

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון	—	אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות	—	20×2	—	40	נקודות
פרק שני	—	גאומטריה וטריגונומטריה במישור	—	20×1	—	20	נקודות
פרק שלישי	—	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש	—	20×2	—	40	נקודות
				סה"כ	—	100	נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. סוחר קנה כמה מוצרים במחיר זהה ושילם בעבורם 6,000 שקלים סך הכול.
10% מכל המוצרים שקנה הוא מכר במחיר מבצע של 40 שקלים לכל מוצר,
20 מוצרים הוא השאיר במחסן, ואת השאר הוא מכר ברווח של 60% למוצר.
הכנסתו ממכירת המוצרים האלה הייתה 7,520 שקלים.
א. כמה מוצרים קנה הסוחר?

- ב. שלב מאוחר יותר מכר הסוחר את 20 המוצרים שהשאיר במחסן, ברווח של 200% למוצר.
מה הייתה הכנסתו של הסוחר ממכירת 20 המוצרים האלה?

2. נתון דלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$).

הקודקוד B מונח על ציר ה- y והקודקודים C ו- D מונחים על ציר ה- x , כמתואר בציור.

משוואת הישר BD היא: $y = -\frac{1}{3}x + 3$.

- א. מצא את שיעורי הקודקודים B , D ו- C .

שיעורי הקודקוד A הם $(7, 9)$.

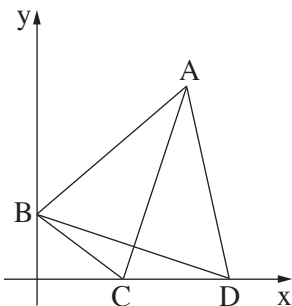
- ב. חשב את שטח הדלתון $ABCD$.

הישר $y = 5.4$ חותך את הישרים AB ו- AD בנקודות E ו- F בהתאמה.

אורך הקטע EF הוא 5.

- ג. (1) חשב את שטח המשולש AEF .

- (2) חשב את שטח המחומש $EFDCB$.



3.

שירה משחקת בקוביית משחק הוגנת ובמטבע מאוזן.

שירה משחקת על פי הכללים האלה: היא זורקת את הקובייה פעם אחת ומטילה את המטבע פעמיים. אם המספר שיתקבל על הקובייה יהיה גדול מ-2 ובשתי ההטלות ייפול המטבע על "פלי", תזכה שירה בפרס.

א. (1) מהי ההסתברות ששירה תזכה בפרס?

(2) שירה משחקת במשחק שלה 4 פעמים. מהי ההסתברות שתזכה ב-2 פרסים בדיוק?

אביגיל משחקת גם היא בקוביית משחק הוגנת ובמטבע מאוזן.

אביגיל משחקת לפי כללים אחרים: היא זורקת את הקובייה פעמיים ואז מטילה את המטבע פעם אחת.

אם סכום המספרים שיתקבלו על הקובייה בשתי הזריקות יהיה קטן מ-10 והמטבע ייפול על "עץ",

תזכה אביגיל בפרס.

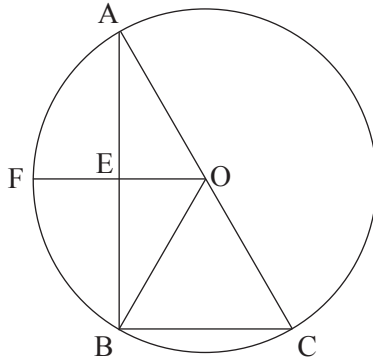
ב. (1) מהי ההסתברות שבזריקת הקובייה פעמיים סכום המספרים שיתקבלו יהיה קטן מ-10?

(2) אביגיל משחקת במשחק שלה פעם אחת. מהי ההסתברות שאביגיל תזכה בפרס?

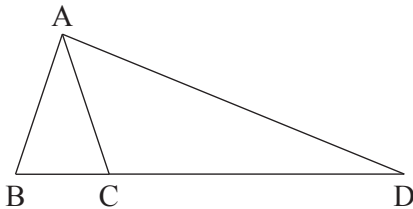
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. משולש ABC חסום במעגל. מרכז המעגל O נמצא על הצלע AC.
 הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $OE \perp AB$ (ראה ציור).
 א. הוכח ש- OE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 המשך הקטע OE חותך את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.
 ב. הוכח שהמשולש AFB הוא משולש שווה-שוקיים.
 נתון: $\sphericalangle ACB = 60^\circ$.
 ג. הוכח שהמרובע FOCB הוא מעוין.



5. ABC הוא משולש חד-זוויות ושווה-שוקיים ($AB = AC$).
 אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R.
 נתון: $BC = 1.2R$.
 א. (1) חשב את זוויות המשולש ABC.
 (2) הבע את אורך הצלע AB באמצעות R.
 המשיכו את הצלע BC עד הנקודה D, כמתואר בציור, כך ש- $CD = 3.8R$.
 ב. הבע את אורך הקטע AD באמצעות R.
 ג. AE הוא גובה במשולש ACD.
 אורך הגובה AE הוא 9.
 חשב את R.

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2} + a$. הוא פרמטר. a

ענה על סעיף א. הבע באמצעות a במידת הצורך.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים?

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = -3$.

ב. מהו ערך הפרמטר a ?

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. עבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בדיוק?

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{49 - x^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכות לציר ה- x .

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(3) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$. תוכל להיעזר בסעיפים קודמים.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי החלק השלילי של ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = -6$.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

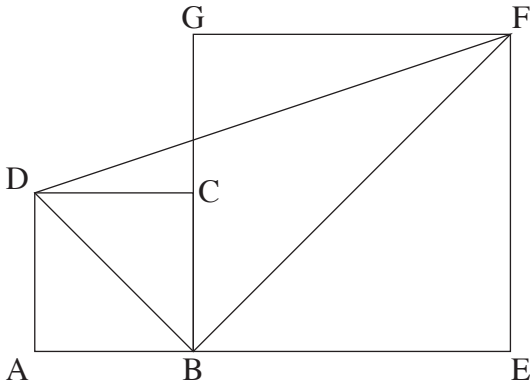
8. ABCD ו-BEFG הם שני ריבועים. הצלע BC מונחת על הצלע BG.

נתון: $DB + BF = a$. $0 < a$ הוא פרמטר.

א. מצא את אורך האלכסון DB שעבורו

אורך הקטע DF הוא מינימלי. הבע באמצעות a .

ב. עבור אורך DB שמצאת בסעיף א, מהו היחס $\frac{AB}{BE}$?



בהצלחה!