

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה והסתברות – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 16 $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

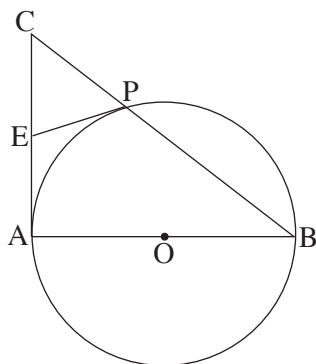
1. רוכב אופניים יצא ממושב A אל מושב B, ולאחר $\frac{1}{2}$ שעה יצא רוכב אופניים שני ממושב B אל מושב A.
הרוכבים נפגשו לאחר שהרוכב השני עבר $\frac{1}{4}$ מהמרחק שבין B ל-A.
ביום אחר יצא רוכב האופניים הראשון ממושב A למושב B $\frac{1}{2}$ שעה אחרי שרוכב האופניים השני יצא ממושב B אל מושב A. הרוכבים נפגשו באמצע הדרך שבין A ל-B. מהירויות הרוכבים לא השתנו.
 - א. חשב את היחס בין מהירות הרוכב הראשון ובין מהירות הרוכב השני.
 - ב. ידוע שאם שני הרוכבים יוצאים באותו רגע זה לקראת זה, הם נפגשים במרחק b ק"מ מאמצע הדרך שבין A ל-B.
הבע באמצעות b את הדרך שבין A ל-B.
2. א. היעזר בנוסחה לסכום של סדרה חשבונית, והוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:
$$(1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$$
 - ב. נתונה המשוואה $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 5,832,225$
n הוא מספר טבעי.
מצא כמה מחוברים יש באגף השמאלי של המשוואה.

3. בקבוצה של 40 אנשים יש 16 גברים והשאר נשים.
 ל- 12 גברים בקבוצה יש רישיון נהיגה, ול- 16 נשים בקבוצה יש רישיון נהיגה.
 א. בוחרים באקראי אדם מהקבוצה.
 מהי ההסתברות שייבחר אדם שיש לו רישיון נהיגה?
 ב. בוחרים באקראי אדם מהקבוצה. לאחר שהאדם חוזר לקבוצה, שוב בוחרים באקראי אדם מהקבוצה.
 מהי ההסתברות שלפחות פעם אחת ייבחר אדם שיש לו רישיון נהיגה?
 ג. האם המאורע "לבחור מהקבוצה גבר" והמאורע "לבחור מהקבוצה אדם שיש לו רישיון נהיגה" הם מאורעות בלתי תלויים? נמק.
 ד. לכמה נשים בקבוצה צריך שיהיה רישיון נהיגה כדי לקבוע שבקבוצה הנתונה רישיון נהיגה אינו תלוי במין האדם? (מספר הגברים והנשים בקבוצה אינו משתנה, ומספר הגברים בעלי רישיון אינו משתנה).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

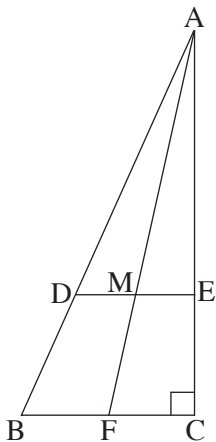
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. במשולש ישר-זווית CAB ($\sphericalangle CAB = 90^\circ$) הניצב AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O. היתר BC חותך את המעגל גם בנקודה P. המשיק למעגל בנקודה P חותך את הניצב CA בנקודה E (ראה ציור).
 א. הוכח כי $CE = EA$.
 ב. אם נתון כי $\frac{CP}{EA} = \frac{2}{3}$,

וכי שטח המשולש CPE הוא 2 סמ"ר, מצא את שטח המשולש PAB. נמק.

5. במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$)



AF הוא תיכון לצלע BC.

התיכונים במשולש נפגשים בנקודה M.

דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לצלע BC,

וחותך את הצלעות AB ו-AC בנקודות D ו-E

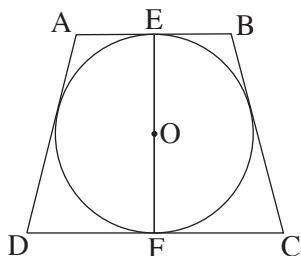
בהתאמה (ראה ציור).

