

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 4 יחידות לימוד)

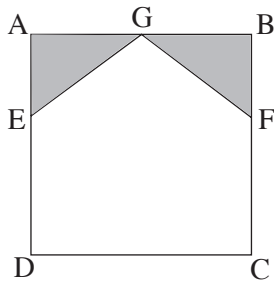
הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**
- ב ה צ ל ח ה !**
- /המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

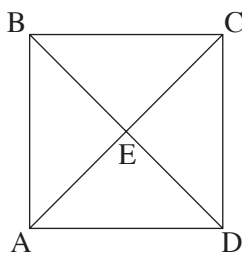
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. בנו חלון זכוכית בצורת ריבוע ABCD שאורך צלעו 2 מטרים.
שתיים מפינות הריבוע עוצבו בצורת משולשים חופפים AGE ו-BGF כך ש- $AE = BF = x$ (ראה ציור). המשולשים עשויים מזכוכית צבעונית, ושאר החלון עשוי מזכוכית רגילה.

מטר מרובע של זכוכית צבעונית עולה 20 שקלים, ושל זכוכית רגילה – 10 שקלים.
המוכר נתן הנחה של 22% לזכוכית צבעונית ו- 10% לזכוכית רגילה.
סך כל ההנחה על שני סוגי הזכוכית הדרושים לבניית החלון היה 14%.
מצא את האורך של AE.



2. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E (ראה ציור).

שיעורי הקדקוד A הם $(1, -7)$.

משוואת האלכסון BD היא $x + 3y = 0$.

א. (1) מצא את השיפוע של האלכסון AC.

ב. (2) מצא את שיעורי הנקודה E.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

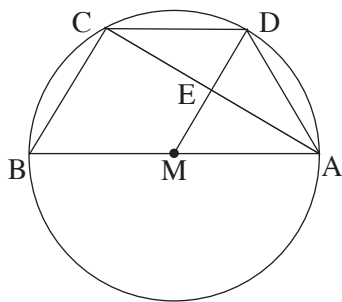
ד. חשב את האורך של צלע הריבוע.

ה. מצא את משוואת המעגל החוסם בריבוע כך שצלעות הריבוע משיקות למעגל.

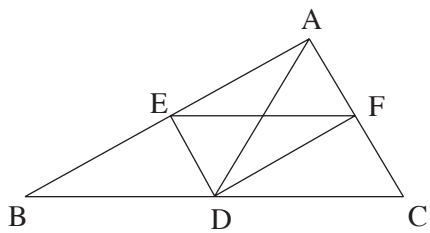
3. יוסי משחק שלושה משחקי ש-בש, בזה אחר זה.
 בכל משחק הוא יכול לנצח או להפסיד (אין תיקו).
 אם יוסי ניצח באחד המשחקים, ההסתברות שהוא ינצח במשחק שאחריו היא P ,
 ואם הוא הפסיד באחד המשחקים, ההסתברות שהוא יפסיד במשחק שאחריו גם היא P .
 נתון כי $P > 0.5$.
 א. אם ידוע כי יוסי ניצח במשחק הראשון:
 (1) הבע באמצעות P את ההסתברות שיוסי יפסיד במשחק השני וינצח במשחק השלישי.
 (2) חשב את P אם נתון גם כי ההסתברות שיוסי ינצח במשחק השלישי היא $\frac{13}{25}$.
 ב. השתמש בערך של P שחישבת, וחשב את ההסתברות שיוסי ינצח במשחק הראשון, אם נתון כי ההסתברות שיוסי ינצח בשלושת המשחקים היא 0.144.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

- ענה על שתיים מבין השאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו M.
 AB הוא קוטר במעגל.
 AC ו-DM נפגשים בנקודה E (ראה ציור).
 נתון: $CD = CB$, $AD = AM$.
 הוכח:
 א. $ME = ED$
 ב. $CB \parallel DM$
 ג. $CD \parallel BM$



5. במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AD ,

DE חוצה-זווית $\sphericalangle ADB$,

DF חוצה-זווית $\sphericalangle ADC$. (ראה ציור).

א. הוכח :

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC} \quad (1)$$

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \quad (2)$$

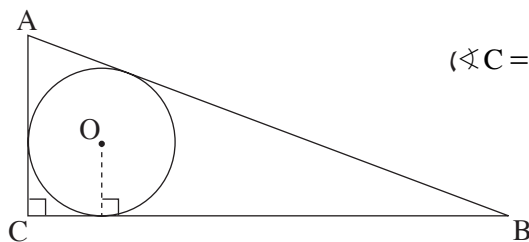
$$\sphericalangle AEF = \sphericalangle ABC \quad (3)$$

ב. נתון גם כי $\sphericalangle BED = 90^\circ$.

הוכח:

$$AE = BE \quad (1)$$

$$ED = \frac{1}{2}AC \quad (2)$$



6. מעגל שמרכזו O ורדיוסו r

חסום במשולש ישר-זווית ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$)

(ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle CAB = 70^\circ$

$$BC = 10 \text{ ס"מ}$$

א. מצא את הזוויות במשולש COB .

(2) מצא את r .

ב. מצא את היחס בין r לבין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים,

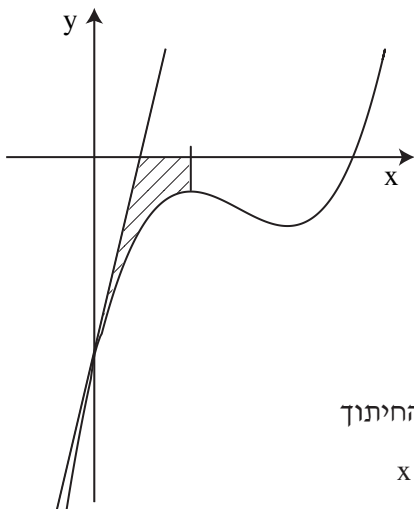
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$.

- א. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

8. בצויר מוצגת סקיצה של הפונקציה $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - a$



- a הוא פרמטר.
- א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, והוכח שאחת מהן היא מקסימום והאחרת היא מינימום.
- ב. נתון כי הישר $y = -8x + 14$ עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$. מצא את הערך של הפרמטר a .
- ג. מעבירים משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y , ומעבירים אנך לציר ה- x דרך נקודת המקסימום של הפונקציה. הצב את הערך של a שמצאת בסעיף ב, וחשב את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בצויר).

9. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 + bx + 5}$, b הוא פרמטר.
נתון כי שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$, הוא $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$.
- מצא את הערך של b .
 - הצב $b = -6$, וענה על הסעיפים ב-ה.
 - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך