $y = \frac{4}{3}x + 31$.
 ב. מצאו את אורך הצלע FD .
 ג. (1) מצאו את משוואת הצלע CD .
 (2) מצאו את אורך הצלע CD .
 נתון כי יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש CFD הוא $\frac{8}{25}$.
 ד. חשבו את היקף המשולש ABC .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{72 - 18x}{x^2 + 9} - 1$, המוגדרת לכל x .

א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

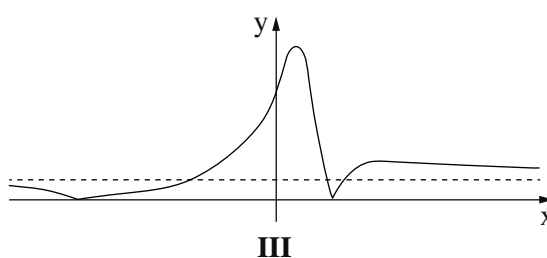
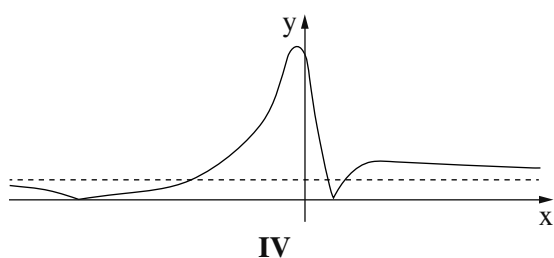
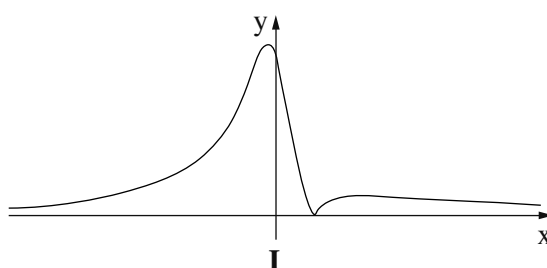
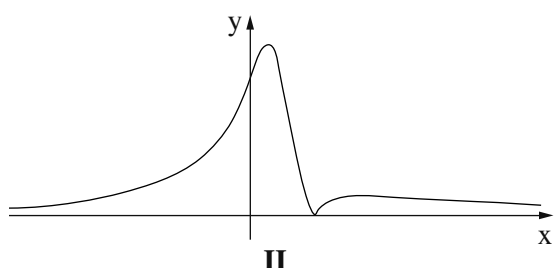
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .

ה. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $g(x)$.

(2) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.



7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (a - x) \cdot \sqrt{3x - 6}$.

a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי הנקודה $(5, 9)$ נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 8$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

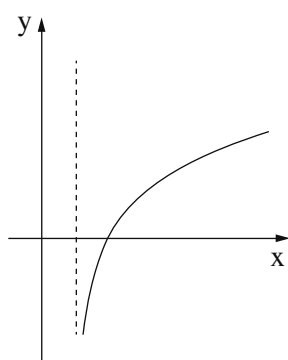
ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

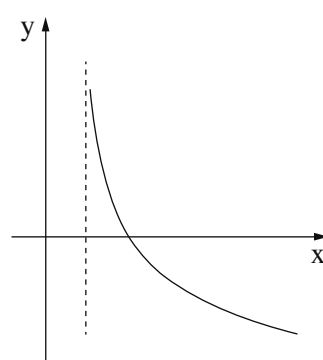
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x > 2$.

ו. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

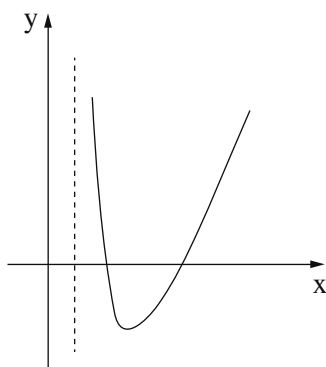
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 20$.



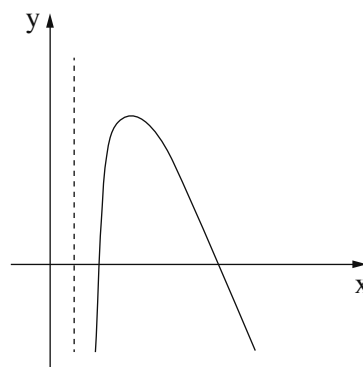
I



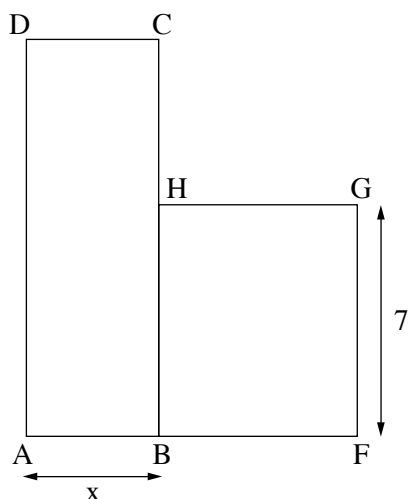
II



III



IV



8. בסרטוט שלפניכם מתוארת גינה ציבורית המחולקת לשני מתחמים.

מתחם ABCD ובו דשא, ומתחם BFGH ובו מתקנים לילדים.

כל אחד מן המתחמים הוא בצורת מלבן.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.

נתון כי אורך הצלע GF הוא 7 מטרים,

וכי אורך הצלע BF גדול ב-2 מטרים מאורך הצלע AB.

את המתחם ABCD הקיפו בגדר שאורכה 32 מטרים.

א. (1) הביעו באמצעות x את אורך הצלע AD.

(2) הביעו באמצעות x את שטח המתחם ABCD.

ב. הביעו באמצעות x את היחס בין שטח המתחם ABCD

ובין שטח המתחם BFGH.

ג. מצאו את הערך של x שבעבורו היחס בין שטח המתחם ABCD ובין שטח המתחם BFGH הוא מקסימלי.

בהצלחה