

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה והסתברות –  $16\frac{2}{3} \times 2$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה
- במישור –  $16\frac{2}{3} \times 2$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי –  $16\frac{2}{3} \times 2$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.  
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.  
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

**ב ה צ ל ח ה !**

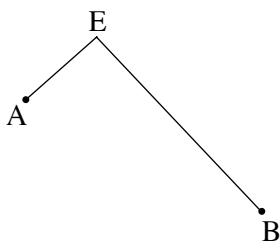
### ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

#### פרק ראשון – אלגברה והסתברות (33<sup>1</sup>/<sub>3</sub> נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 16<sup>2</sup>/<sub>3</sub> נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. רוכב אופניים רכב מעיר A לעיר B.

במסלול שבין שתי הערים יש תחילה עלייה ואחר כך ירידה (ראה ציור).

מהירות הרוכב בירידה היא קבועה, וגדולה ב- 10 קמ"ש ממהירותו בעלייה.

הרוכב עבר את הדרך מ-A ל-B ב- 4.5 שעות, ואת הדרך מ-B ל-A עבר ב- 6 שעות. מהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-A ל-B שווה למהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-B ל-A, וגם מהירות הרוכב בירידה בכל אחת מהדרכים היא אותה מהירות. אורך המסלול בין שתי הערים הוא 70 ק"מ.

א. מצא את מהירות הרוכב בעלייה.

ב. מצא את אורך המסלול מ-E ל-B.

2.  $a_n$  ו-  $a_k$  הם שני איברים בסדרה חשבונית במקום ה-  $n$  ובמקום ה-  $k$  בהתאמה.

הפרש הסדרה הוא  $d$ , והאיבר הראשון בסדרה הוא  $a_1 = md$ ,

$m$  – מספר טבעי,  $d \neq 0$ .

א. (1) הראה כי מתקיים  $a_n + a_k = a_1 + d(n + k + m - 2)$

(2) הבע באמצעות  $n$ ,  $k$  ו-  $m$  את המקום בסדרה של איבר השווה לסכום של

שני האיברים  $a_n$  ו-  $a_k$ .

ב. (1) הבע באמצעות  $a_1$ ,  $d$  ו-  $m$  את הסכום  $a_{34} + a_{65}$ .

(2) נתון:  $a_{34} + a_{65} = a_{109}$ ,

סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה הוא 7900.

מצא את  $d$  ואת  $a_1$ .

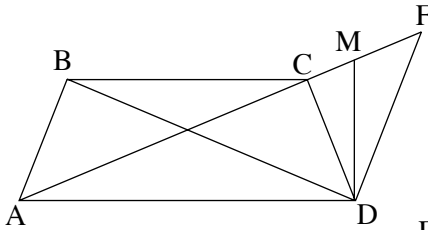
/המשך בעמוד 3/

3. ברשותנו שתי קוביות משחק הנראות זהות. קובייה אחת מאוזנת והאחרת לא-מאוזנת. בהטלת הקובייה המאוזנת ההסתברות לקבל אחד מהמספרים הרשומים על פאות הקובייה היא אותה הסתברות עבור כל אחד מהמספרים.
- בהטלת הקובייה הלא-מאוזנת ההסתברות לקבל את המספר שש היא  $\frac{1}{3}$ .
- א. (1) זורקים 3 פעמים את הקובייה המאוזנת.  
מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?
- (2) זורקים 3 פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת.  
מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?
- ב. בוחרים באקראי אחת משתי הקוביות, וזורקים 3 פעמים את הקובייה שבחרים.
- (1) מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?
- (2) ידוע כי המספר שש התקבל בדיוק 2 פעמים.  
מהי ההסתברות שנבחרה הקובייה הלא-מאוזנת?
- ג. זורקים  $n$  פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת.  
הבע באמצעות  $n$  את ההסתברות לקבל לפחות פעם אחת את המספר שש.

**פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (33 1/3 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – 16 2/3 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $BC \parallel AD$ ).

