

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ד, מועד ג
מספר השאלון: 317, 035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים** ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$, a הוא פרמטר חיובי שונה מ-4.

א. מצא עבור אילו ערכים של a המשוואה מייצגת אליפסה.

אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$ חותכת את הקרן השלילית של ציר ה- y בנקודה A.

F_1 הוא המוקד הימני של האליפסה, ו- F_2 הוא המוקד השמאלי.

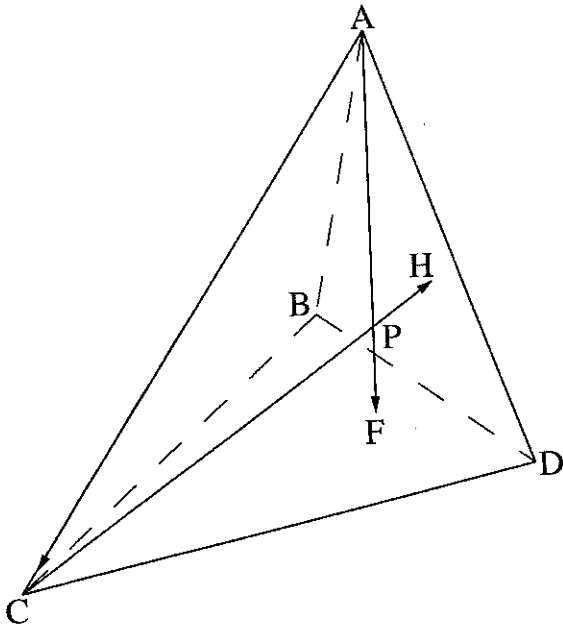
הישר AF_1 יוצר עם הקרן החיובית של ציר ה- x זווית של 26.566° .

ב. מצא את משוואת האליפסה.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות הנמצאות במרחקים שווים מהמוקד F_1

ומן הישר שעובר דרך המוקד F_2 ומקביל לציר ה- y . נמק.

◀ המשך בעמוד 3



2. בפירמידה משולשת ABCD
 AF הוא גובה הפירמידה לפאה BDC,
 CH הוא גובה הפירמידה לפאה ABD.
 הישרים AF ו-CH נפגשים בנקודה P.
 (ראה ציור).

א. (1) הסבר מדוע $\vec{AP} \cdot \vec{BD} = 0$

(2) הוכח כי $\vec{AC} \perp \vec{BD}$

ב. הוכח כי $\vec{AH} \perp \vec{BD}$

ג. סמן: $\vec{BA} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{BD} = \underline{u}$

הוכח כי אם $AB = BC$ אז $\angle CBD = \angle ABD$.

3. נתון המספר המרוכב $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$,

ונתון מספר מרוכב w שהערך המוחלט שלו הוא r ($r > 0$).

z ו- w נמצאים ברביע הראשון.

המספר z מקיים: $z = \frac{w}{\bar{w}}$

א. הבע באמצעות α ו- r את המספר w , את הצמוד שלו \bar{w} , ואת ההפכי שלו $\frac{1}{\bar{w}}$.

ב. סרטט במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסף לסרטוט דוגמה של מספר w

ושל ההפכי שלו $\frac{1}{\bar{w}}$ עבור $r > 1$.

ג. נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_1 = \frac{1}{\bar{w}}$, $a_2 = z$,

הבע באמצעות α ו- r את a_5 .

◀ המשך בעמוד 4

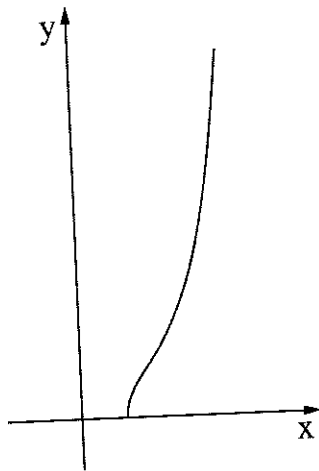
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

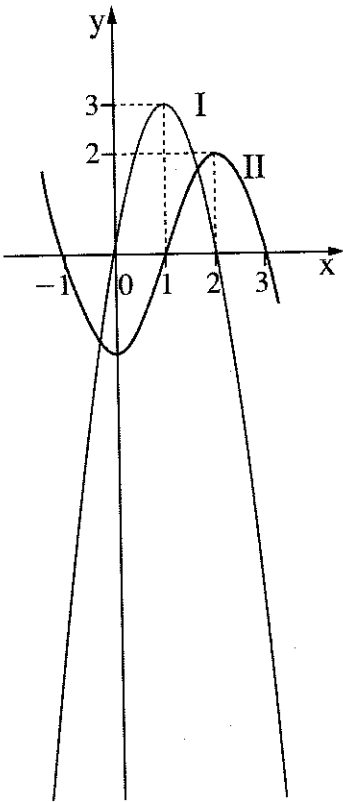
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-1} \cdot e^{x^2-x}$ (ראה ציור).



- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. הוכח כי הפונקציה עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה.
- ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$. הישר נפגש עם גרף הפונקציה בשתי נקודות בלבד.
 - (1) מצא את משוואת המשיק.
 - (2) העתק למחברתך את גרף הפונקציה, והוסף לגרף סרטוט של המשיק.
 - (3) השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי המשיק מסתובב סביב ציר ה- x . מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

◀ המשך בעמוד 5



5. בציור שלפניך מוצגים שני גרפים, I ו-II, של פונקציות המוגדרות

בתחום $-1.1 \leq x \leq 3.1$.

אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$

והאחר הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבע איזה מבין הגרפים I ו-II

הוא של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \ln(f(x))$.

(1) מצא את תחום ההגדרה

של הפונקציה $g(x)$.

(2) מה הן האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה- x ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות

של $g(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$,

אם נתון כי הישר $y = 1$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.

בהצלחה!