א. חשב את היחס $\frac{DE}{BC}$. נמק.

ב. ידוע כי DC הוא חוצה-זווית ACB .

חשב את גודל הזוויות החדות במשולש ABC.

6. נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$)



החוסם מעגל שמרכזו O.

AB ו-DC משיקים למעגל

בנקודות E ו-F בהתאמה.

EF הוא קוטר במעגל (ראה ציור).

האורך של שוק הטרפז הוא b.

נתון כי $(\sin \angle C)^2 = \sin(90^\circ - \angle C)$.

הבע באמצעות b:

א. את רדיוס המעגל החסום בטרפז.

ב. את אורך הבסיס הקטן AB.

בתשובתיך השאר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות**

ושל פונקציות טריגונומטריות (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos x}$.

א. מצא אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית.
נמק.

ב. בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות של הפונקציה
המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה. ציין ערכים על ציר ה- x .

ג. לסרטוט שסרטטת בתת-סעיף ב (3) הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$
בתחום $-2\pi \leq x \leq 0$. ציין ערכים על ציר ה- x .

ד. השטח ברביע הראשון המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי הישר $y = 2$,
על ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y , מסתובב סביב ציר ה- x .
מצא את הנפח של גוף הסיבוב שנוצר.

ה. בתחום שבין $-\infty$ ל- ∞ , רשום בצורה כללית את השיעורים:

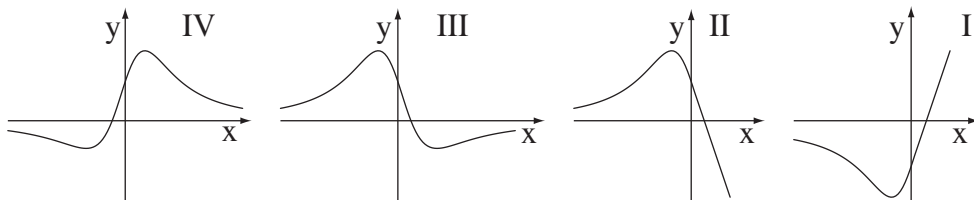
(1) של נקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$.

(2) של נקודות המקסימום של הפונקציה $f(x)$.

8. נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$: $f''(x) = \frac{-6x^2 - 3x + 3}{\sqrt{(1+x^2)^5}}$.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך, איזה גרף מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$?
נמק.



ב. (1) מצא תחומי קעירות כלפי מטה \cap ותחומי קעירות כלפי מעלה \cup של הפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) היעזר בגרף של $f'(x)$ שבסעיף א, ומצא בין אילו שני מספרים שלמים עוקבים נמצא שיעור ה- x של נקודת הקיצון של $f(x)$. נמק.

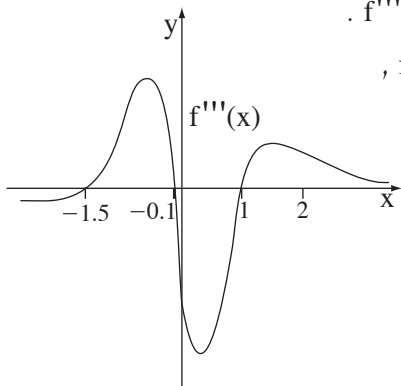
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, אם ידוע כי הגרף חותך את ציר ה- x רק בנקודה אחת שבה $x = 3$.

לפניך סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת השלישית $f'''(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'''(x)$,

על ידי ציר ה- x וציר ה- y

ועל ידי הישר $x = 2$ בתחום $x \geq 0$.



9. נתונות משוואות של שתי פרבולות: $f(x) = -a^2x^2$

$$g(x) = x^2 - x$$

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הפרבולות נפגשות בנקודות O ו-A (O – ראשית הצירים).

א. הבע באמצעות a את השיעורים של הנקודה A.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה A שעבורה השטח, המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי ציר ה-x ועל ידי האנך לציר ה-x העובר דרך הנקודה A, הוא מקסימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך