

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

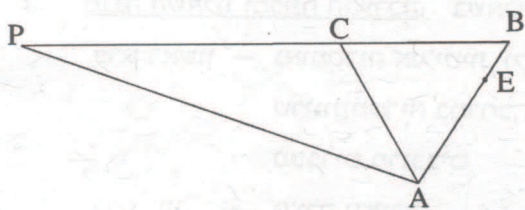
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(0, 0)$ ו- $E(3, 6)$.



נקודה B נמצאת על המשך AE

כך ש- $AB = AC$ (ראה ציור),

ושטח המשולש CAE גדול פי 3

משטח המשולש CEB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. נקודה P נמצאת על המשך BC כך ש- $PC = 2BC$.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות P הנוצרות באופן זה.

ג. הנקודה $(4, -40)$ נמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

מצא עבור נקודה זו את משוואת האנך ל-BC העובר דרך C.

2. נתון מישור π שמשוואתו $2x + y - z + 3 = 0$.

הנקודות $A(-1, -2, k)$ ו- $B(1, -2, m)$ נמצאות במישור זה.

הישר BG מאונך למישור π .

א. מצא את שיעורי הנקודה G , אם גם נתון כי $|\vec{BG}| = \sqrt{96}$,

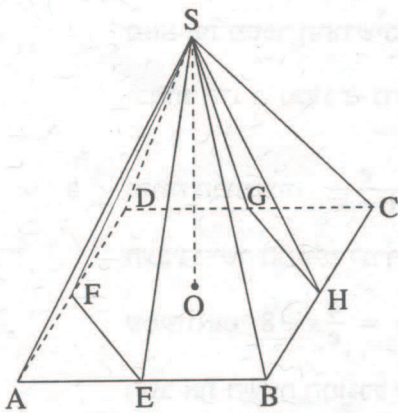
ושיעור ה- x של הנקודה G הוא חיובי.

ב. דרך הנקודה G שאת שיעוריה מצאת בסעיף א, ודרך הנקודה $E(11, 6, -17)$

עובר ישר ℓ החותך את המישור π בנקודה F .

הוכח כי הנקודות A, B, F נמצאות על ישר אחד.

ג. מצא את המצב ההדדי בין הישר AF לציר ה- x .



3. א. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$

שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

הן נקודות האמצע H, G, F, E

של צלעות הבסיס (ראה ציור).

נתון כי גובה הפירמידה שווה לצלע הבסיס.

חשב את גודל הזווית שבין המישור SHG

למישור SFE .

ב. קדקודי מתומן משוכלל $ABCDEFGH$ (מצולע בעל שמונה צלעות)

נמצאים במישור גאוס, ומרכז המתומן נמצא בראשית הצירים.

נתון כי קדקוד A הוא $z = 1 + i$.

מצא את הקדקודים B ו- H . הצג אותם באמצעות מספרים מרוכבים.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. הכמויות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גדלות בצורה מעריכית.

כמות הדגים מסוג א' גדלה כל חודש פי q_1 ,

וכמות הדגים מסוג ב' גדלה כל חודש פי q_2 .

כעבור מספר חודשים כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2, וכמות הדגים מסוג ב'

גדלה פי 4. q_2 גדול ב- 8.7% מ- q_1 .

מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2,

וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4.

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e}{e-x}$.

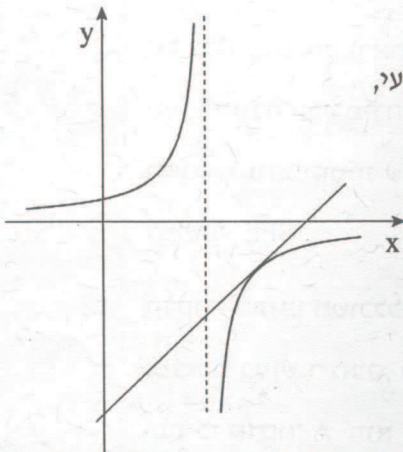
העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה ברביע הרביעי,

שמשוואתו $y = \frac{4}{e}x - 8$ (ראה ציור).

חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק,

על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי הישר $x = 2e$.



הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתונה פונקציית הגזרת $f'(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}$.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x > 0$, ויש לה נקודת פיתול בנקודה שבה $b = f(x)$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות b).

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של $f(x)$ (אם יש כאלה),
וקבע את סוגן. (הבע באמצעות b במידת הצורך).

(2) מצא תחומי קעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של $f(x)$.

ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של b הגרף של $f(x)$ חותך את ציר ה- x
בשתי נקודות.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, עבור הערכים של b שמצאת
בתת-סעיף ג (1), אם נתון כי $b > 0$.

ציין בסקיצה את נקודת הפיתול.