

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה והסתברות – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה – במישור – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

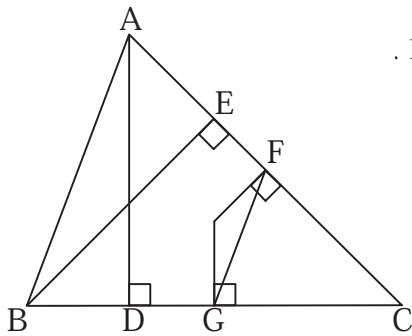
1. רוכב אופניים אחד יצא ממקום A אל מקום B, ובאותה שעה בדיוק יצא רוכב אופניים אחר ממקום B אל מקום A. (המהירויות של הרוכבי האופניים אינן משתנות).
 כעבור 4 שעות נפגשו הרוכבי האופניים.
 הזמן, שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-A לעבור את הדרך שבין A ל-B, גדול ב-108 דקות מהזמן שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ-B לעבור דרך זו.
 א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-B לבין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ-A.
 ב. מצא בכמה שעות עבר כל אחד מרוכבי האופניים את הדרך שבין A ל-B.
2. נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא a_1 (שונה מאפס), והפרש הסדרה הוא d.
 בונים סדרה חדשה שגם בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה החדשה גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה הנתונה, והפרש הסדרה החדשה גם הוא d.
 סכום הסדרה החדשה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
 א. בטא את a_1 באמצעות d ו-n.
 ב. אם מגדילים את הפרש הסדרה הנתונה ב-3 (בלי לשנות את a_1 ואת n), מקבלים סדרה חשבונית שסכומה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
 הראה כי הפרש הסדרה הנתונה הוא 2.

3. באחד הדוכנים בלונה פארק אפשר להשתתף במשחק שבו מסובבים שני גלגלים, A ו-B. כל גלגל מחולק ל- 20 גזרות שוות (לכל אחת מהגזרות יש אותה הסתברות שהגלגל ייעצר עליה, והגלגל אינו נעצר בגבול שבין הגזרות).
בגלגל A יש 2 גזרות אדומות והשאר שחורות.
בגלגל B יש 4 גזרות אדומות והשאר שחורות.
תור אחד במשחק מורכב משני שלבים:
בשלב הראשון – משתתף במשחק מסובב את הגלגל A .
בשלב השני – אם הגלגל A נעצר על גזרה אדומה בשלב הראשון, המשתתף מסובב את הגלגל B . אם הגלגל A נעצר על גזרה שחורה בשלב הראשון, המשתתף מסובב שוב את הגלגל A .
- א. ידוע שבתור אחד בשלב הראשון נעצר הגלגל A על גזרה אדומה.
מהי ההסתברות שבתור זה התקבלה בשלב השני גזרה שחורה?
- ב. (1) מהי ההסתברות שבתור אחד תתקבל לפחות גזרה אדומה אחת?
(2) אם ידוע כי בתור אחד הייתה לפחות אחת מהגזרות אדומה, מהי ההסתברות שבתור זה התקבלה רק גזרה אדומה אחת?
- ג. משתתף משחק n תורות. הבע באמצעות n את ההסתברות שלא תתקבל כלל גזרה אדומה.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. נתון משולש ABC חד-זוויות.

BE הוא גובה לצלע AC, ו-AD הוא גובה לצלע BC.

הגבהים נפגשים בנקודה N.

FM הוא אנך אמצעי לצלע AC,

ו-GM הוא אנך אמצעי לצלע BC (ראה ציור).

א. הוכח:

(1) $\angle BAC = \angle GFC$

(2) $\angle ABN = \angle MFG$

(3) $\triangle ANB \sim \triangle GMF$

ב. מצא את היחס $\frac{BN}{FM}$. נמק.

5. נתון משולש חד-זוויות ABC.

CE הוא גובה לצלע BA, ו-BD הוא גובה לצלע AC.

א. הוכח:

(1) המשולש DBC חסום במעגל

החסום את המשולש EBC.

