

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה והסתברות – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
- סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. משאית יצאה מעיר A לעיר B. בדיוק באותו רגע יצאה מכונית מעיר B לעיר A. כאשר הגיעה המכונית ל-A היא חזרה מיד ל-B, וכאשר הגיעה ל-B היא מיד שוב יצאה ל-A.

המכונית פגשה בדרכה את המשאית שלוש פעמים, לפני שהמשאית הגיעה ל-B. הפגישה הראשונה הייתה כעבור 2 שעות מרגע היציאה של המכונית והמשאית לדרך. הפגישה השנייה הייתה כעבור $4\frac{2}{3}$ שעות מרגע היציאה. הפגישה השלישית הייתה במרחק 40 ק"מ מ-B. מצא את המהירות של המשאית. (המהירויות של המשאית והמכונית אינן משתנות).

2. א. נתונה סדרה חשבונית שבה $a_1 = 1$ ו- $d = 2$.

S_n הוא סכום n האיברים הראשונים של הסדרה.

הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

ב. נתונה סדרה המקיימת לכל n טבעי:

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n - 1}$$

$$b_{19} + b_{20} = 4.5, \quad b_{19} > 2$$

$$b_{n+2} = b_n$$

מצא את b_{10} .

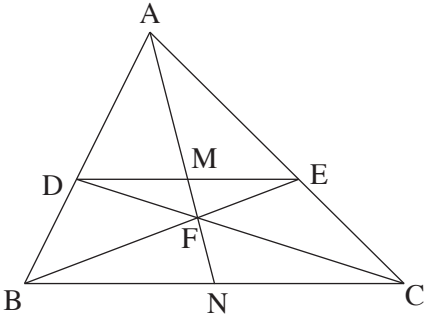
הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

3. חברה מייצרת טלפונים ניידים חדשניים עם "מסך תלת-ממד". כדי לבדוק את הביקוש לטלפונים אלה, ערכה החברה סקר טלפוני. בסקר השתתפו צעירים ומבוגרים. חלק מהמשתתפים בסקר הצהירו שלא יקנו את הטלפון החדשני והשאר הצהירו שיקנו אותו.
- נמצא כי 50% מהמבוגרים הצהירו כי יקנו את הטלפון החדשני.
- $\frac{2}{3}$ מבין אלה שהצהירו כי לא יקנו את הטלפון החדשני, היו צעירים.
- $\frac{1}{5}$ מהמשתתפים בסקר היו צעירים שגם טענו כי לא יקנו את הטלפון החדשני.
- א. בסקר השתתפו 2000 איש.
כמה צעירים השתתפו בסקר?
- ב. כמה צעירים, מבין הצעירים שהשתתפו בסקר, הצהירו שיקנו את הטלפון החדשני?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. במשולש ABC הנקודות D ו-E

נמצאות על הצלעות AB ו-AC בהתאמה

כך ש- $DE \parallel BC$.

CD ו- BE נחתכים בנקודה F.

AF חותך את DE בנקודה M,

והמשכו חותך את BC בנקודה N (ראה ציור).

הוכח:

א. $\frac{DM}{BN} = \frac{EM}{CN}$

ב. $\frac{EM}{BN} = \frac{DM}{CN}$

ג. $DM = EM$ ו- $BN = CN$

5. BA הוא קוטר במעגל שמרכזו O.

דרך O העבירו אנך ל- BA.

המשיק למעגל בנקודה P חותך את האנך בנקודה L.

המשך המיתר AP חותך את האנך בנקודה K,

והמיתר BP חותך את האנך בנקודה M

(ראה ציור).

א. הוכח כי $KL = LM$.

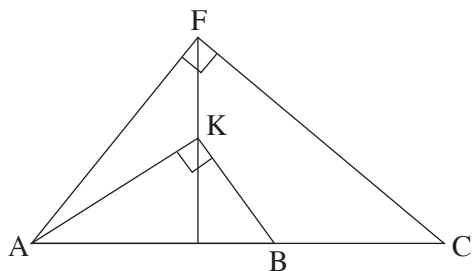
ב. נתון: $BP = 24$ ס"מ

רדיוס המעגל הוא 13 ס"מ

המשיק למעגל בנקודה P חותך את המשך הקוטר BA בנקודה F.

מצא את אורך הקטע AF.

/המשך בעמוד 5/



6. במשולש ישר-זווית AFC ($\angle AFC = 90^\circ$)

הנקודה K נמצאת על הגובה ליתר

כך ש- $\angle FAK = \beta$ ו- $\angle KAC = \alpha$.

B היא נקודה על היתר AC

כך ש- $\angle AKB = 90^\circ$ (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם את המשולש AFC הוא R ,

ורדיוס המעגל החוסם את המשולש AKB הוא r .

א. (1) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AF}{AK}$.

(2) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{R}{r}$.

ב. הבע באמצעות R ו- r בלבד את רדיוס המעגל החוסם את המשולש AKF .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות
טריגונומטריות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-2}}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$, המוגדרת בתחום ההגדרה של $f(x)$.

הנגזרת של $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

מצא את תחום הירידה של הפונקציה $g(x)$. נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-a \cdot 16 \cos x}{\sqrt{16 \sin x + 9}}$ בתחום $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$.

a הוא פרמטר גדול מ-0. הפונקציה מוגדרת לכל x בתחום הנתון.

א. בתחום הנתון מצא עבור אילו ערכי x:

(1) $f(x) > 0$. נמק.

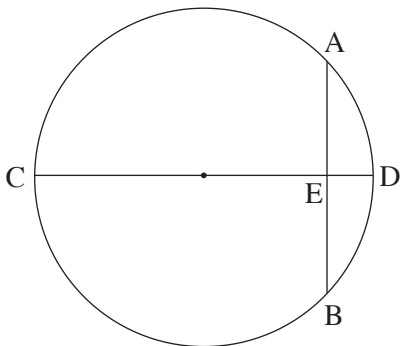
(2) $f(x) < 0$. נמק.

ב. מצא את ערך האינטגרל $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} f(x) dx$.

ג. נתון כי השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x

ועל ידי הישרים $x = -\frac{\pi}{6}$ ו- $x = \frac{7\pi}{6}$, שווה ל-8.

מצא את הערך של a.



9. CD הוא קוטר במעגל שרדיוסו R.

AB הוא מיתר במעגל המאונך לקוטר CD

וחותך אותו בנקודה E

כך ש- $CE > R$ (ראה ציור).

הבע באמצעות R את השטח המקסימלי

של המשולש ABC.

בהצלחה!