

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סטטיסטיקה, הסתברות
- פרק שני – גאומטריה
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה, הסתברות

1. בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית. במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15. הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.
 - א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?
 - הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78.
 - אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה.
 - סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10.
 - ב. חשבו את הציון הממוצע במתכונת השנייה.
- אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות. ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.
 - ג. (1) מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?
 - (2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמקו.

2. מורה למתמטיקה לתלמידי כיתה י"א רצתה לבדוק את הקשר הלינארי בין ציוני תלמידיה בבחינת הבגרות במתמטיקה (המשתנה x) ובין ציוני ההגשה שלהם (המשתנה y).
בטבלה שלפניכם מוצגים הציונים של חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2022. ציון ההגשה של התלמיד החמישי אינו מוצג.

ציון בחינת הבגרות (x)	ציון ההגשה (y)
59	78
60	81
60	81
60	81
61	?

- א. מצאו את ממוצע ציוני בחינת הבגרות של תלמידים אלה.
המורה חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x . נתון כי בעבור $x = 60$ מנובא הערך $y = 80$.
נתון גם כי שיפוע ישר הרגרסיה הוא 0.5.
ב. (1) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה.
(2) מצאו את ציון ההגשה של התלמיד החמישי. נמקו.
בעבור חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2021 חישבה המורה את מקדם המתאם בין שני המשתנים, ואז חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x . היא גילתה שציון ההגשה של כל אחד מן התלמידים זהה **בדיוק** לציון ההגשה המנובא לו באמצעות ישר הרגרסיה.
ג. קבעו מה הן שתי הטענות האפשריות מבין הטענות (1)–(4) שלפניכם. נמקו.

$$(1) \quad 0 < r < 1$$

$$(2) \quad r = 1$$

$$(3) \quad -1 < r < 0$$

$$(4) \quad r = -1$$

3. בקופסה יש 5 כפתורים אדומים ו-4 כפתורים כחולים.

דנה משחקת בכפתורים:

היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה. אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה, ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה. לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים:

הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B.

אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתח.

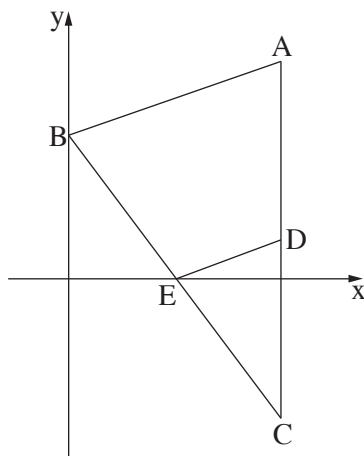
אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה עם החזרה.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה.

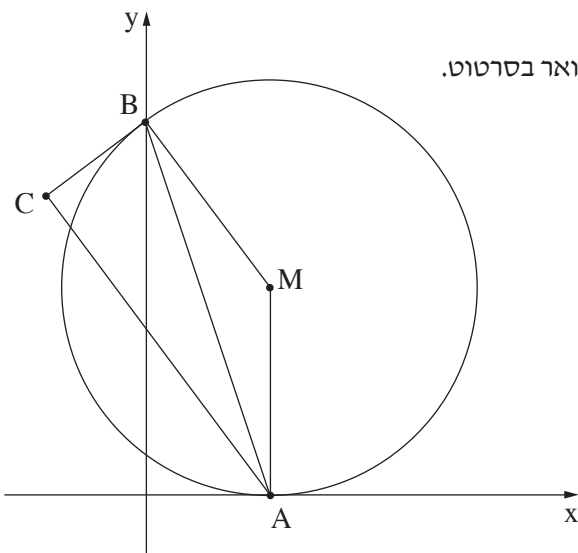
מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

פרק שני – גאומטריה



4. בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC .
 הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והצלע AC מקבילה לציר ה- y .
 נתון: $A(6,6)$, $AB = \sqrt{40}$.
 שיעור ה- y של הקודקוד B קטן מ-6.
 א. מצאו את שיעורי הקודקוד B .
 הנקודה E היא אמצע הצלע BC .
 נתון: הנקודה E נמצאת על ציר ה- x .
 ב. מצאו את שיעורי הנקודות C ו- E .
 הנקודה D היא אמצע הצלע AC .
 מן הנקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה- y וחותך את הצלע AB בנקודה F .
 ג. (1) הוכיחו כי המרובע $FADE$ הוא מקבילית.
 (2) חשבו את שטח המקבילית $FADE$.
 ד. מצאו את גודל הזווית DEF .

5. נתון מעגל שמרכזו $M(6, 10)$. המעגל משיק לציר ה- x בנקודה A .
 א. מצאו את משוואת המעגל.



- הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y , כמתואר בסרטוט.
 הישר BC משיק למעגל בנקודה B .
 ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה B .
 (2) מצאו את משוואת המשיק למעגל, BC .
 נתון: $\angle BCA = 90^\circ$.
 ג. (1) הוכיחו: AC מקביל ל- MB .
 (2) הוכיחו: AB חוצה את הזווית CAM .
 ד. חשבו את אורך הקטע AC .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{2x}{x^2 - a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(3, 1.2)$.

א. מצאו את a .

הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב-ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה: $g(x) = -f(x) + 1$.

ו. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

(2) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 1$? נמקו.

7. נתונה הפונקצייה: $f(x) = 6x \cdot (\sqrt{x} - m)$.

$m > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בנקודה שבה $x = 4$.

ב. (1) מצאו את m .

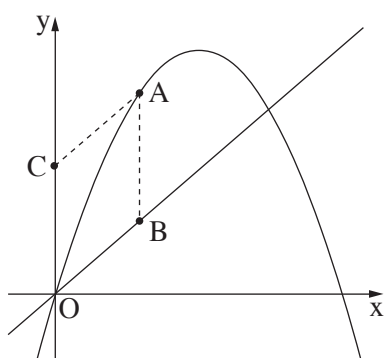
(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעור ה- y של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq 1$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי ציר ה- x .



8. נתונים הפונקצייה $f(x) = -x^2 + 16x$ והישר $y = 4x$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A

נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה- y

כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

בהצלחה!