(2) $\angle DBC = \angle DEC$

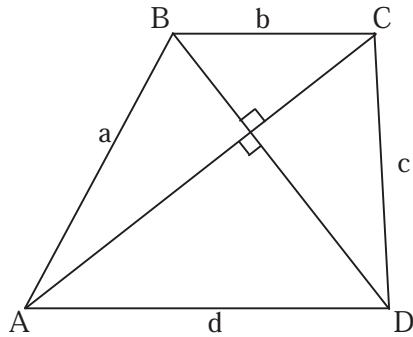
BF ו-CG מאונכים להמשכי הקטע ED, כמתואר בציור.

הוכח:

ב. $\triangle DCB \sim \triangle FEB$

ג. $\triangle DGC \sim \triangle BEC$

/המשך בעמוד 5/



6. בטרפז $ABCD$ ($AD \parallel BC$)

נתון: $BC = b$, $AB = a$, $AC \perp BD$,

$AD = d$, $CD = c$ ($d > b$).

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O (ראה ציור).

א. הוכח כי $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$.

ב. דרך קדקוד B מעבירים ישר המקביל

לשוק CD .

הישר חותך את הבסיס AD בנקודה M .

נתון: $\angle ABM = \alpha$. הוכח כי $\cos \alpha = \frac{bd}{ac}$.

ג. הבע באמצעות α , b ו- d :

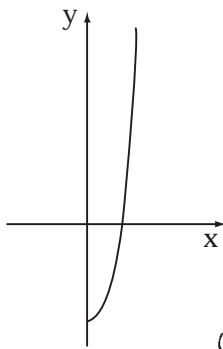
(1) את שטח המשולש ABM .

(2) את שטח הטרפז $ABCD$.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות** (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8}{x+2}$, $x \neq -2$.



א. בצויר מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $x \geq 0$.

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה שבה $x = 1$.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y עבור $x \geq 0$.

ב. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)

עבור כל תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל תחום ההגדרה שלה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

עבור התחום הנתון ענה על הסעיפים א-ד.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

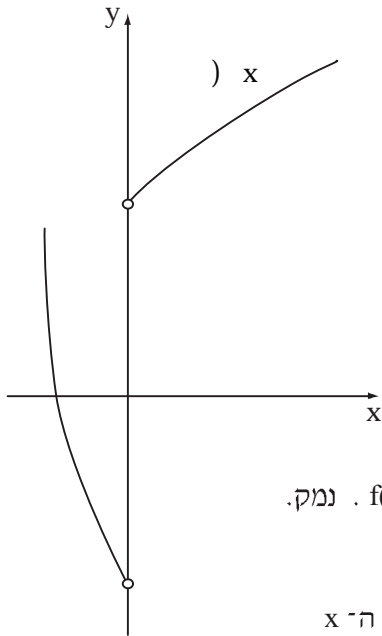
(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

($f(x)$ גזירה גם בקצות התחום הנתון.)

ד. נתון כי גרף הפונקציה $g(x) = a - \cos x - \sin^2 x$ משיק לציר ה- x בתחום

הנתון בנקודה אחת בלבד.

מהו הערך של a ? נמק.



9. $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$.

בציור מוצג הגרף של $f'(x)$.

$f(x)$ היא פונקציה רציפה המוגדרת בתחום $x \geq -4$.

נתון: $f'(x) = \frac{6x^2 + 16x}{\sqrt{x^3 + 4x^2}}$

א. מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של $f'(x)$.

ג. מצא את שיעור הי- x של נקודת המקסימום

של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ה. נתון: $f(a) = 4\sqrt{3}$, $-2\frac{2}{3} < a < 0$.

השטח, המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = a$, הוא $\frac{28\sqrt{3}}{9}$.

מצא את ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

אין צורך למצוא את $f(x)$, ואין צורך למצוא את a .

בתשובתך תוכל להשאיר $\sqrt{3}$ או לדייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

בהצלחה!