

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ד, מועד ג
מספר השאלון: 316,035806
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|----------------------------|---|------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה | | | | |
| במישור | | | — | 20×1 | — | 20 נקודות |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | 20×2 | — | 40 נקודות |
| | | | — | סה"כ | — | 100 נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. שני פועלים, פועל I ופועל II, מתקנים כביש. ההספק של כל אחד משני הפועלים קבוע. ביום הראשון עבד פועל I לבד 4 שעות, ואז הצטרף אליו פועל II, והם עבדו יחד עוד 3 שעות. התברר כי ביום הראשון ביצעו הפועלים סך הכול 60% מהתיקון כולו. ביום השני עבדו הפועלים יחד כל הזמן כך שסך הכול בשני ימי העבודה ביצע כל אחד מהפועלים בדיוק מחצית מהתיקון כולו. מצא כמה שעות עבדו הפועלים יחד ביום השני.

2. נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים ($n > 2$):

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$$

הפרש הסדרה הנתונה הוא d .

מהסדרה הנתונה בנו סדרה חדשה של הפרשי ריבועים:

$$a_2^2 - a_1^2, a_3^2 - a_2^2, \dots, a_n^2 - a_{n-1}^2$$

- א. הוכח כי הסדרה החדשה היא סדרה חשבונית שההפרש שלה הוא $2d^2$.

ב. נתון: $a_2^2 - a_1^2 = 64$

הבע את האיבר האחרון בסדרה החדשה באמצעות n ו- d .

ג. נתון גם: $a_n^2 - a_{n-1}^2 = 192$, $d^2 > 1$

מצא את תחום הערכים של n .

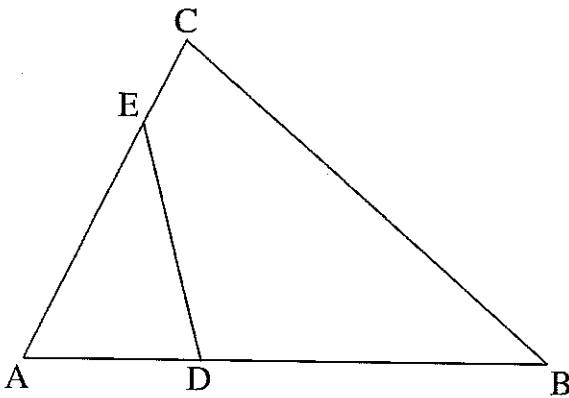
המשך בעמוד 3

3. מבין העובדים בחברה גדולה בוחרים באקראי 4 עובדים. ההסתברות שלכל היותר ל-3 עובדים יש השכלה גבוהה היא $\frac{255}{256}$.
- א. לאיזה אחוז מהעובדים יש השכלה גבוהה?
- ב. מהי ההסתברות שמבין 4 עובדים שבחרים באקראי, ל-3 אין השכלה גבוהה?
- ג. 40% מעובדי החברה הן נשים. ל- $\frac{1}{4}$ מהנשים יש השכלה גבוהה. מבין העובדים שיש להם השכלה גבוהה בחרו באקראי שני עובדים. מהי ההסתברות ששני העובדים הם נשים?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. במרובע BDEC המשכי הצלעות BD ו-CE נפגשים בנקודה A, כמתואר בציור.

נתון כי המרובע BDEC הוא בר-חסימה במעגל.

א. הוכח כי $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.

נתון: שטח המשולש ACB גדול פי 4

משטח המשולש ADE.

נקודה F נמצאת על הצלע ED

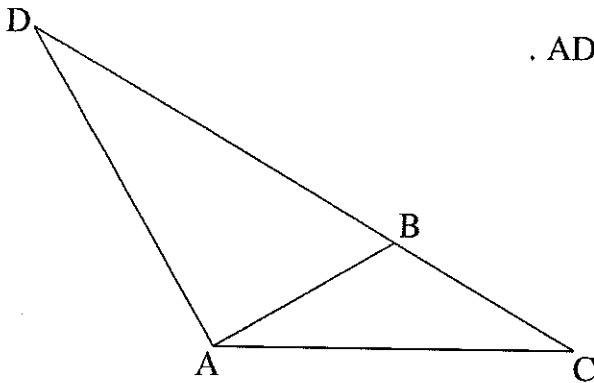
כך ש- $\angle EAF = \angle DAF$.

המשך AF חותך את BC בנקודה G.

ב. (1) הוכח כי $\triangle AEF \sim \triangle ABG$.

(2) מצא את היחס $\frac{EF}{BG}$.

ג. הוכח כי $\frac{GC}{BG} = \frac{AD}{AE}$.



5. נתון משולש שווה-שוקיים ADC שבו $AD = AC$.

נקודה B נמצאת על הצלע DC

כך ש- $AB = BC$ ו- $DC = 3BC$ (ראה ציור).

א. מצא את גודל הזוויות במשולש ADC.

ב. נתון גם כי שטח המשולש ADC

הוא $16\sqrt{3}$ סמ"ר.

BT הוא גובה לצלע AC במשולש ABC.

מצא את האורך של הקטע DT.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + \frac{\cos x}{\sin x}$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. (1) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

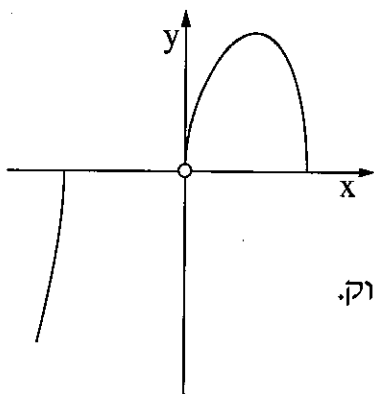
(2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$. השיפוע של משיק זה הוא המקסימלי מבין השיפועים

של כל המשיקים לגרף הפונקציה בתחום הנתון.

מצא את הזווית שמשיק זה יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .



7. בציור שלפניך מוצגת סקיצה

$$f(x) = \frac{\sqrt{12x^3 - x^5}}{x}$$

של תחום ההגדרה שלה הוא

$$x \leq -2\sqrt{3}, \quad 0 < x \leq 2\sqrt{3}$$

א. הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות בדיוק.

מצא את תחום הערכים של k .

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{12x - x^3}$,

שתחום ההגדרה שלה הוא $x \leq -2\sqrt{3}, \quad 0 \leq x \leq 2\sqrt{3}$.

(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) עבור הערכים של k שמצאת בסעיף א, מצא בכמה נקודות חותך הישר $y = k$

את גרף הפונקציה $g(x)$.

8. נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x , ומקיימת: $f'(x) = x^2 - 6x + 5$.

א. הישר $y = 10\frac{2}{3}$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

נתון כי הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x , ומקיימת: $f'(x) = g'(x)$.

ב. המרחק בין נקודת המקסימום של $f(x)$ לנקודת המקסימום של $g(x)$ הוא 1.

מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

מצא את שתי האפשרויות.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצות של שני הגרפים האפשריים של $g(x)$.

(2) כמה נקודות פגישה עם ציר ה- x יש לכל אחד משלושת הגרפים שסרטטת?

בהצלחה!