

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

תוכנית חדשה

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

- פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
(3) יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. חברת קוסמטיקה החליטה לערוך מחקר, ובו לבדוק את קצב התארכות שער הראש של אנשים בס"מ לשנה. החברה בדקה מספר רב של אנשים.
- היא גילתה שקצב התארכות השיער שלהם מתפלג נורמלית, והתבררו שני נתונים:
- i. השיער של 50% מן הנבדקים התארך בפחות מ- 12 ס"מ בשנה.
 - ii. השיער של 33% מן הנבדקים התארך ביותר מ- 12.56 ס"מ בשנה.
- א. מהו קצב ההתארכות הממוצע של השיער של הנבדקים?
- ב. מהי סטיית התקן של קצב התארכות השיער של הנבדקים?
- חברת הקוסמטיקה הכריזה שהיא הצליחה לפתח שמפו שמגביר ב- 10% את קצב התארכות השיער.
- ג. לפי ההכרזה, מה יהיה הממוצע החדש ומה תהיה סטיית התקן החדשה של קצב התארכות השיער בקרב אוכלוסיית האנשים שישתמשו בשמפו זה?
- ד. החברה בדקה מהו אחוז הנבדקים במחקר שקצב התארכות השיער שלהם הוא בין הממוצע ובין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.
- לפי הכרזת החברה, אם ישתמשו כל הנבדקים בשמפו שהיא פיתחה, האם אחוז זה יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו את תשובתכם.

2. בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הלינארי בין גודל המסך של טאבלט באינצ'ים (המשתנה x) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה y).
ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים.
לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

גודל המסך באינצ'ים (x)	מספר הדקות לקבלת ההחלטה לקנות את הטאבלט (y)
9	2
9	10
9	10
9	10
11	10
11	10
11	10
11	18

- א. חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים, x ו- y .
- ב. חשבו את מקדם המתאם r .
- ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך.
בעל החנות הזמין לחנותו דגם חדש של טאבלט, שגודל המסך שלו 10 אינצ'ים.
- ד. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו ניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה בעבור דגם זה?
בעקבות העסקתו של מוכר חדש בחנות, התקצר ב- 20% זמן קבלת ההחלטה לקנות כל אחד מדגמי הטאבלטים.
- ה. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו יגדל, יקטן או לא ישתנה בעקבות השינוי הזה.
- (1) מקדם המתאם r .
- (2) סטיית התקן של המשתנה y .
- (3) שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה כתלות בגודל המסך.

3. בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:

15 עפרונות כחולים,

4 עפרונות אדומים,

6 עפרונות צהובים.

דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר.

אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.

לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?

(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.

מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים או שני עפרונות צהובים?

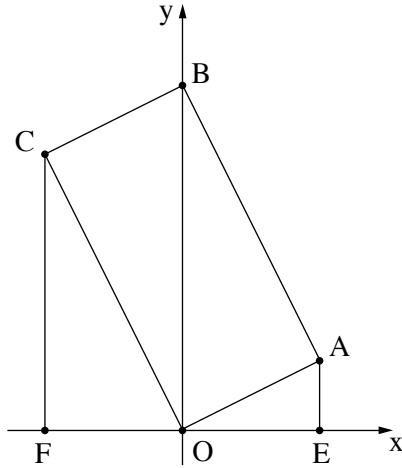
דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים, 3 עפרונות אדומים ו-2 עפרונות צהובים.

לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא $\frac{1}{60}$.

ג. מצאו את x .

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. במקבילית OABC הקודקוד B מונח על ציר ה- y

והנקודה O היא ראשית הצירים.

מן הקודקודים A ו- C העבירו אנכים לציר ה- x , החותכים אותו בנקודות E ו- F בהתאמה (ראו סרטוט). נתון: $\angle AOE = \angle COB$.

א. (1) הוכיחו: $\angle AOE = \angle OCF$.

(2) הוכיחו כי המשולשים OCF ו- AOE דומים.

שטח המשולש OCF גדול פי 4 משטח המשולש AOE.

משוואות הישרים AE ו- CF הן $x = 4$ ו- $x = -4$ בהתאמה.

ב. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים OCF ו- AOE.

(2) מצאו את אורכי הצלעות OE ו- CF.

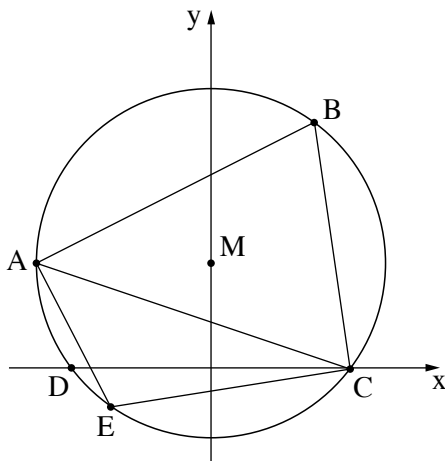
(3) מצאו את שיעורי הקודקודים C ו- A.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ד. הוכיחו כי המקבילית OABC היא מלבן.

אלכסוני המלבן OABC נפגשים בנקודה M.

ה. האם נכון כי $S_{AOE} + S_{CFO} = 2 \cdot S_{ABM}$? נמקו את תשובתכם.



5. במעגל חסום משולש חד זוויות ABC.

נתון: $A(-5, 3)$, $B(3, 7)$.

מרכז המעגל M נמצא על ציר ה- y .

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות C ו- D,

כמתואר בסרטוט שלפניכם.

א. (1) הראו כי שיעורי מרכז המעגל M הם $(0, 3)$.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

(3) מצאו את שיעורי הנקודות C ו- D.

ב. (1) מצאו את אורך הצלע AC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC.

נתון: $EC = 7$.

ג. מהו גודל הזווית AEC? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את שטח המשולש AEC.

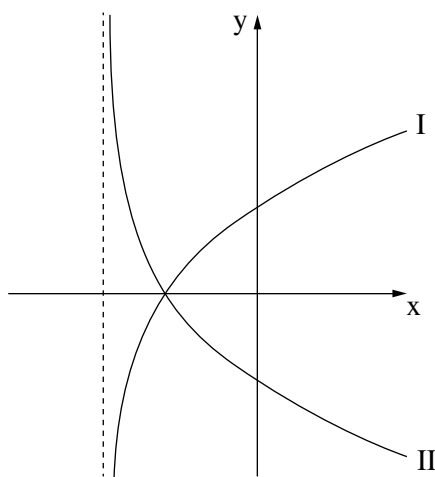
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

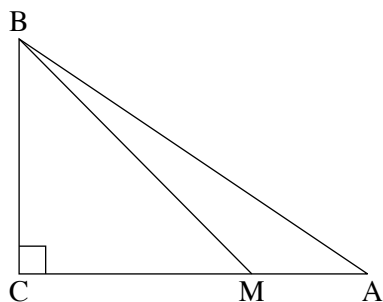
6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{1 - x^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - (2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - (4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 - (5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ג. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת $g'(x) = f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (x - 1) \cdot \sqrt{2x + 10}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, II-I. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, והגרף האחר מתאר את הפונקצייה $g(x) = -f'(x)$.
- ה. קבעו איזה מן הגרפים II-I מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.
 - ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 3$ ועל ידי ציר ה- x .





8. ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$. שטח המשולש ABC הוא 72.

M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים $MC = 2MA$ (ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב- x .

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M

משלושת קודקודי המשולש $(MA^2 + MB^2 + MC^2)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום $MA^2 + MB^2 + MC^2$ הוא 300? נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!