דרך הקדקוד D העבירו אנך ל-AD

וישר המקביל לשוק AB.

האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M,

והישר המקביל חותך את המשך האלכסון בנקודה F

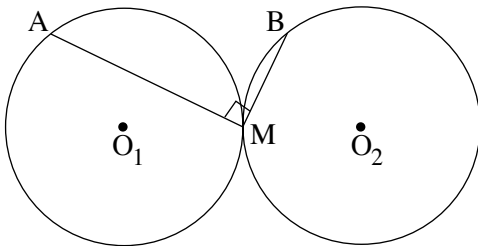
(ראה ציור).

נסמן:  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle CAD = \beta$ .

א. הוכח כי  $\triangle ABC \sim \triangle FDA$ .

ב. הוכח כי  $\angle CDM = \angle MDF$ .

ג. הוכח כי  $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$ .



5. שני מעגלים, שיש להם אותו רדיוס R,

משיקים זה לזה בנקודה M.

מעבירים מיתר MB במעגל

שמרכזו  $O_2$ ,

ומיתר MA במעגל שמרכזו  $O_1$

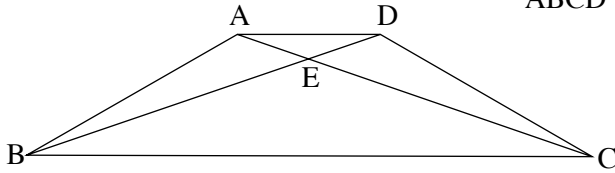
כך ש-  $\angle AMB = 90^\circ$  (ראה ציור).

א. (1) נמק מדוע  $\angle O_1MO_2 = 180^\circ$ .

(2) הוכח כי  $AO_1 \parallel BO_2$ .

ב. במשולש AMB העבירו תיכון לצלע AB.

הבע באמצעות R את אורך התיכון. נמק.



6. בצירוף שלפניך טרפז שווה-שוקיים ABCD

( AD || BC )

נתון:  $\angle CAD = \alpha$

$\angle BDC = \beta$

א. הוכח כי היחס בין שטח המשולש AED לשטח המשולש BEC

$$\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}} = \frac{\sin^2(2\alpha + \beta)}{\sin^2\beta} \text{ הוא}$$

ב. נתון גם:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\sqrt{\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}}} = \frac{1}{4}$

מצא את  $\beta$ .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות**

**ושל פונקציות טריגונומטריות** (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – 16 2/3 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + 9}$

א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

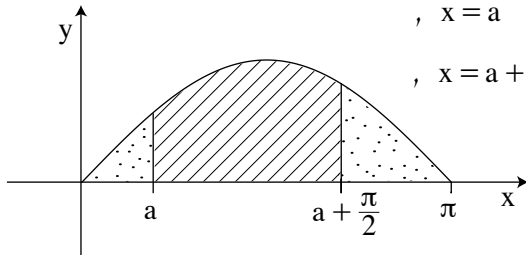
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המקבילות לצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמק.

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  (ראה ציור).



מעבירים שני ישרים שמשוואותיהם:

$$x = a$$

$$x = a + \frac{\pi}{2}$$

$$0 < a < \frac{\pi}{2}$$

$S_1$  הוא השטח המוגבל על ידי שני הישרים, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).

$S_2$  הוא סכום של שני שטחים, שכל אחד מהם מוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי אחד הישרים ועל ידי ציר ה- $x$  (סכום השטחים המנוקדים בציור).

מצא עבור איזה ערך של  $a$  היחס  $\frac{S_1}{S_2}$  הוא מקסימלי.

9. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 15}}$

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 15}}$$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. על סמך סעיפים א ו-ב סרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל תחום שבו היא מוגדרת.

ד. נתון כי הישר  $y = -kx + 8k$ ,  $k > 0$ , אינו חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הישר מחלק את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = 4$  ו- $x = 8$ , לשני שטחים שווים.

מצא את הערך של  $k$ .

### בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך